

УДК 622.276.031:532.5.001

О ПОЛЕ СКОРОСТЕЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ, ДРЕНИРУЮЩЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ПЛАСТ

И.Р. Мукминов

(Уфимский филиал ООО «ЮганскНИПИнефть»)

При расчете показателей разработки используются решения гидродинамических задач о притоке жидкости к скважинам, дренирующим пласт. Контур нефтеносности продуктивных пластов часто легко схематизируется окружностью, эллипсом, многоугольником, полосой или иной геометрической фигурой. В подземной гидрогазодинамике более полно решены задачи о притоке жидкости к вертикальным скважинам, расположенным в круговом или полосообразном пласте. Использование их для расчета показателей разработки автоматически схематизирует реальную залежь соответствующим пластом. Поэтому решения о притоке жидкости (нефти, газа, газированной жидкости) к скважинам в пластах иной конфигурации (в частности, в эллиптическом пласте) представляют определенный теоретический и практический интерес.

Под эллиптическим пластом будем понимать продуктивный пласт, ограниченный горизонтальными непроницаемыми кровлей и подошвой и эллиптическим цилиндром, представляющим собой контур питания.

Задачу сформулируем следующим образом. Необходимо найти поле скоростей стационарной фильтрации жидкости к горизонтальной длиной $\ell_0 = 2\ell$ и радиусом r_c скважине, расположенной в эллиптическом однородно-анизотропном (с характеристикой вертикальной анизотропии χ) пласте толщиной h вдоль большой оси эллипса. Расстояния от центра скважины до ее концов равны g и f (рис. 1). Большая и малая полуоси эллипса равны a и b . На контуре питания и стенке скважины поддерживаются постоянные потенциалы скорости, равные φ_K и φ_C соответственно. Фильтрация подчиняется закону Дарси.

Такая задача применительно к галерее частично решена в работах [1,2,3] при помощи метода конформных отображений. В работе [4] показано, что при соотношении параметров пласта $\chi h/b < 0.05$, что наблюдается в большинстве практически реализуемых случаев, приток жидкости к горизонтальной скважине с минимальной ошибкой в дебите может быть интерпретирован как приток жидкости к совершенной галерее; погрешность замены дебита горизонтальной скважины дебитом галереи при этом не превышает 5%. Пренебрегая здесь такой ошибкой, будем считать движение жидкости повторяющим себя во всех слоях единичного фильтрационного элемента.

Воспользуемся этими результатами и, отсылая любознательного читателя непосредственно к источникам, приведем здесь лишь расчетную схему.

$$z_1 = \frac{z + \sqrt{z^2 - c^2}}{c}, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}, \quad (1)$$

$$z_2 = \ln z_1, \quad (2)$$

$$z_2 = \frac{\pi}{2kK(k)} \int_1^w \frac{dw}{\sqrt{(w_B^2 - w^2)(w^2 - 1)}} \Leftrightarrow w = \operatorname{sn} \left[K(k) + i \frac{2K(k)z_2}{\pi}, k \right], \quad (3)$$

$$\frac{K(k')}{K(k)} = \frac{\ln \frac{a+b}{a-b}}{\pi}, \quad k = \sqrt{1 - k'^2} = \frac{1}{w_B},$$

$$\omega = -i \int_{w_G}^w \frac{(\varphi_K - \varphi_C) \sqrt{(w_B - w_G)(w_F + w_B)} dw}{2K(\lambda) \sqrt{(w_B - w)(w_F - w)(w - w_G)(w + w_B)}} + \varphi_C + i\psi_0, \quad (4)$$

$$\psi_0 = (\varphi_K - \varphi_C) \frac{K(\lambda')}{K(\lambda)}, \quad \lambda' = \sqrt{\frac{2w_B(w_F - w_G)}{(w_B - w_G)(w_F + w_B)}}$$

Здесь $K(k)$ - полный эллиптический интеграл первого рода; k - модуль; $\operatorname{sn}(z, k)$ - эллиптический синус Якоби; z - аргумент [5,6].

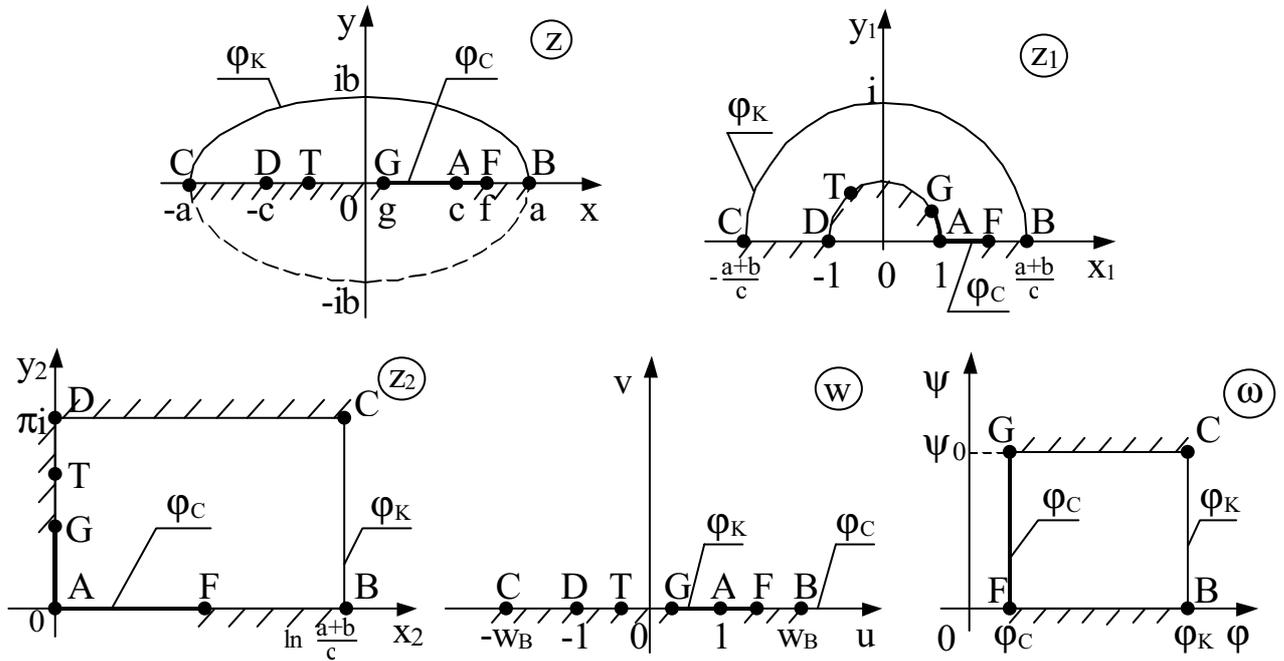


Рис. 1 – 5

Равенства (1)–(4) определяют функции, обеспечивающие необходимые для решения поставленной задачи конформные отображения (рис. 1–5).

Распределение потенциала скорости φ в прямоугольнике BCGF на плоскости комплексного переменного ω , очевидно, определяется действительной составляющей комплексного переменного $\omega = \varphi + i\psi$.

Справедлива следующая формула для комплексной скорости течения жидкости в плоскости z :

$$V_z = -\frac{d\phi}{dz} = -\frac{d\phi}{d\omega} \frac{d\omega}{dw} \frac{dw}{dz_2} \frac{dz_2}{dz_1} \frac{dz_1}{dz} = -\frac{d\phi}{d\omega} \frac{d\omega}{dw} \frac{1}{\frac{dz_2}{dz_1} \frac{dz_1}{dz}} \frac{dz_2}{dw}. \quad (5)$$

Продифференцировав выражения (1), (2), (3) и (4) при их подстановке в правую часть (5) и очевидных преобразований получим

$$V_z = \frac{K(k)(\phi_K - \phi_C)}{\pi K(\lambda)} \sqrt{\frac{(1 - kw_G)(1 + kw_F)(1 - w^2)}{(w_F - w)(w - w_G)(z^2 - c^2)}} \quad (6)$$

Преобразуем полученное выражение. Выделяя действительную и мнимую части в выражении (1), записываем

$$z_1 = A + i \cdot B,$$

$$\text{где } A = \frac{x}{c} + \frac{1}{c} \sqrt{\frac{C+D}{2}}, \quad (x \geq 0) \quad A = \frac{x}{c} - \frac{1}{c} \sqrt{\frac{C+D}{2}}, \quad (x < 0)$$

$$B = \frac{y}{c} + \frac{1}{c} \sqrt{\frac{C-D}{2}}, \quad (y \geq 0) \quad B = \frac{y}{c} - \frac{1}{c} \sqrt{\frac{C-D}{2}}, \quad (y < 0)$$

$$C = \sqrt{(x^2 + y^2 + c^2)^2 - 4x^2c^2}, \quad D = x^2 - y^2 - c^2.$$

Далее, с учетом полученного, из (2) имеем

$$z_2 = E + i \cdot F$$

$$\text{где } E = \frac{1}{2} \ln \sqrt{A^2 + B^2}, \quad F = \operatorname{arctg} \frac{B}{A}.$$

Далее, выделяя действительную и мнимую части в правой части второго из равенств (3), приходим к формуле

$$w = G + i \cdot H,$$

где

$$G = \frac{\operatorname{sn}(\alpha, k) \operatorname{dn}(\beta, k')}{\operatorname{cn}^2(\beta, k') + k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha, k) \operatorname{sn}^2(\beta, k')}, \quad H = \frac{\operatorname{cn}(\alpha, k) \operatorname{dn}(\alpha, k) \operatorname{sn}(\beta, k') \operatorname{cn}(\beta, k')}{\operatorname{cn}^2(\beta, k') + k^2 \operatorname{sn}^2(\alpha, k) \operatorname{sn}^2(\beta, k')},$$

$$\alpha = K(k) \left(1 - \frac{2F}{\pi} \right), \quad \beta = \frac{2K(k)E}{\pi}.$$

Выделим действительную и мнимую части подкоренного выражения в правой части равенства (6). Получим

$$\sqrt{\frac{1 - w^2}{(w_F - w)(w - w_G)(z^2 - c^2)}} = X + i \cdot Y,$$

$$\text{где } X = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{R^2 + W^2} + R}, \quad Y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{R^2 + W^2} - R},$$

$$R = \frac{PM + QN}{M^2 + N^2}, \quad W = \frac{QM - PN}{M^2 + N^2},$$

$$P = 1 - G^2 + H^2, \quad Q = -2GH, \quad M = SU - TV, \quad N = SV + TU,$$

$$S = w_F G - w_F w_G - G^2 + w_G G + H^2, \quad T = H(w_F - 2G + w_G),$$

$$U = x^2 - y^2 - c^2, \quad V = 2xy.$$

С учетом полученных результатов, выражение (6) для комплексной скорости преобразуется к виду

$$V_Z = V_X + i \cdot V_Y, \quad (7)$$

$$\text{где } V_X = CX, \quad V_Y = CY, \quad C = \frac{K(k)(\varphi_K - \varphi_C) \sqrt{(1 - kw_G)(1 + kw_F)}}{\pi K(\lambda')}.$$

Таким образом, формула (7) абсолютно строго определяет поле скоростей в эллиптическом пласте, дренируемом произвольно расположенной вдоль его большой оси галереей. Поле скоростей в случае горизонтальной скважины в большинстве практически реализуемых вариантов определяется формулой (7) с минимальной ошибкой [4].

На рис. 6 показаны распределения скорости фильтрации вдоль диаметра кругового пласта, параллельно симметрично расположенной и дренирующей этот пласт галереей при различных ее длинах. Из рисунка четко

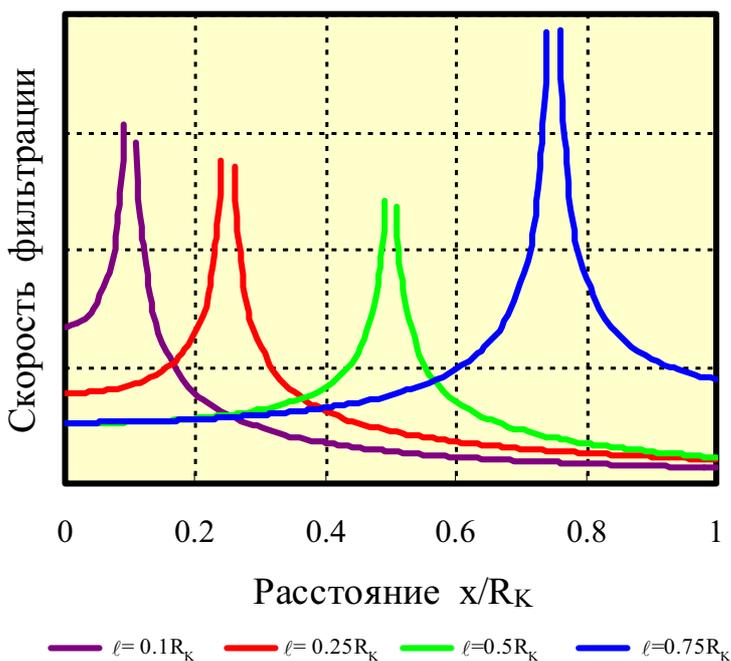


Рис. 6

видно, что скорость фильтрации максимальна (в пределе – бесконечно велика) в «концевых» точках галереи. Минимальная скорость фильтрации отмечается на контуре питания. Характерно, что при $l < 0.5R_K$ скорость фильтрации на контуре питания и при $l > 0.5R_K$ в центре пласта практически не зависит от длины галереи. Минимальная скорость притока жидкости непосредственно вдоль галереи наблюдается в ее центре. При этом средняя интенсивность притока, например, на 10% длины галереи вблизи ее оконечностей превышает аналогичный показатель в центральной части примерно в 3 раза. Далее, скорость фильтрации в центре галереи и ее длина связаны обратной зависимостью: с ростом длины галереи скорость снижается. Данное обстоятельство показывает безусловное преимущество по сравнению с обычными вертикальными скважинами горизонтальных скважин (прообразом которых является галерея) в залежах с подошвенной водой

и/или газовой шапкой (опасность подтягивания конусов воды и/или газа), в слабосцементированных коллекторах (опасность разрушения пород в призабойной зоне и выноса песка в скважину) и в естественно-трещиноватых коллекторах (возрастание гидродинамического сопротивления вследствие проявления сил инерции).

Отметим кроме этого, что при длинах галереи $2\ell \geq R_K$ интенсивность притока жидкости на $2/3$ всей длины галереи (по $2\ell/3$ в обе стороны от центра) практически постоянная.

На рис.7-9 представлены распределения скоростей фильтрации в круговом радиусом R_K пласте, дренируемом одиночной галереей длиной, соответственно, равной $0.1R_K$, $0.25R_K$ и $0.75 R_K$. Заметим, что распределение скоростей фильтрации напоминает распределение давления в бесконечно большом пласте, дренируемом двумя добывающими скважинами, где, как известно, эквипотенциалами являются так называемые овалы Кассини.

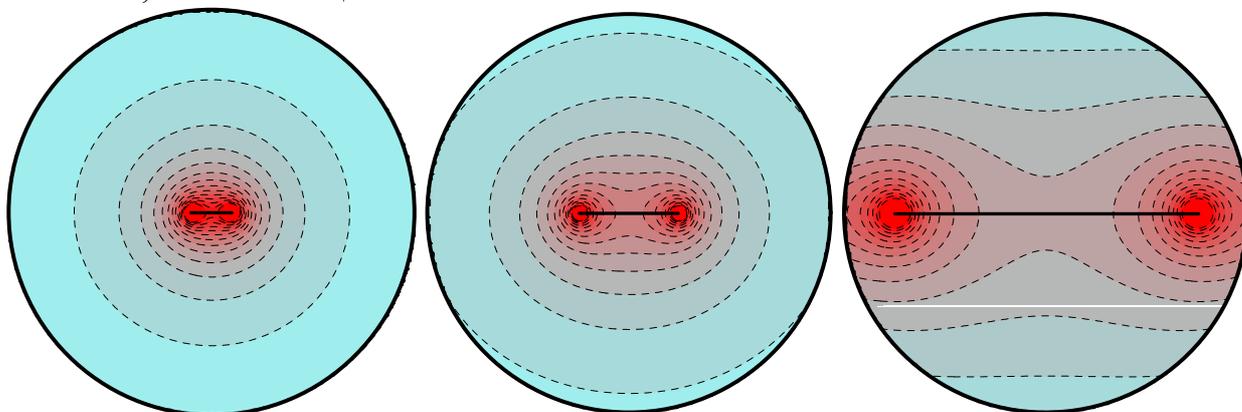


Рис. 7

Рис. 8

Рис. 9

Далее, из рис. 7 видно, что при полудлине галереи $\ell \leq 0.1R_K$ на расстоянии от нее, превышающем 2ℓ , фильтрационный поток близок к плоско-радиальному, а линии равных скоростей представляют собой практически concentric окружности. Это, очевидно, проявление широко известной в трубной гидравлике эмпирической закономерности, согласно которой возмущение в потоке жидкости, вызываемое посторонним телом (при условии, что геометрические размеры тела значительно меньше диаметра трубы), ощутимо на расстоянии от этого тела, не превышающем его 2-3 калибров.

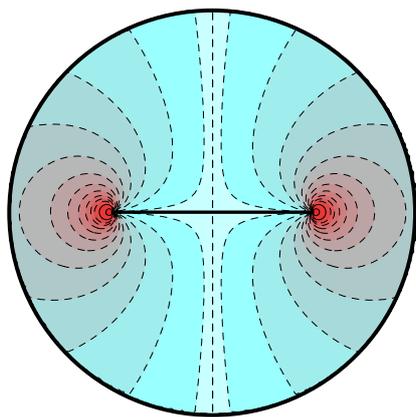


Рис. 10

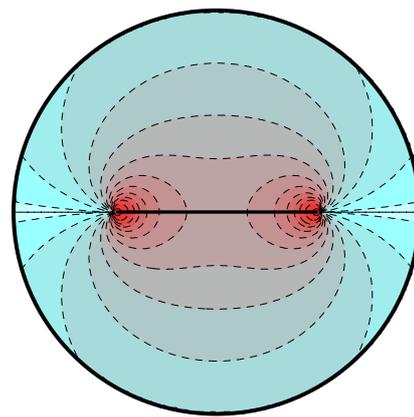


Рис. 11

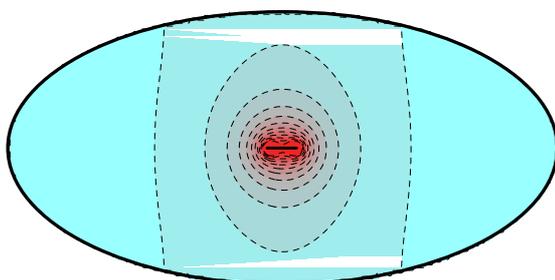


Рис. 12

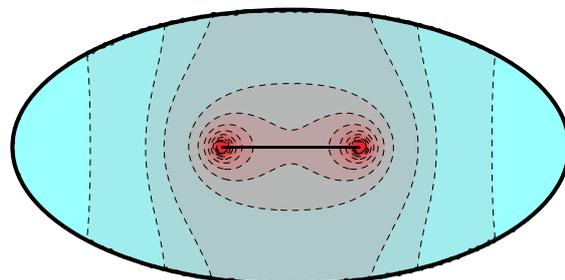


Рис. 13

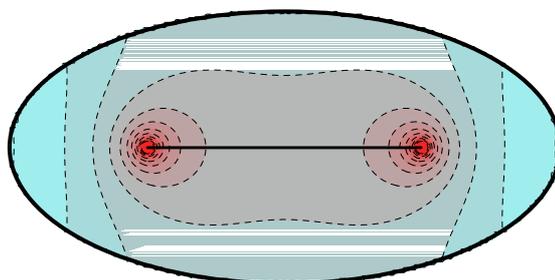


Рис. 14

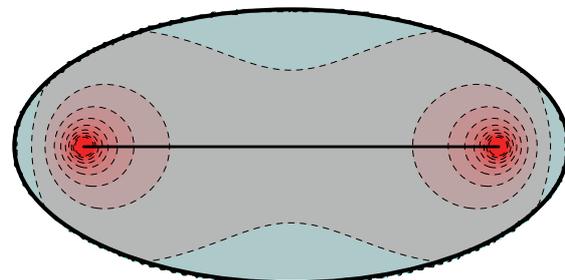


Рис. 15

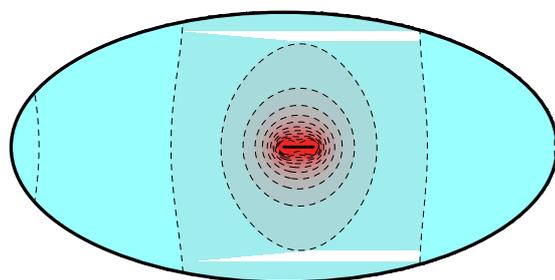


Рис. 16

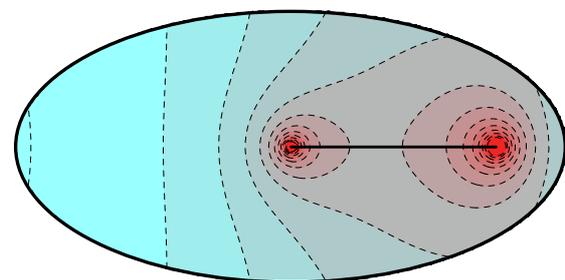


Рис. 17

Распределение скоростей фильтрации в вытянутом эллиптическом пласте ($a=2b$) изображено на рис. 1.12 – 1.15. Отметим, что в непосредственной близости от галереи картина аналогична распределению скоростей в круговом пласте. По мере удаления от галереи начинают проявляться принципиальные отличия. Так, вблизи контура питания линии

равных скоростей представляют собой овалы, причем большая ось этих овалов перпендикулярна галерее и большой оси эллиптического контура питания.

Рисунки 1.16 – 1.17 отражают влияние несимметричности расположения галереи относительно контура питания на фильтрационное поле. При расчетах принималось, что левый конец галереи располагается в центре пласта ($x = 0, y = 0$). Из рисунков следует, что при малых длинах галереи ($\ell \leq 0.2b$) влияние такой асимметричности на распределение скорости фильтрации жидкости в пласте незначительно. С увеличением длины галереи влияние положения ее относительно контура питания усиливается, и при $\ell > b$ асимметричность поля скоростей начинает проявляться даже в непосредственной близости от галереи.

Выводы

- Скорость фильтрации максимальна в «концевых» точках горизонтальной скважины.
- Скорость фильтрации на контуре питания при $\ell < 0.5R_k$ и в центре пласта при $\ell > 0.5R_k$ практически не зависит от длины горизонтальной скважины.
- В случае кругового пласта при малых длинах горизонтальной скважины фильтрационный поток близок к плоско-радиальному, а линии равных скоростей представляют собой практически концентрические окружности. В диапазоне средних и больших длин фильтрационный поток можно рассматривать как суперпозицию трех составляющих простейших фильтрационных потоков – прямолинейно-параллельного к центральной части и двух плоско-радиальных к оконечностям горизонтальной скважины.

Литература

1. Мукминов И.Р., Салимгареев Т.Ф. Приток жидкости к горизонтальной скважине в эллиптическом пласте. - Материалы 48-й научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых.- Изд-во Уфимс. гос. нефт. техн. ун-та, 1998 г.

2. Мукминов И.Р. Исследование стационарного притока жидкости к горизонтальной скважине в эллиптическом пласте. - Тезисы докладов V международной конференции “Методы кибернетики химико-технологических процессов”.- Изд-во Уфимс. гос. нефт. техн. ун-та, 1999 г.

3. Мукминов И.Р., Салимгареев Т.Ф. Влияние конфигурации контура питания пласта на дебит горизонтальной скважины. - Материалы 51-й научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых.- Изд-во Уфимс. гос. нефт. техн. ун-та, 2000 г.

4. Мукминов И.Р. Приток жидкости к горизонтальной скважине в анизотропном пласте конечной мощности. "Нефтепромысловое дело", №2, 1999.

5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.– М.: Физматгиз, 1962.–1100 с.

6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции.–М.: Наука, 1968.–344с.

Сведения об авторе

Ф.И.О.: Мукминов Искандер Раисович

Организация: Уфимский филиал ООО «ЮганскНИПИнефть», заведующий лабораторией разработки Приобского месторождения.

E-mail: [Iskander@ngt.ru](mailto: Iskander@ngt.ru)