# Гидравлика Теория и расчет двухфазных систем



Нижневартовск 2006

## содержание

Введение	5
Термины и определения	13
Глава. 1. Теория градиентно-скоростного поля	19
1.1. Свойства сплошных сред	19
1.2. Параметры сплошной среды	20
1.3. Энергетический потенциал среды	21
1.4. Взаимосвязь скорости среды и скорости теплового дви-	
жения молекул	23
1.5. Взаимосвязь полного и статического давлений в потоке	27
1.6. Применение закона сохранения энергии к анализу дина-	
мики сплошной среды	36
1.7. Уравнение Бернулли и практика его использования	43
1.8. Векторный анализ уравнения Бернулли	49
1.9. Обоснование механизма взаимодействия фаз в градиент-	
но-скоростном поле	56
1.10. Распределение абсолютной и динамической скорости	
среды в турбулентном потоке	66
1.11. Напряженность пограничного слоя активной среды	69
1.12. Два режима турбулентности	76
1.13. Влияние активности среды на распределение парамет-	
ров в пограничном слое	81
1.14. Взаимосвязь полного и статического давлений в слое	
пассивной среды	90
Глава. 2. Взаимодействие фаз в градиентно-скоростном поле	. 95
2.1. Линамика взаимодействия фаз	95
2.2. Возникновение поперечной силы в пограничном слое	103
2.3. Обзор экспериментальных данных по взаимодействию	
фаз	107
2.4. Гидродинамика кровообращения	115
2.5. Гидродинамическая коррозия нефтегазопроводов	117
2.6. Обоснование пневмометрического метода измерений	132

Глава. З. Модель потока вязкой среды	138
3.1. Моделирование потока вязкой среды	138
<ul><li>3.1.1. Ламинарный режим движения</li><li>3.1.2. Турбулентный режим, предшествующий</li></ul>	143
автомодельному	145
3.1.3. Автомодельный режим	157
Глава. 4. Теория и расчет двухфазных систем	169
4.1. Взаимодействие фаз	169
4.2. Вывод уравнения второго закона механики для сплош-	
ной среды	170
4.3. Структурные формы двухфазного потока	173
4.4. Гидравлическая характеристика двухфазного потока	181
4.5. Гидравлический расчет двухфазного потока	190

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	198
ЛИТЕРАТУРА	202

### введение

Успех в развитии теории исследуемых систем определяется, в основном, уровнем соответствия предполагаемой модели процессам, происходящим в системе. Развитие науки о движении сплошных тел жидких и газообразных шло от простых моделей к более сложным. Одна из первых моделей основывалась на идеализированных свойствах тел, не обладающих вязкостью.

В основу движения идеальной жидкости, разработанной Л. Эйлером в середине XVIII века, положены отсутствие сил вязкого трения и постоянство скорости по всему поперечному сечению потока.

Появление термина "гидродинамика" связано с именем Д. Бернулли, который в 1783 г. впервые изложил теорему, устанавливающую связь между давлением, уровнем и скоростью движения идеальной жидкости.

Следующий этап развития механики жидкости и газа относится к XIX веку и знаменуется зарождением двух новых разделов: динамики вязкой жидкости и газовой динамики. Основы учения о движении вязкой жидкости были заложены в 1821 г. французским ученым Навье и получили свое завершение в работах Стокса, который сформулировал закон линейной зависимости напряжений от скорости деформаций.

В основу модели движения вязкой жидкости положен закон гидростатики, который гласит, что в поперечном сечении потока реальной жидкости статическое давление равно постоянной величине. На протяжении более 200 лет это положение является основополагающим при разработке теории гидро- и газодинамики. Вопрос о применимости закона сохранения энергии, выражением которого является уравнение Бернулли, ко всему объему потока реальной жидкости, отрицается большинством ученых. По свидетельству Л.Г. Лойцянского [1], Л. Эйлер разъяснил, что теорема Бернулли, как гидродинамическая интерпретация закона живых сил, верна лишь в том случае, если следить за движением частиц одной и той же струи. Однако это разъяснение не помешало автору использовать уравнение Бернулли в поперечном направлении потока, т. е. для разных струек одного поперечного сечения, при выводе уравнения подъемной силы крыла самолета.

Отрицание применимости закона живых сил к поперечному сечению потока реальной жидкости основывается на некорректной трактовке результатов поперечного зондирования пограничного слоя неподвижными трубками, измерительная плоскость которых параллельна направлению движения среды. По свидетельству Г.Н. Абрамовича [2], результаты измерения температуры среды в потоках неподвижными приборами всегда приблизительно равны температуре торможения. Аналогично обстоит дело с измерениями давлений: показания манометра, соединенного с неподвижным отборным устройством, соответствует полному давлению или давлению торможения, если угол между направлением измерительной плоскости отборного устройства и направлением вектора скорости среды (угол торможения) равен нулю. При угле торможения, равном 90°, показания прибора соответствуют сумме полного давления и динамического давления среды.

Факт постоянства давления в различных точках поперечного сечения потока, отбираемого неподвижными пьезометрами, исследователями используется в качестве доказательства постоянства статического давления, однако, если при отборе давления обеспечить относительный покой среды и отборного устройства, показания прибора снизятся на величину скоростного давления, что свидетельствует о постоянстве полного, а не статического давления среды. Использование этого факта приводит нас к новой модели потоков реальной среды, основанной на постоянстве уровня механической энергии по всему поперечному сечению активного пограничного слоя [33].

Под термином "пограничный слой" здесь понимается состояние сплошной вязкой среды, характеризующейся наличием поперечного градиента скорости. Это понятие охватывает как внутренние, так и внешние градиентно-скоростные поля, ограниченные неподвижными стенками, или омывающие неподвижное тело. Это понятие охватывает и градиентно-скоростные слои, образованные движением тел в неподвижной среде.

По характеру активности фаз необходимо выделить два вида взаимодействия.

6

Первый – взаимодействие потока, имеющего продольный градиент давления, с твердыми телами или ограничивающими поток стенками, характеризуется активностью сплошной среды. В этом случае мы будем говорить об активной среде.

Второй – взаимодействие твердых тел с неподвижной средой, движение которой вызвано перемещением границы раздела фаз, характеризуется пассивностью сплошной среды. В этом случае отсутствует продольный градиент давления, и мы будем называть такой слой пассивным.

Возможны и комбинации этих видов взаимодействия, когда обе фазы активны. В этом случае для упрощения задачи уместно отдать предпочтение активности одной фазы, вторую фазу при этом считать условно пассивной. Если активность обеих фаз высока, то задачу следует решать методом наложения одного вида взаимодействия на другой. Формулируя отличительные признаки активной фазы, в качестве определяющего критерия необходимо иметь в виду источник механической энергии взаимодействия. Если источником энергии взаимодействия является сплошная среда, то она активна. Если движение сплошной среды вызвано энергией инородного тела, то среда пассивна. Взаимодействие пограничного слоя, возникшего на поверхности летательного аппарата, с поверхностью этого аппарата, или с поверхностями других тел, введенных в пограничный слой как с борта аппарата, так и из неподвижной среды, являются примерами взаимодействия с пассивной средой, так как источником энергии взаимодействия здесь является активное тело – летательный аппарат.

Исследование пограничного слоя отборными устройствами, находящимися в неподвижном состоянии, или перемещающимися вместе с активным телом, будем называть пассивным зондированием. Исследование пограничного слоя отборными устройствами, находящимися в относительном покое со средой, будем называть активным зондированием.

Существующая модель потока, основанная на постоянстве статического давления в его поперечном сечении, приводит к неравномерному распределению энергетического потенциала в сечении, так как на постоянный уровень статического давления накладывается переменный уровень скоростного давления среды, величина которого зависит от локальной скорости и тем больше, чем дальше отстоит исследуемая точка поперечного сечения потока от его стенок. Такое неравномерное распределение энергетического потенциала не соответствует условию термодинамической стабильности системы, оно должно приводить к направленному переносу энергии от оси потока к его периферии. Такой перенос легко обнаружить при сравнении уровней энергии в двух поперечных сечениях потока, при этом продольные градиенты давления на оси потока должны быть больше градиентов на периферии. Однако такой картины при исследованиях пограничных слоев не обнаружено, что дает основание предположить систему термодинамически стабильной.

Условию стабильности отвечает предлагаемая модель активного пограничного слоя, в котором полное давление в поперечном сечении равно постоянной величине, статическое давление изменяется в зависимости от изменения скорости среды.

Механика сплошных сред занимается исследованием непрерывных сред, дискретные их свойства на молекулярном уровне не учитываются. В данной работе предпринимается попытка рассмотреть параметры сплошной среды на молекулярном уровне с привлечением результатов исследований молекулярно-кинетической теории газов. Описание состояния среды через уровни механической энергии теплового движения молекул является основой для исследования динамики пограничного слоя. Основным инструментом для исследования является закон сохранения энергии.

Используемая терминология требует некоторых пояснений. Теория гидродинамики не признает различия в обозначении скоростей движения среды в ламинарных и турбулентных потоках. Распределение скорости в поперечном сечении ламинарного потока описывается уравнением второго порядка от его радиуса. В этом случае понятие "скорость движения среды" дает полное представление о ее величине, так как здесь направление скорости движения совпадает с направлением переноса среды. В турбулентных потоках направление вектора скорости в общем случае не совпадает с направлением движения, поэтому скорость движения среды чаще всего остается неизвестной, так как измерение величины скорости при неизвестном ее направлении представляет в настоящее время сложную проблему. Используемая в настоящее время зависимость распределения скорости в поперечном сечении турбулентного потока, выраженная степенным законом с показателем одна седьмая, выражает по сути своей распределение проекции скорости на ось x, или переносную скорость. Если принять во внимание извилистые траектории движения макроструй, то выявляется дефицит скорости в уравнении, описывающем распределение скорости в турбулентном потоке. Учитывая широкое распространение термина "скорость в поперечном сечении турбулентного потока", применяемого к одной ее компоненте, направленной вдоль оси x, мы вынуждены использовать этот термин без изменения, а для обозначения действительной или мгновенной скорости среды вводить дополнительный не совсем удачный термин "абсолютная скорость" движения среды. Этот термин, в отличие от существующего, учитывает величину скорости с учетом трех ее проекций на оси x, y и z в координатах, неподвижных относительно земли. Таким образом, термин "абсолютная скорость" движения обозначает величину скорости в координатах, закрепленных на неподвижном трубопроводе, если рассматривается взаимодействие активной среды с пассивным телом.

Динамическая скорость среды – это фиктивная (несуществующая на практике) скорость, поперечный градиент которой соответствует закону Ньютона о распределении касательных напряжений в турбулентном потоке вязкой среды.

Наша цель – в результате исследований установить распределение энергетического потенциала в объеме пограничного слоя, найти составляющие этого потенциала, характеризующие его статические и динамические показатели, выявить механизм перехода ламинарной структуры течения в турбулентную, определить эффект взаимодействия среды с введенными в поток телами. Разрабатываемая воображаемая модель пограничного слоя относится к физическому и математическому моделированию. Она базируется на известных свойствах сплошных сред, известных законах механики, опубликованных результатах экспериментальных исследований. Предлагаемая модель не противоречит разработанной теории ламинарных течений и может явиться базой для дальнейшего развития теории гидро- и газодинамики особенно в области турбулентных и многофазных течений, а также теории массо- и теплообмена. Математические модели однофазных и двухфазных трубопроводных систем разработаны авторами на основе теории градиентно-скоростного поля.

Основу для разработки математической модели двухфазных смесей должна была предоставить теория однофазных потоков. К сожалению, существующая теория однофазных потоков не может использоваться при разработке теории двухфазных потоков, поскольку сама она разрабатывалась эмпирическим методом на основе обработки экспериментальных данных. В настоящее время теория однофазных течений не объясняет существа процессов, происходящих в потоке. Исследуемая гидравлическая система транспорта однофазной среды рассматривается как "черный ящик". По изменениям входных параметров исследуются выходные параметры, после чего производится подбор соответствующих (критериальных) зависимостей, которые и составляют основу математических моделей для расчета однофазных транспортных систем. Математические модели позволяют с достаточной для практики точностью выполнять инженерные расчеты. Точность расчетов зависит от сложности процесса. Ламинарные потоки рассчитываются с высокой точностью. В этой области существует и теория движения жидкости, позволяющая аналитически определить распределение скорости вязкой среды в поперечном сечении потока. Результаты расчетов турбулентных потоков менее точны, эта область исследований не представляет нам инструмента для расчета параметров потока. Область автомодельных по коэффициенту гидравлического трения (КГТ) режимов движения практически не исследована, точность расчетов в этой области не соответствует требованиям инженерной практики. На эмпирическую разработку математических моделей однофазного транспорта ушло более 200 лет. В последнее время проводится значительный объем экспериментальных работ, целью которых является разработка математических моделей транспорта двухфазных смесей.

Процессы движения двухфазных смесей значительно сложнее однофазных. Продуктивность экспериментальных работ, не подкрепленных теоретической базой, весьма низкая. В настоящее время известно более 10 разработок математических моделей двухфазных систем, однако результаты расчетов, выполненных по указанным методикам, различаются от 2 до 10 раз, что делает их практически не пригодными для использования.

Такое состояние дел с разработкой методов расчета мы считаем неудовлетворительным. Причиной такого состояния является отсутствие теории взаимодействия фаз в градиентно-скоростном поле.

В данной работе предлагается физическая и математическая модели однофазного и двухфазного потоков, основанные на теоретических разработках градиентно-скоростного поля.

Математическое моделирование выполнено на основе новых представлений о физической модели пограничного слоя. Физическая модель потока реальной жидкости использует распределение скорости в поперечном сечении потока, распределение статического давления, находящегося в зависимости от локальной скорости среды в соответствии с уравнением Бернулли, распределение поперечного градиента давления, являющегося движущей силой процесса поперечного переноса как дисперсионной среды, так и дисперсной фазы.

Основываясь на законах градиентно-скоростного поля можно предложить следующую классификацию режимов движения однофазного потока и потока двухфазной смеси:

Для однофазного потока

1. Ламинарный режим- режим, который реализуется при низкой напряженности градиентно-скоростного поля.

2. Турбулентный режим-режим, для реализации которого необходима высокая напряженность градиентно-скоростного поля.

Для потока двухфазной смеси

1. *Расслоенный режим* движения, при котором поперечный градиент статического давления меньше разности удельных весов фаз.

Дисперсно-кольцевой режим движения является частным случаем расслоенного движения фаз. Он реализуется на восходящих участках трассы при высоком расходном газосодержании и невысоких скоростях движения смеси.

2. Дисперсный или эмульсионный режим движения, характеризующийся высокой напряженностью градиентно-скоростного

поля, при которой поперечный градиент статического давления в потоке больше разности удельных весов компонентов или фаз, составляющих смесь.

Целью данной работы является разработка математической модели однофазного и двухфазного потоков, как инструмента для гидравлических расчетов систем, транспортирующих газ, жидкость, газожидкостные смеси и смеси нерастворимых жидкостей.

Математическая модель не подтверждена собственными экспериментальными исследованиями, она получена аналитическим путем на основе известных законов физики. Предлагаемая модель не использует эмпирических зависимостей, критериальные уравнения используются в минимальном объеме, хотя теория градиентно-скоростного поля позволяет полностью исключить критериальные зависимости и ограничиться уравнениями, основанными на физической сущности происходящих процессов или явлений.

Математическая модель не использует исследуемую систему как "черный ящик". Все зависимости параметров получены аналитическим методом.

В данной работе представлены аналитические зависимости для расчета однофазных и двухфазных транспортных систем. Наиболее полно представлена математическая модель рельефного трубопровода, содержащего подъемные и опускные участки с небольшим углом наклона к горизонту.

Данная книга является сокращенной версией «Теории градиентно-скоростного поля», вышедшей в издании ОАО «ВНИИО-ЭНГ» в 2004 году.

Автор выражает благодарность редакции НТЖ "Химия и технология топлив и масел" за оперативную публикацию в 1960 гг. весьма спорных элементов новой теории.

Отзывы прошу направлять по адресу: 628609 ул. Маршала Жукова, д.3, кв. 22, Нижневартовск Тюменской области, Ханты-Мансийский автономный округ.

Контактный телефон:-(3466) 24-74-27

Автор Ситенков Василий Тихонович

#### Термины и определения

В литературе по гидравлике и гидродинамике многие термины трактуются не однозначно. Допускаются искажения не только в терминологии, но и в определении их содержания. Чтобы исключить повторы в следующих разделах здесь приводятся основные термины и даются их определения.

Давление статическое в потоке *P* – давление, измеряемое в потоке с помощью отборного устройства, находящегося в относительном покое со средой в точке отбора. Относительный покой обеспечивается при синхронном перемещении отборного устройства и среды. Способы практических измерений статического давления в потоке газа или жидкости нам не известны.

В литературе часто встречаются сведения об измерении статического давления в потоке с помощью неподвижных отборных устройств. Теория пневмометрии широко использует эту терминологию. Утверждение о возможности измерения статического давления неподвижными приборами является широко распространенным заблуждением.

Полное давление среды в потоке  $P_0$  – давление, отбираемое неподвижным отборным устройством, измерительная плоскость которого параллельна направлению движения среды. Давление, отбираемое при таких условиях, является давлением заторможенной вязкой среды, так как все вязкие среды не скользят по поверхности введенных в поток неподвижных отборных устройств, а прилипают к ним. На поверхности неподвижного предмета скорость движения среды равна нулю, в соответствии с уравнением Бернулли, вся поверхность отборного устройства находится в зоне полного давления среды.

Динамическое давление среды  $P_{\rm A}$  – разность давлений, отбираемых в передней критической точке и на боковой поверхности цилиндрического отборного устройства. Продольная ось отборного устройства параллельна направлению движения. Передняя критическая точка имеет отверстие, измерительная плоскость которого перпендикулярна направлению движения, отверстие ориентировано навстречу потоку. Динамическое давление среды является мерой ее инертности, это давление не входит в энергетический баланс среды, в уравнении закона сохранения энергии для сплошной среды оно не учитывается.

Величина динамического давления определяется зависимостью:  $P_{\rm A} = \rho V^2$ .

Скоростное давление среды –  $P_c$ . Скоростное давление – это осредненное по направлениям координатных осей динамическое давление. Скоростное давление равно одной трети динамического давления – $P_c=\rho V^2/3$ .

Переносная скорость движения среды U – проекция мгновенной скорости среды V на ось x. В литературе эту скорость обычно называют скоростью движения, что не отражает сущности исследуемого явления.

Скорость движения среды U – этот термин обозначает среднерасходную скорость перемещения среды как в ламинарных, так и в турбулентных потоках.

В данной работе обозначение *U* применяется для среднерасходной скорости. При использовании обозначения для распределения переносной скорости в поперечном сечении потока делается специальное указание на это.

Так как распределение переносной скорости в поперечном сечении потока не определяет величину поперечного градиента давления и касательных напряжений, в данной работе оно не будет использоваться. Поперечный градиент давления и касательные напряжения будут определяться в зависимости от градиента соответственно мгновенной и динамической скоростей. Для определения поперечных градиентов мгновенной и динамической скоростей используется квадратичный закон распределения этих скоростей в виде

$$V = V_{\rm M}(1-\alpha^2),$$

где  $\alpha = r/R$ ; *r* – расстояние от оси потока до исследуемой точки; *R* – радиус поперечного сечения потока.

Мгновенная скорость движения среды V – величина скорости в исследуемой точке поперечного сечения потока, произвольно ориентированной в координатных осях. В турбулентных потоках направление вектора скорости движения не совпадает с направлением движения среды. Величина мгновенной скорости, как правило, больше ее проекции на ось x.

Абсолютная скорость движения среды V – то же, что и мгновенная скорость движения среды. Этот термин иногда исполь-14 зуется нами при исследовании турбулентных потоков в противовес неточному применению термина "скорость движения" среды.

При определении абсолютной (мгновенной) скорости движения среды координатные оси неподвижно соединены со стенками трубопровода.

Динамическая скорость  $V_{\rm g}$  – скорость среды в турбулентном потоке, отвечающем закону Ньютона о распределении касательных напряжений в его поперечном сечении. По величине динамическая скорость больше мгновенной скорости среды. Динамическая скорость равна сумме мгновенной и фиктивной скоростей. Величина фиктивной скорости определяется активностью поперечного переноса среды, который характеризует величину коэффициента турбулентной диффузии [40], возникающей при поперечном перемещении макроструй. Термин "динамическая скорость" используется только при анализе касательных напряжений в турбулентных потоках. При исследовании ламинарных потоков термин "динамическая скорость" эквивалентен понятиям "мгновенная скорость", "переносная скорость" и "абсолютная скорость" среды. Если речь не идет о распределении скорости, то термином "динамическая скорость" будет определяться скорость на оси потока.

Поперечный градиент скорости *dV/dr* – изменение мгновенной скорости среды на единицу поперечного размера потока, или производная от мгновенной скорости по направлению *r*. Этот термин используется при определении распределения статического давления в поперечном сечении потока.

При исследовании касательных напряжений используется градиент динамической скорости *dV/dr*, который определяет величину касательных напряжений с учетом турбулентной диффузии макроструй.

Величина мгновенной скорости незначительно отличается от ее проекции на ось x, поэтому в расчетах используется зависимость  $V_{\rm M} = 2U$ , где индекс "м" используется для обозначения максимального значения скорости на оси потока.

При анализе распределения касательных напряжений зависимость динамической скорости отличается от зависимости мгновенной скорости. Она выражается уравнением

$$V_{\rm g} = 0,01 \ U \, {\rm Re}_x^{0,75}.$$

Поперечный градиент статического давления *dP/dr* – изменение статического давления на единицу поперечного размера потока, или производная от статического давления по направлению r.

**Продольный градиент** давления *dP/dx* или *dP/dl* – производная от статического давления по направлению движения, взятая с обратным знаком.

Пограничный слой – поле, образованное движущейся сплошной вязкой средой, характеризующееся изменением скорости в поперечном направлении потока. Применительно к потокам в цилиндрических трубопроводах это понятие охватывает все поперечное сечение потока.

**Градиентно-скоростное поле** (ГСП) – поле, образованное движущейся сплошной вязкой средой, характеризующееся наличием градиента скорости в поперечном направлении потока.

Энергетический потенциал среды – запас механической энергии единицы массы сплошного тела, выраженный величиной кинетической энергии теплового движения молекул во всех его формах (линейное движение молекул, вращательное движение молекул, колебательное движение молекул) в заторможенном состоянии. В соответствии с законом сохранения энергии между скоростью движения молекул в потоке сплошной среды и скоростью ее движения существует зависимость в виде

$$C_0^2 = C^2 + V^2$$
,

где  $C_0$  – среднеквадратичная скорость теплового движения молекул в заторможенной среде; C – среднеквадратичная скорость теплового движения молекул в координатах, перемещающихся вместе со средой; V – мгновенная скорость движения среды в исследуемой точке (или скорость перемещения координат).

Направление координатных осей *x* – совпадает с направлением движения, размещается на оси потока, если таковая имеется; *y* – поперечное горизонтальное направление, перпендикуляр к оси потока, направленный горизонтально; *z* – вертикальная ось поперечного сечения горизонтального потока.

Дисперсионная среда – сплошная или внешняя фаза (компонент) двухфазной или двухкомпонентной смеси.

Дисперсная фаза – внутренняя или дискретная фаза (компонент) двухфазной или двухкомпонентной смеси.

Фаза, фазовое состояние среды – в рамках рассматриваемой задачи мы имеем дело с твердыми, жидкими и газообразными веществами. Смеси двух и более нерастворимых жидкостей относим к однофазному многокомпонентному состоянию.

Структуры течения – ламинарная, турбулентная, автомодельная (по коэффициенту гидравлического трения).

Ламинарная структура – структура течения сплошной среды, характеризующаяся низкой напряженностью градиентно-скоростного поля. Эта структура течения не имеет поперечного переноса вещества в виде отдельных струй, направленных поперек основного движения.

**Турбулентная структура** – структура течения сплошной среды при высокой напряженности градиентно-скоростного поля. Она характеризуется активным поперечным переносом вещества под действием поперечного градиента статического давления.

Автомодельный режим движения – турбулентная структура движения сплошной среды, характеризующаяся постоянной динамической скоростью среды, равной среднеквадратичной скорости теплового движения молекул, во всей области существования этого режима. Возникновение автомодельного режима движения не сопряжено с шероховатостью стенок трубопровода, оно определяется предельным значением касательных напряжений на стенках трубопровода.

Структурные формы движения двухфазной смеси – расслоенный поток, диспергированный или эмульсионный поток.

Расслоенный поток – поток двухфазной или двухкомпонентной смеси в условиях низкой напряженности градиентно-скоростного поля. Максимальный поперечный градиент давления в расслоенном потоке меньше разности удельных весов дисперсной фазы и дисперсионной среды.

Диспергированный или эмульсионный поток – гомогенный поток двухфазной или двухкомпонентной смеси, характеризующийся значениями поперечного градиента давления, превышающими разность удельных весов транспортируемых фаз или компонентов смеси.

Физическая модель процесса или явления – определение движущей силы взаимодействия элементов исследуемой системы друг с другом или с внешними элементами, соответствующей известным законам физики.

Математическая модель процесса или явления – математическое описание результата взаимодействия элементов системы друг с другом или с внешними элементами. Математическая модель может быть эмпирической в условиях отсутствия физической модели, или аналитической при наличии завершенной физической модели.

Напряженность градиентно-скоростного поля – можно выделить продольную напряженность поля, равную продольному градиенту статического давления в потоке, поперечную напряженность, равную поперечному градиенту статического давления в потоке вязкой среды, объемную напряженность, равную отношению поперечного градиента к продольному градиенту статического давления.

Продольная напряженность имеет постоянное значение по всему поперечному сечению потока. Поперечная напряженность распределена неравномерно, у стенок канала и на оси потока она равна нулю, на расстоянии 0,577 радиуса от оси потока – максимальное значение. Отношение поперечной напряженности к удельному весу дисперсионной среды выражается критерием Фруда. Величина объемной напряженности выражается критерием Рейнольдса.

**Расчетный профиль трассы трубопровода** – упрощенное представление трассы трубопровода, состоящего из одного опускного, одного подъемного и не более двух горизонтальных участков.

**Коэффициент рельефа** *R* – отношение протяженности восходящих участков трассы к протяженности всей трассы трубопровода.

### ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ ГРАДИЕНТНО-СКОРОСТНОГО ПОЛЯ

#### 1.1. Свойства сплошных сред

В качестве сплошных сред рассматриваются газообразные и жидкие среды.

Газообразная среда представляет собой тело, характеризующееся равномерным распределением массы, высокой подвижностью молекул, незначительным потенциалом сил межмолекулярного взаимодействия, большим расстоянием между молекулами, почти линейной зависимостью плотности от давления. В газообразном состоянии расстояния между молекулами значительно больше размера молекул, молекулы находятся в хаотическом движении. Распределение скоростей движения молекул описывается известным соотношением Максвелла [5].

При разработке модели мы будем использовать усредненные параметры молекулярного движения, полученные на основе статистических методов исследования энергетического состояния среды как множества материальных точек, находящихся в постоянном движении [6].

Каждая отдельно взятая молекула не является представителем сплошной среды, так как она движется прямолинейно между соударениями с другими молекулами в неопределенном направлении. Ее движение происходит в абсолютном вакууме при температуре, равной нулю по Кельвину. Такие понятия, как температура и давление, к отдельной молекуле или к их малому числу не применимы. Для оценки термодинамического состояния среды вводится понятие об элементарном объеме сплошной среды в виде шара, куба или параллелепипеда, поперечный размер которого значительно превосходит среднюю длину свободного пробега молекул, содержащем в себе большое множество молекул.

Такой элементарный объем является типичным представителем сплошной среды, так как его термодинамические параметры отличаются от параметров окружающей среды на величину бесконечно малую.

Жидкое состояние среды характеризуется более высокой плотностью распределения массы в пространстве, занятом ею, значительно меньшим расстоянием между молекулами, значительным потенциалом сил межмолекулярного взаимодействия, пренебрежимо малой зависимостью плотности от давления. Если объем жидкости меньше объема сосуда, то разность этих объемов остается свободной от жидкости. В жидких средах молекулы совершают колебательные движения в пределах расстояния между соседними молекулами около узлов динамического равновесия, затем под воздействием окружающих частиц они скачкообразно меняют место равновесия, перемещаясь при этом на расстояние порядка размера молекул. Таким образом, молекулы жидкости можно разделить на две группы: одна из них газоподобна и совершает беспорядочные перемещения (кочующие молекулы), другая – находится в колебательном движении (оседлые молекулы). Между количеством кочующих и оседлых молекул существует динамическое равновесие, определяемое температурой среды. При увеличении температуры доля кочующих молекул увеличивается.

Характеризуя сплошную среду на молекулярном уровне, мы будем оперировать усредненными показателями, такими как плотность среды, среднеквадратичная скорость движения молекул. Действительное распределение молекул по направлениям движения равновероятно, в этом смысле график скоростей движения молекул в элементе среды представляет собой сферическое тело с равновероятным распределением плотности потока молекул, тем не менее для упрощения расчетов мы будем иногда представлять его как пространственный крест, направления осей которого совпадают с направлениями координатных осей, и вдоль каждого из этих направлений движется одна шестая часть количества молекул в прямом и столько же в обратном направлении координатной оси.

#### 1.2. Параметры сплошной среды

Давление и температура являются основными термодинамическими параметрами, которые характеризуют состояние среды. Кинетическая теория идеального газа дает нам следующую зависимость давления от плотности распределения среды и скорости теплового движения молекул

$$P = \frac{1}{3} n_0 m C_0^2 \tag{1.1}$$

где  $n_0$  – количество молекул в единице объема; m – масса молекулы;  $C_0$  – среднеквадратичная скорость движения молекул. 20

Произведение  $n_0 m = \rho_0$ , следовательно

$$P = \frac{1}{3} \rho_0 C_0^2, \qquad (1.2)$$

здесь  $\rho_0$  – плотность газа.

Температура газа однозначно определяется среднеквадратичной скоростью теплового движения молекул и их массой

$$T = \frac{1}{3} m C_0^2 / k \tag{1.3}$$

Совместное решение уравнений (1.2) и (1.3) приводит к зависимости

$$P = n_0 kT$$
,

где k — множитель, выражающий соотношение между единицей энергии и единицей температуры, который называется постоянной Больцмана. Давление определяется количеством кинетической энергии движения молекул, находящихся в единице объема исследуемого пограничного слоя. Оно зависит от плотности распределения среды и скорости движения молекул. Температура среды определяется кинетической энергией движения молекул, она не зависит от плотности среды.

#### 1.3. Энергетический потенциал среды

При разработке модели пограничного слоя нас, в первую очередь, будет интересовать распределение механической энергии в поле, образованном пограничным слоем. Рассматривая пограничный слой как поле, будем иметь в виду только его стационарные состояния, т. е. такие состояния, когда его параметры стабильны и не зависят от времени. Переход параметров из одного состояния в другое происходит как бы скачкообразно, динамика перехода нами исключается из рассмотрения в целях упрощения анализа.

Пограничный слой активной среды представляет собой термодинамически равновесную систему, если отсутствует теплообмен с внешней средой и если отношение его поперечного размера к продольному ограничено соотношением

$$B/L \le C_0 / U,$$

где *В* и *L* – соответственно поперечный и продольный размеры слоя;

 $C_0$  – среднеквадратичная скорость движения молекул;  $U_c$  – среднерасходная скорость движения среды.

Идеализируя среду, мы ограничимся учетом только линейных скоростей теплового движения молекул, полагая, что энергия вращательного и колебательного движений сложных молекул будет кратно увеличивать общий запас энергии молекул, не изменяя качественной картины, наглядности представлений и существа выявленных зависимостей.

Как следует из уравнения (1.1), запас кинетической энергии, отнесенной к единице объема среды, однозначно определяется количеством вещества в единице объема, т. е. ее плотностью и скоростью теплового движения молекул. Плотность идеального газа зависит от давления

$$\rho = \rho_0 P/P_0.$$

Когда мы говорим о распределении энергетического потенциала в пространстве, занятом сжимаемой средой, имеем в виду, что плотность среды оказывает существенное влияние на величину потенциала. Однако в законах сохранения энергии нас чаще всего интересует ее распределение не в объеме, а в массе вещества, тогда возникает необходимость в соотношении количества энергии к количеству вещества. Объемный энергетический потенциал

$$E_{\phi} = 0.5 \rho C_0^2$$
.

Массовый энергетический потенциал

$$E_{\rm m} = 0.5 C_0^2$$
.

Рассмотрим систему, заполненную смесью двух газов, имеющих различную молекулярную массу  $M_1$  и  $M_2$ . Так как система находится в термодинамическом равновесии, температура среды в этой системе имеет постоянное значение. В соответствии с уравнением (1.3) среднеквадратичные скорости движения молекул  $C_1$  и  $C_2$ найдем из соотношения

$$0,5m_1 C_1^2 = 0,5m_2 C_2^2 = 1,5k T.$$

Замечаем, что чем больше молекулярная масса среды, тем больше масса молекулы, так как один моль любого вещества содержит одинаковое количество молекул. Следовательно, чем больше масса молекулы, тем меньше квадрат скорости ее теплово-22 го движения. Однако кинетическая энергия теплового движения молекул, независимо от их массы, имеет одно и то же значение, определяемое температурой среды. Отсюда следует весьма важный вывод. При одинаковой температуре кинетическая энергия теплового движения молекул любых газов равна постоянной величине, независимо от того, составляют ли эти газы общую смесь, или разделены непроницаемой перегородкой.

## 1.4. Взаимосвязь скорости среды и скорости теплового движения молекул

Уровень механической энергии среды определяется кинетической энергией теплового движения молекул. Необходимо выявить влияние движения среды на скорость теплового движения молекул. По данным Г.Н. Абрамовича [2], максимальная скорость движения среды достигается в том случае, когда теплосодержание в потоке равно нулю, т. е. когда полное теплосодержание газа целиком преобразуется в кинетическую энергию его движения

$$V_{\rm M}^{2} = 2i_0,$$

где  $i_0$  – теплосодержание среды при температуре торможения  $T_0$ .

Для определения величины максимальной скорости среды Г.Н. Абрамович рекомендует зависимость

$$V_{\rm M} = a_0 \left[ 2/(k-1) \right]^{0.5}, \tag{1.4}$$

где *a*<sub>0</sub> – скорость звука в заторможенной среде.

$$a_0 = (kP_0/\rho_0)^{0.5}$$

где *k* – показатель адиабаты; *P*<sub>0</sub> – давление торможения; р<sub>0</sub> – плотность газа при параметрах торможения.

Подстановка значения скорости звука в уравнение (1.4) дает следующую зависимость максимальной скорости среды

$$V_{\rm M} = \left(\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{P_0}{r_0}\right)^{0.5}$$

Преобразуя уравнение молекулярно-кинетической теории газов (1.1), найдем зависимость среднеквадратичной скорости движения молекул в заторможенной среде

$$C_0 = (3P_0/\rho_0)^{0.5}.$$
 (1.5)

23

Сравнивая максимально возможную скорость среды со среднеквадратичной скоростью теплового движения молекул, приходим к неожиданному результату

$$V_{\rm M}/C_0 = \left(\frac{2}{3}\frac{k}{k-1}\right)^{0.5}.$$
 (1.6)

Отношение  $V_{\rm M}/C_0$  не должно отличаться от единицы, так как в противном случае не выполняется закон сохранения механической энергии в рассматриваемой изолированной системе. В самом деле, преобразование полного теплосодержания среды в кинетическую энергию ее движения выявляет полный запас энергии ее движения на уровне

$$E_V = (\rho_0 V_{\rm M}^2/2)$$

Полный запас кинетической энергии теплового движения молекул в заторможенной среде

$$E_C = \rho_0 C_0^2 / 2.$$

Если система изолирована и не имеет обмена энергией с внешней средой, должно соблюдаться условие:  $E_V = E_C$ , а это возможно только при  $V_m = C_0$ , в связи с этим мы полагаем уравнение (1.6) некорректным.

Рассмотрим этот же вопрос с помощью анализа изменения теплосодержания среды. По данным Г.Н. Абрамовича

$$i_0 = i + 0.5V^2, \tag{1.7}$$

где  $i_0$ , i – теплосодержания соответственно заторможенной среды (при V = 0) и среды, движущейся со скоростью V. Максимальная скорость среды соответствует значению i = 0, т. е.

$$V_{\rm M} = (2i_0)^{0.5}. \tag{1.8}$$

Если в уравнение (1.8) подставить

$$i_0 = C_p T_0$$
,

где  $c_p = c_v + R$  при  $RT_0 = P_0/\rho_0$ , получим следующую зависимость для  $V_m$ :

$$V_{\rm M} = (5P_0/\rho_0)^{0.5}, \tag{1.9}$$

здесь  $c_p$  и  $c_v$  – удельная теплоемкость соответственно при постоянном давлении и постоянном объеме; R – газовая постоянная.

Сравнивая уравнения (1.9) и (1.5), замечаем, что предельная скорость среды  $V_{\rm M} = 1,29C_0$ . Полученный результат противоречит закону сохранения энергии. Механическая энергия движения активной среды не может быть больше энергии теплового движения молекул при параметрах торможения. Противоречие устраняется, если в уравнении (1.8) вместо теплосодержания  $i_0 = (c_v + R)T_0$  использовать значение энергии теплового движения молекул

$$u=c_v T_0,$$

где  $c_v = 1,5R$ .

Замена  $i_0$  на *и* в уравнении (1.8) приводит его в соответствие с законом сохранения энергии

$$V_{\rm M} = (3RT_0)^{0.5}$$
 или  $V_{\rm M} = (3P_0/\rho_0)^{0.5}$ .

В этом случае обеспечивается равенство  $V_{\rm M} = C_0$  и закон сохранения энергии строго соблюдается.

Анализ уравнения (1.7) показывает, что полное преобразование тепловой энергии среды в кинетическую энергию ее движения возможно только в том случае, если температура среды в потоке достигнет абсолютного нуля. Теоретически такое состояние возможно, если скорость движения среды окажется равной среднеквадратичной скорости движения молекул в заторможенной среде. Энергетический потенциал единицы массы среды в этом случае будет равен потенциалу теплового движения молекул,

$$0.5\rho_0 C_0^2 = 0.5 V_{\rm M}^2 \rho_0. \tag{1.10}$$

Анализ уравнения (1.10) приводит к выводу о том, что направленное движение среды является частным случаем теплового движения молекул.

Если рассмотреть механику хаотического движения молекул на фоне переносного движения среды, то, перемещаясь вместе со средой, т. е. участвуя в переносном движении со скоростью V, тепловое движение молекул будет восприниматься как относительное и его параметры будут отличаться от параметров движения молекул в неподвижной (заторможенной) среде.

На рис. 1.1 представлена схема, поясняющая картину сложения скоростей переносного и относительного движений молекул активной среды. Среда перемещается в направлении оси *x* со скоростью *V*. Одна шестая часть общего количества молекул, перемещающихся вдоль оси у со скоростью  $C_0$ , определяемой температурой торможения среды  $T_0$  в своем движении отклоняется от оси у на угол  $\alpha$ , однако величина среднеквадратичной скорости молекул при этом сохраняет свое значение, так как она определяется температурой торможения в соответствии с уравнением (1.3). Точно также ведут себя группы молекул, совершающих движение вдоль оси минус у, вдоль оси плюс-минус z. К рассмотрению механизма сложного движения среды и молекул, совершающих движение вдоль оси x, из-за его сложности обратимся позже в разделе 1.5, хотя результаты анализа и в этом случае совпадают с результатами анализа движения группы молекул вдоль оси y. Из рис. 1.1 непосредственно следует, что

$$C_0^2 = C^2 + V^2, (1.11)$$

где  $C_0$  – среднеквадратичная скорость движения молекул в заторможенной среде; C – среднеквадратичная скорость относительного движения молекул. При  $V = C_0$  C = 0; V – скорость движения среды, направление которого совпадает с направлением оси x.



Уравнение (1.11) не нарушает баланса механической энергии, так как

$$0.5\rho_0 C_0^2 = 0.5\rho_0 C^2 + 0.5\rho_0 V^2.$$

Для наблюдателя, перемещающегося вместе со средой, величина среднеквадратичной скорости  $C < C_0$ , а при  $V = C_0$  скорость C = 0. Интересно отметить тот факт, что при измерении температуры в потоке неподвижным прибором мы всегда фиксируем темпе-26

ратуру торможения  $T_0$ , соответствующую скорости теплового движения молекул  $C_0$ . Температуру среды в потоке можно измерить только прибором, находящимся в относительном покое со средой. При этом прибор будет взаимодействовать со средой, молекулы которой имеют скорость относительного движения C и показания этого прибора будут значительно отличаться от температуры торможения  $T_0$ , так как  $C < C_0$ . На это обстоятельство обращает наше внимание Г.Н. Абрамович [2].

В заключение необходимо отметить, что аналогично обстоит дело с измерением давлений. Неподвижный прибор фиксирует полное давление или давление торможения среды, если измерительная плоскость отборного устройства параллельна вектору мгновенной скорости среды. Статическое давление в потоке можно измерить только приборами, находящимися в относительном покое со средой, при этом ориентация прибора значения не имеет.

#### 1.5. Взаимосвязь полного и статического давлений в потоке

Физическая модель пограничного слоя разрабатывается с учетом следующих основных положений, ряд из которых в литературе трактуется не однозначно.

Под полным давлением среды  $P_0$  мы понимаем напряжение сжатия среды при ее торможении. Отбор полного давления должен производиться неподвижным устройством, измерительная плоскость которого параллельна направлению вектора мгновенной скорости среды в потоке.

Под статическим давлением P мы понимаем напряжение сжатия среды, отбираемое устройством, находящимся в относительном покое со средой (методом активного зондирования), при этом направление измерительной плоскости отборного устройства значения не имеет.

Под скоростным давлением  $P_c$  мы понимаем дополнительное напряжение сжатия среды (сверх статического давления), возникающее при торможении среды плоскостью с углом атаки, равным нулю градусов.

Под динамическим давлением  $P_{\mu}$  мы понимаем дополнительное напряжение сжатия (сверх полного давления), возникающее на

границе раздела фаз при угле атаки, равном 90°. Динамическое давление не характеризует состояние среды, оно является результатом взаимодействия тел, вызванным их инертностью.

Полное давление среды или давление торможения *P*<sub>0</sub> является суммой статического и скоростного давлений.

Критическое давление *P*<sub>к</sub> есть сумма полного и динамического давлений среды (в передней критической точке).

Наши определения полного и статического давлений соответствуют определениям Р. Пэнхерста и Д. Холдера [7]. Мы не можем принять их определений динамического давления и давления торможения, последнее из которых определяется как давление в передней критической точке.

Из приведенных нами определений следует, что измерить статическое давление в потоке с помощью неподвижного отборного устройства невозможно. Встречающиеся в литературе данные о так называемом "статическом зондировании" потоков с помощью трубок Пито, являются широко распространенным заблуждением, в котором произошла подмена понятий: полное давление называют статическим, а давлением торможения называют сумму полного и динамического давлений в передней критической точке тел, введенных в поток для его пассивного зондирования. Эти явления в дальнейшем будут рассмотрены более детально.

Использование статистических методов расчета дает право упростить модель теплового движения молекул. Представим себе упорядоченное движение молекул как частный случай хаотического движения, при котором в неподвижной среде в направлении каждой координатной оси движется группа молекул в количестве одной трети общего их количества со среднеквадратичной скоростью  $C_0$ . При этом половина молекул из группы движется в положительном направлении оси, вторая половина — во встречном направлении.

Молекулярно-кинетическая теория газов устанавливает следующие основные зависимости параметров среды [5, 41]

$$P_0 = \frac{1}{3} n_0 m C_0^2. \tag{1.12}$$

$$T_0 = \frac{1}{3} m C_0^2 / k. \tag{1.13}$$

28

Имея в виду, что  $mn_0 = \rho_0$ , найдем значение среднеквадратичной скорости движения молекул из уравнения (1.12)

$$C_0 = (3P_0/\rho_0)^{0.5}$$

Механическая энергия молекул определяется их массой и скоростью движения

$$E_0 = 0.5 \rho_0 C_0^2$$
.

Кинетическая энергия движения среды является частью энергии теплового движения молекул. Она равна

$$E_{\kappa}=0,5\rho_0 V^2.$$

Баланс механической энергии единицы массы среды можно представить в виде

$$E_0 = E_{\kappa} + E_{\pi},$$

где  $E_{\rm n} = 0.5 \rho_0 C^2$  – потенциальная энергия среды в потоке; C – среднеквадратичная скорость относительного движения молекул (в координатах, совершающих движение вместе со средой).

В потоке теплосодержание среды преобразуется в кинетическую энергию ее движения [2]. Предельная скорость движения среды соответствует полному переходу механической энергии теплового движения молекул в кинетическую энергию движения среды, при котором  $E_n = 0$ . В этом случае  $E_{\kappa} = E_0$ , откуда следует

$$V_{\rm M} = C_0$$
 или  $V_{\rm M} = (3P_0/\rho_0)^{0.5}$ .

В неподвижной среде  $E_{\kappa} = 0$ ,  $E_{\pi} = E_0$ , давление равно полному давлению среды

$$P_0 = \frac{1}{3} \rho_0 C_0^2.$$

Найдем влияние скорости среды на ее статическое давление.

Создадим градиент скорости в направлении оси x (-dP/dx), под действием которого среда будет перетекать вдоль оси x со скоростью V. Ламинарный режим движения характеризуется тем, что направление вектора мгновенной скорости среды совпадает с направлением ее движения (оси x), величина скорости V значительно меньше среднеквадратичной скорости движения молекул  $C_0$ . Используя правило суперпозиции, найдем распределение скорости

молекул по направлениям координатных осей x, y и z в ламинарном потоке.

На рис. 1.1 представлено разложение вектора абсолютной скорости  $C_0$  на две составляющие: V – переносную скорость, равную скорости движения среды, и C – относительную скорость движения молекул в координатных осях, перемещающихся вместе со средой. Это разложение выполнено для группы молекул, совершающих движение в неподвижной среде вдоль оси y в положительном ее направлении. Так как среднеквадратичная скорость движения молекул  $C_0$  определяется только температурой торможения активной среды (1.13) при  $V \neq 0$  вектор  $C_0$  будет отклоняться от направления оси y тем больше, чем больше скорость среды V. Конец вектора  $C_0$  при увеличении скорости V описывает дугу окружности, радиусом, равным  $C_0$ . Разность векторов  $C_0$  и V образует вектор относительной скорости молекул C

$$\overline{C} = \overline{C_0} - \overline{V}$$
, или  $C^2 = C_0^2 - V^2$ . (1.14)

В координатах, перемещающихся вместе со средой, среднеквадратичная скорость движения молекул в направлении оси у воспринимается как вектор C (V = 0), величина которого меньше  $C_0$ .

Анализ движения группы молекул в направлении оси z выявляет аналогичную картину. Для нее также справедливо уравнение (1.14).

Иначе воспринимается картина движения молекул в группе, совершавшей в неподвижной среде движение вдоль оси *х*.

На рис. 1.2 представлена диаграмма, поясняющая изменение параметров движения этой группы молекул.



Рис. 1.2. Диаграмма продольного движения молекул в потоке сплошной среды

В потоке среды молекулы этой группы совершают скачкообразное движение: время  $\tau_1$  они перемещаются в направлении плюс 30

*х* со скоростью  $C_0$  и проходят путь  $S_1$ , время  $\tau_2$  они движутся в обратном направлении с такой же скоростью  $C_0$  и проходят путь  $S_2$ . Перемещение среды в направлении оси *х* происходит за счет того, что  $S_1 > S_2$ . Один цикл перемещения (вперед и назад) они совершают за время  $2\tau_0$ , равное удвоенному периоду между столкновениями молекул. Для неподвижной среды V = 0;  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_0$ . В движущейся среде время между соударениями молекул зависит от направления их движения, при попутном движении молекул и среды сближение молекул происходит со скоростью  $C_0 - V$ , при встречном со скоростью  $C_0 + V$ . Из этих рассуждений следует, что при

$$V = C_0; \tau_1 = 2 \tau_0; \tau_2 = 0.$$

Принимая скорость среды как часть среднеквадратичной скорости движения молекул

$$V = \beta C_0$$

где β изменяется от нуля до единицы, продолжительность попутного движения находим из зависимости (см. рис. 1.2)

$$\tau_1 = \tau_0 (1 + \beta), \tag{1.15}$$

для встречного движения  $\tau_2 = \tau_0 (1 - \beta).$  (1.16)

Зависимость давления от скорости среды найдем с помощью анализа энергетического уровня среды. Для группы молекул, совершающей движение вдоль оси *x*, скорость сближения молекул в координатах, перемещающихся вместе со средой, в первой фазе (движение молекул в направлении плюс *x*)

$$V_1 = C_0(1-\beta).$$

Сближение молекул происходит за время  $\tau_1$ , определяемое уравнением (1.15). Во второй фазе (обратное движение)

$$V_2 = C_0(1+\beta),$$

время сближения определяется уравнением (1.16). Средняя кинетическая энергия молекулы за два сближения (движение вперед и назад) определяется зависимостью

$$E_{\pi} = [0.5mC_0^2(1-\beta)^2 \tau_0(1+\beta) + 0.5mC_0^2 (1+\beta)^2 \tau_0(1-\beta)]/2\tau_0$$
  

$$E_{\pi} = 0.5mC_0^2(1-\beta^2).$$
(1.17)

Энергия молекулы, соответствующая скоростному давлению

$$E_{\rm K} = 0.5mV^2, E_{\rm K} = 0.5m\,\beta^2 C_0^2. \tag{1.18}$$

Энергия полного давления  $E = E_{\pi} + E_{\kappa}$ . (1.19)

После подстановки слагаемых в последнее уравнение (1.19) получаем

$$E = 0.5mC_0^2$$
.

Как видим, кинетическая энергия молекул, совершающих движение вдоль оси *x*, в потоке среды равна кинетической энергии их теплового движения в неподвижной среде.

К аналогичному выводу приходим и при анализе энергии молекул, совершающих движение вдоль осей у и *z*.

Как следует из анализа рис. 1.1 и уравнения (1.17), энергия, соответствующая статическому давлению среды, измеряемому при относительном покое отборного устройства и среды, равна

$$E_{\pi} = 0.5mC^2, \tag{1.20}$$

где  $C^2 = C_0^2 - V^2$ . Скоростное давление среды определяется энергией (1.18). Сложив правые части уравнений (1.18) и (1.20), получаем энергию полного давления среды

$$E = 0.5mC_0^2. (1.21)$$

Независимо от направления движения молекул, кинетическая энергия среды в потоке определяется ее скоростью, а сумма энергии молекул, приходящейся на статическое давление, и кинетической энергии среды равна энергии поступательного движения молекул в неподвижной среде.

Из уравнения (1.21) следует, что энергетический потенциал в любой точке поперечного сечения пограничного слоя равен постоянной величине, определяемой энергией поступательного движения молекул в заторможенной среде. Это положение является базой для разработки модели пограничного слоя.

Существующая модель, в отличие от разрабатываемой, исходит из постоянства статического давления в поперечном сечении пограничного слоя. Это положение противоречит условию термодинамической стабильности системы, так как основано на неоднородности энергетического поля из-за различия в уровнях кинетической энергии среды, связанного с ее переменной скоростью. Для того, чтобы обеспечивалось постоянство статического давления в поперечном сечении пограничного слоя необходимо сохранить постоянным значение относительной скорости C в уравнении (1.14). Это условие выполнимо только в том случае, когда при изменении скорости V изменяется и среднеквадратичная скорость движения молекул  $C_0$ . Если учесть, что  $C_0$  определяется только температурой среды, то условие C = сonst невыполнимо.

Найдем, какую часть составляет энергия, связанная с проявлением статического давления в потоке, в общем энергетическом потенциале среды. Как следует из уравнений (1.17) и (1.21)

$$E_{\rm m}/E=1-\beta^2.$$

Это уравнение справедливо для всего множества молекул, совершающих движение в направлении осей *x*, *y* и *z*. Таким образом, для всего множества молекул, образующих неподвижную среду или ее поток, энергия статического давления определяется зависимостью

$$E_{\pi} = E(1 - \beta^2).$$

Очевидно, что при изменении скорости среды от нуля до  $C_0$  доля энергии, приходящейся на статическое давление, изменяется от единицы до нуля. С ростом скорости движения среды величина абсолютной скорости движения молекул в активном слое  $C_0$  со-храняется постоянной.

Исследуем параметры среды в потоке. На рис. 1.3 представлен элементарный объем среды в виде параллелепипеда.



Рис. 1.3. Элементарный объем среды в потоке

Координатные оси перемещаются вместе со средой. Найдем величину статического давления в потоке, создаваемого молекулами, совершающими движение вдоль оси *x*, на плоскость *yz*. Движение молекул слева направо по отношению к координатным осям происходит со скоростью  $C_1 = C_0(1 - \beta)$ , время движения до соударения молекул  $\tau_1 = \tau_0(1 + \beta)$ . Аналогично для молекул обратного направления

$$C_2 = C_0(1+\beta), \tau_2 = \tau_0(1-\beta).$$

Путь, пройденный молекулами в движениях направо и налево одинаковый, так как координатные оси находятся в относительном покое со средой, следовательно имеем равенство

 $C_0(1-\beta) \tau_0(1+\beta) = C_0 (1+\beta) \tau_0(1-\beta).$ 

Произведение  $C_0 \tau_0(1 - \beta^2)$  принимаем в качестве размера ребра элемента, параллельного оси *x* (см. рис. 1.3). Размеры ребер вдоль осей *y* и *z* принимаем равными  $\tau_0 C$ .

Импульс, вносимый молекулами, совершающими движение слева направо, равен произведению массы одной шестой части количества молекул, находящихся в элементарном объеме, на скорость

$$nmC_0 \tau_0(1-\beta^2) C^2 \tau_0^2 C_0(1-\beta)/6.$$

После соударения молекул в обратном направлении переносится импульс

$$nmC_0 \tau_0(1-\beta^2) C^2 \tau_0^2 C_0(1+\beta)/6.$$

Изменение импульса в проекции на ось х составит

$$nmC_0^2 \tau_0^3 (1-\beta^2) C^2/3 = F \tau_0.$$

Разделив обе части последнего уравнения на площадь поперечного сечения элемента и время  $\tau_0$ , получим

$$P = nmC_0^2 (1 - \beta^2)/3.$$

Замечаем, что отношение статического давления к полному давлению в плоскости уг составляет

$$P/P_0 = 1 - \beta^2. \tag{1.22}$$

Найдем давление на боковые грани параллелепипеда в плоскостях *ху* и *xz*. Импульс, переносимый молекулами, приближающимися к грани, равен

$$nm \tau_0 C_0(1-\beta^2) \tau_0^2 C^3/6.$$

Импульс встречного потока молекул такой же по величине, но имеет обратное направление. Изменение импульса за время  $\tau_0$  в проекциях на оси *y* и *z* составит

$$nm \tau_0 C_0(1-\beta^2) \tau_0^2 c^3/3 = F \tau_0.$$

Разделив обе части уравнения на площадь поперечного сечения элемента и  $\tau_0$ , найдем статическое давление

 $P = nmC^2/3.$ После подстановки  $C^2 = C_0^2(1 - \beta^2)$  получим  $P = nmC_0^2(1 - \beta^2)/3.$ 

Последнее уравнение определяет величину статического давления в потоке на грани элемента, параллельные оси *х*. Здесь также соблюдается условие

$$P/P_0 = 1 - \beta^2. \tag{1.23}$$

Сравнивая уравнения (1.22) и (1.23) убеждаемся в том, что величина статического давления в потоке не зависит от направления движения среды. Это говорит о том, что при измерении статического давления в потоке ориентация измерительной плоскости отборного устройства значения не имеет. Вспомним, что при зондировании потоков неподвижными трубками Пито-Прандтля давления, отбираемые этими устройствами, зависят от ориентации измерительной плоскости. Этот факт убедительно доказывает невозможность измерения статического давления неподвижными отборными устройствами.

Если полное давление в потоке равно сумме статического и скоростного давлений, то, зная значение полного и статического давлений, найдем величину скоростного давления  $P_c$ 

$$P_{\rm c} = P_0 \ \beta^2$$
или  $P_{\rm c} = rac{1}{3} \ 
ho_0 V^2.$ 

Как видим, вывод молекулярно-кинетической теории газов о соотношении уровня кинетической энергии движения молекул и давления среды, является универсальным. Скоростное давление также равно двум третям кинетической энергии движения среды. Отношение давления к соответствующему виду механической энергии равно двум третям.

В заключение необходимо отметить, что неподвижными отборными устройствами, возмущающими поток, нельзя измерить статическое давление. Как следует из анализа рис. 1.1, скорость среды на поверхности неподвижного отборного устройства равна нулю, в результате чего вектор  $C_0$  переходит в положение оси y(z), не изменяя своей величины, так как она зависит только от температуры среды. Результатом такого измерения всегда будет полное давление среды  $P_0$ , если измерительная плоскость отборного устройства направлена параллельно направлению вектора скорости среды. Если параллельность не соблюдена, то к величине полного давления добавится часть динамического давления среды.

## 1.6. Применение закона сохранения энергии к анализу динамики сплошной среды

Закон гидростатики формулируется в виде

$$P + \gamma z = C_1. \tag{1.24}$$

На рис. 1.4 представлено распределение гидростатического давления по высоте резервуара, наполненного жидкостью. Значение постоянной  $C_1$  в уравнении (1.24) найдем при z = H $P_0 + \gamma H = C_1$ , следовательно

$$P = P_0 + \gamma (H - z). \tag{1.25}$$

Как следует из графика (см. рис. 1.4)  $C_1 = P_{M}$ , т. е. постоянная в уравнении (1.24) равна давлению на плоскость сравнения при z = 0.



Рис. 1.4. Распределение гидростатического давления в резервуаре

Чтобы найти распределение гидростатического давления в потоке рассмотрим движение элементарного объема жидкости dxdydzс ребрами dx, dy и dz. На выделенный элемент действуют следующие силы: сила давления, равная произведению градиента давле-
ния на объем элемента, сила веса, равная произведению удельного веса среды на объем элемента, и сила Архимеда, которая уравновешивает силу веса. Для упрощения расчета силы трения на гранях элемента не учитываются (идеальная жидкость).

Используя второй закон механики, составим уравнение движения элемента, приравняв силу давления к произведению массы элемента на ускорение

$$dxdydz \ r \ \overline{dV/dt} = -dxdydz \ \overline{dP/dS}$$
.

Разделив обе части уравнения на объем элемента, получим

$$p\overline{dV/d\tau} = -\overline{dP/dS} , \qquad (1.26)$$

здесь *dS* – элемент дуги траектории, по которой движется выделенный элемент жидкости.

Применив понятие производной по направлению [16, 36], выразим ускорение элемента через скорость и градиент скорости, т. е.

$$\overline{dV/d\tau} = \overline{\partial V/\partial\tau} + dV/dS \ \overline{dS/d\tau},$$
  
$$\overline{dV/d\tau} = \overline{\partial V/\partial\tau} + V \ \overline{dV/dS}.$$
 (1.27)

Первое слагаемое в правой части уравнения (1.27) выражает изменение скорости во времени при фиксированных координатах, т. е. локальное изменение и называется локальной производной. Так как мы условились рассматривать только стационарные поля, в которых параметры не зависят от времени, это слагаемое обращается в ноль. Второе слагаемое является конвективной производной, так как оно характеризует изменение координат исследуемой точки в поле скоростей. С учетом зависимости (1.27) уравнение (1.26) приводится к виду

$$\rho V \overline{dV/dS} = -\overline{dP/dS} \, .$$

Умножив обе части уравнения на dS, получим

$$\rho V dV = -dP.$$

После некоторых преобразований уравнение приводится к виду

$$d(P + \rho V^2/2) = 0$$
или  
P + 0,5  $\rho V^2 = C_2.$  (1.28)

Уравнение (1.28) является выражением закона сохранения энергии для идеальной жидкости.

Полученная нами зависимость (1.28) выводилась для случая идеальной жидкости, так как при этом не учитывались силы трения на гранях элементарного объема. Силы вязкого трения приводят к активному обмену энергией между отдельными элементами среды, обеспечивая термодинамическое равновесие в системе. Обмен энергией на молекулярном уровне происходит на скоростях, близких к скорости движения молекул. Если скорость движения среды значительно отличается от среднеквадратичной скорости движения молекул и поперечный размер потока невелик, по сравнению с его длиной, можно говорить об устойчивой термодинамической однородности поля по каждому поперечному сечению пограничного слоя активной среды. Учитывая обмен энергией с внешней средой за счет теплообмена и трения потока о стенки, ограничивающие поток, уровень энергетического потенциала в поперечном сечении слоя будет отличаться от уровней в других сечениях на величину потерь энергии между сравниваемыми сечениями. Этим отличается реальная жидкость от идеальной.

Условия применимости уравнения (1.28) к реальной жидкости рассмотрим на примере системы, представленной на рис. 1.5. Система состоит из двух резервуаров большого объема – 1 и 2, насоса – 3 с трубопроводом, соединяющим резервуары, и трубопровода – 4, обеспечивающего самотечный возврат жидкости из резервуара – 1 в резервуар – 2. Линия *ааbb* представляет график гидродинамического давления в системе.



Рис. 1.5. Система резервуаров с циркулирующей жидкостью

Величинами скоростей жидкости в резервуарах пренебрегаем из-за их малости. Представленная на рис. 1.5 система находится в стационарном состоянии.

К резервуарам применим закон гидростатики (1.25). Для резервуара 1

$$P = P_{\rm a} + \gamma \,({\rm H}_1 - z).$$

Чтобы определить значение постоянной  $C_2$  в уравнении (1.28), решим его совместно с уравнением гидростатики (1.25), так как статика является частным случаем динамики при V = 0. Совместное решение приводит к следующему

$$C_2 = P_a + \gamma \left( \mathbf{H}_1 - z \right).$$

Подстановка постоянной C<sub>2</sub> в уравнение (1.28) дает зависимость параметров при движении жидкости

$$P + \gamma z + 0.5 \rho V^2 = P_a + \gamma H_1$$
 (1.29)

В правой части уравнения (1.29) сумма двух членов выражает величину давления на отметке плоскости сравнения при z = 0.

Для резервуара 2

$$P + \gamma z + 0.5 \rho V^2 = P_a + \gamma H_2.$$

Уравнение (1.29) без расшифровки правой части впервые введено Даниилом Бернулли в 1783 г.

На рисунке (1.5) плоскостями *m-m* и *n-n* отмечены границы потока. В этих плоскостях параметры жидкости, находящейся в резервуарах, и в трубопроводе отличаются незначительно. Параметры в этих плоскостях принимаем за граничные условия потока 4. Закон сохранения энергии для среды, составляющей поток, запишется в виде

$$P + \gamma z + 0.5 \rho V^2 = P_a + \gamma H - \gamma \Delta h_x, \qquad (1.30)$$

где  $\gamma \Delta h_x$  – сопротивление участка трубопровода от его начала до сечения х. Таким образом, закон сохранения энергии в виде (1.30) применим ко всему объему жидкости, заполняющей систему. В случае движения вязкой жидкости необходим учет потерь давления на преодоление сопротивления движению вязкой среды  $\gamma \Delta h_x$ . С учетом этого каждому поперечному сечению потока соответствует свое собственное значение постоянной, стоящей в правой части уравнения (1.28), которое отличается от постоянных в других сечениях на величину гидравлического сопротивления между ними. Так как граничные условия в сечениях *m-m* и *n-n* являются общими для всего множества элементарных струек, составляющих поток, уравнение (1.30) применимо ко всем струйкам этого потока, а не к одной из них. Это дает нам право применить закон сохранения энергии не только в продольном, но и в поперечном направлении пограничного слоя. Различие в анализе заключается в том, что исследование параметров потока в продольном его направлении должно проводиться с учетом гидравлических потерь, а в поперечном направлении потери давления отсутствуют, так как в соответствии с разрабатываемой моделью пограничного слоя энергетический потенциал среды в поперечном сечении потока активной среды равен постоянной величине.

Сумма трех членов уравнения (1.30), стоящих в его левой части, представляет распределение энергетического потенциала на:

• внутреннюю энергию давления, определяемую плотностью распределения вещества в пространстве и скоростью теплового движения молекул;

- потенциальную энергию положения среды;
- кинетическую энергию движения среды.

В этой связи важно отметить, что уровень кинетической энергии движения среды определяется абсолютной скоростью ее движения относительно неподвижных координат. Применительно к турбулентным течениям использование проекций на ось x скоростей хаотического движения среды в уравнении (1.30) лишено всякого смысла, так как это приводит к искажению характеристик энергетического поля пограничного слоя.

Рассмотрим некоторые положения по использованию закона сохранения энергии в поле сжимаемой среды, находящейся в движении. На рис. 1.6 представлена система, состоящая из двух резервуаров 1 и 2 большой вместимости, компрессора 3, холодильника 4 и трубопровода, обеспечивающего возврат газа из резервуара 1 в резервуар 2.

В резервуаре *1* устанавливается давление *P*<sub>1</sub> < *P*<sub>2</sub>. Разность давлений срабатывается в трубопроводе на преодоление сопротивлений движению.

При сжатии газ нагревается до температуры  $T > T_1$ , однако в холодильнике 4 происходит его охлаждение до температуры  $T_2 = T_1$ . Рассмотрим составляющие энергетического потенциала в представленной системе. Внутренняя энергия давления Р определяется распределением плотности среды (количества молекул газа в единице объема  $n_0$ ) и среднеквадратичной скоростью теплового движения молекул. Скорость движения молекул однозначно определяется температурой среды. Так как температура в резервуарах одинакова ( $T_1 = T_2$ ), то среднеквадратичные скорости движения молекул в них также одинаковы. Так как давление зависит от количества молекул в единице объема, то распределение внутренней энергии по объему также зависит от плотности среды. Если внутреннюю энергию относить к единице массы, а не объема, то она оказывается одинаковой во всей системе, кроме участка трубопровода между компрессором и холодильником, в котором внутренняя энергия единицы массы больше, чем в остальной части системы. Как видим, внутренняя энергия единицы массы газа при сжатии его в компрессоре не изменяется.



Рис. 1.6. Система резервуаров с циркуляцией сжимаемой среды

При движении газа по трубопроводу его внутренняя энергия также остается неизменной, если от газа не отбирается или к нему не подводится тепло.

Потенциальная энергия единицы массы определяется ее координатой z и, если вертикальные размеры резервуаров l и 2 одинаковы, то на каждом уровне (z = const) в обоих резервуарах она сохраняет одинаковые значения. Кинетическая энергия движения среды в резервуарах равна нулю, так как скорость движения газа в них пренебрежимо мала.

Как видим, распределение энергетического потенциала в массе газа по всей системе остается однородным. Энергия, затраченная на сжатие газа в компрессоре, не привела к увеличению потенциала массы газа, однако результатом сжатия газа явилось увеличение его плотности, что привело к более высокой концентрации энергии в единице объема системы.

В природе самопроизвольно протекают процессы, направленные на повышение однородности энергетических полей. Если реальное поле нельзя назвать идеально однородным, то в большом количестве процессов эти поля могут быть отнесены к условно однородным, так как при их анализе различиями в уровнях напряженности, с достаточной для инженерной практики точностью, можно пренебречь. Движущей силой процессов, приводящих к выравниванию напряженности поля в рассматриваемом случае, является неоднородность распределения массы в объеме анализируемой системы. Избыток давления в резервуаре 2 приводит к возникновению продольного градиента давления в трубопроводе, что, в соответствии со вторым законом механики, является причиной движения газа из резервуара 2 в резервуар 1. Если компрессор прекратит сжатие газа, то через некоторое время в результате нестационарного процесса (которые мы здесь не рассматриваем) произойдет выравнивание давлений и в системе установится промежуточное давление  $P_1 < P < P_2$ , в результате чего переток газа из резервуара 2 в резервуара 2 в резервуара 2 в резервуара 1.

При движении газа по трубопроводу в нем устанавливается стационарный сомкнутый пограничный слой, элементарные струйки которого находятся в строгом соответствии с уравнением (1.30), как в продольном направлении потока (с учетом гидравлических потерь по длине трубопровода), так и в поперечном направлении, для которого определяется собственное значение постоянного члена в правой части уравнения.

#### 1.7. Уравнение Бернулли и практика его использования

Уравнение Бернулли в виде

$$P + gZ + 0.5 \rho V^2 = \text{const}$$

нашло широкое применение в инженерной практике. Оно положено в основу теории и практики пневмометрических исследований потоков жидкости и газа, трубки Пито-Прандтля широко используются в авиационной технике, в лабораторных исследованиях и на промышленных установках. Тем не менее, в практике использования этого уравнения допускается ряд некорректных утверждений, которые противоречат известным теоретическим и экспериментальным исследованиям.

На одно из таких противоречий мы указывали, когда обсуждали вопрос о возможности измерения статического давления в потоке с помощью неподвижных отборных устройств. Этот вопрос имеет принципиальное значение, так как неверное толкование результатов эксперимента лишает здравого смысла любые исследования.

Подавляющее большинство авторов [1, 2, 11] утверждает, что уравнение Бернулли применимо только к единичной элементарной

струйке в продольном направлении. Хотя сами авторы, проявляя непоследовательность, иногда используют его и в поперечном направлении, как это делает, например, Л.Г. Лойцянский [1] при выводе уравнения подъемной силы крыла.

Ответ на вопрос о возможности использования уравнения Бернулли в поперечном направлении потока, содержится в самом уравнении, в правой его части. Если расшифровать постоянную интегрирования, то становится очевидным, что граничным условиям отвечает не одна элементарная струйка потока, а все множество струек, составляющих поток. Более того, как будет показано далее, его с успехом можно применить и в исследованиях турбулентных течений, так как закон сохранения энергии, несмотря на значительное отличие реальных сред от идеализированной жидкости, на практике выполняется очень строго.

Использование уравнения Бернулли при исследовании турбулентных течений в виде

$$P + gZ + 0.5\rho U^2 = \text{const},$$
 (1.31)

где U – проекция на ось x усредненной по времени скорости среды в исследуемой точке поперечного сечения турбулентного потока, некорректно, так как результаты таких исследований не могут быть обоснованы из-за отсутствия механической модели.

Поясним это на примере: в выводе уравнения (1.1) молекулярно-кинетической теории газов при учете энергии теплового движения молекул использованы все молекулы, находящиеся в единице объема газа. Если бы при этом учитывалась не абсолютная скорость движения молекул, а ее проекция на ось x, то давление среды оказалось бы значительно меньше полученного результата. Так же обстоит дело с исследованием турбулентных течений. Используя в уравнении Бернулли проекции скоростей среды на ось x, мы допускаем погрешность в оценке скоростного давления, которая существенно искажает полученный результат.

Рассмотрим геометрическую интерпретацию уравнения Бернулли, которая вошла во все учебники по гидравлике для ВУЗов, например в [14, 8], представленную на рис. 1.7.





Сумма трех членов уравнения (1.31) называется гидродинамическим напором, где Z – геометрический напор; P/g – статический или пьезометрический напор;  $0.5U^2/g$  – скоростной напор.

В качестве рабочей модели в гидравлике и гидродинамике принята интерпретация уравнения Бернулли, представленная на рис. 1.7. Суть этой модели заключается в том, что:

1. Плоскость статического напора совпадает с отметкой жидкости в неподвижных пьезометрах.

2. Скоростной напор является частью гидродинамического напора и равен  $0.5U^2/g$ .

По поводу первого положения необходимо заметить, что оно некорректно, так как отметка уровня жидкости в неподвижных пьезометрах не соответствует статическому напору. Как указывалось, для фиксации отметки статического напора необходимо обеспечить относительный покой отборного устройства и среды, при этом уровень жидкости в пьезометрах снизится на величину скоростного напора. Уровень жидкости в неподвижном пьезометре соответствует полному напору, а не статическому, потому что за счет сил вязкого трения вся поверхность пьезометрической трубки покрыта неподвижной средой, в которой, в соответствии с уравнением Бернулли, при торможении среды о неподвижную трубку Пито уже произошла трансформация кинетической энергии движения среды (скоростного напора) в потенциальную энергию заторможенной среды, увеличив тем самым общий уровень статического напора. Таким образом, уровень жидкости в неподвижных пьезометрах соответствует отметке полного (или гидродинамического) напора. Это положение легко обосновывается при анализе пограничного слоя на молекулярном уровне.

Для доказательства некорректности второго положения рассмотрим взаимодействие затопленной струи с преградой.

На рис. 1.8 представлена схема для анализа результата взаимодействия.



Рис. 1.8. Модель взаимодействия среды с преградой

Рассмотрим взаимодействие элементарной струйки диаметром d, длиной  $V d\tau$ , сближающейся с поверхностью преграды с относительной скоростью V. Встреча струйки с преградой происходит при угле торможения  $\Theta$ . После встречи с преградой среда изменяет направление своего движения так, что направление скорости движения среды совпадает с направлением плоскости, касательной к поверхности преграды в точке встречи. Распределение среды по направлениям касательной плоскости равномерное, проекция результирующего импульса на ось х после встречи с преградой равна нулю. Изменение направления движения элемента происходит за время  $d\tau$ .

К элементу струйки в продольном направлении приложены силы

$$dS = 0,25 \ \pi \ d^2 dP,$$

где dP – разность давлений на длине элемента; dS – равнодействующая сил трения, приложенных к боковой поверхности элемента. Знак равенства в уравнении в соответствии с первым законом механики означает равномерное прямолинейное движение элемента до встречи с преградой. При встрече с преградой, согласно третьему закону механики, элемент струйки испытывает на себе реакцию преграды, равную силе динамического давления струи на преграду.

$$F_x = m dV/d\tau,$$
где  $m = 0,25 \pi d^2 \rho V d\tau; dV/d\tau = V/d\tau.$ 
46
(1.32)

46

Подстановка значений в уравнение (1.32) дает

$$F_x = 0,25 \ \pi \ d^2 \rho \ V^2.$$

Спроектировав силу *F<sub>x</sub>* на направление нормали к поверхности преграды, получим силу нормального давления

$$N = 0.25 \pi d^2 \rho V^2 \cos \varphi.$$

Площадь следа струйки на плоскости касания

$$f = \pi \ \frac{d^2}{4\cos\phi}$$

Динамическое давление струи на преграду найдем как частное от деления силы N на площадь следа f

$$P_{\pi} = \rho \ V^2 \cos^2 \varphi. \tag{1.33}$$

При  $\phi = 0$   $P_{\pi} = \rho V^2$ .

Уравнение (1.33) характеризует распределение динамического давления на поверхности преграды в проекции на нормаль. Оно имеет максимум в передней критической точке при угле торможения  $\Theta = 90^{\circ}$ . Учитывая неравномерность распределения динамического давления на поверхности преграды, связанную с изменением угла торможения при встрече с криволинейной поверхностью, для учета скоростного давления в энергетическом балансе среды, необходимо провести усреднение динамического давления по трем направлениям координатных осей

$$P_{\rm c} = \frac{1}{3} (P_x + P_y + P_z), \quad P_{\rm c} = \frac{1}{3} (\rho V^2 + 0 + 0).$$

Скоростное давление не зависит от направления координатных осей, оно является одной из характеристик энергетического потенциала среды, входит в баланс энергии и является третьим членом уравнения сохранения энергии для сплошной среды.

Скоростное давление проще выражать через уровень кинетической энергии среды

$$P_{\rm c} = \frac{1}{3} \rho \ V^2. \tag{1.34}$$

Если вспомнить, что статическое давление в неподвижной среде равно двум третям кинетической энергии теплового движения молекул, то скоростное давление среды равно двум третям кинетической энергии ее движения. Аналогичное соотношение статического давления и кинетической энергии относительного движения молекул газа получено нами при анализе этой зависимости в потоке, выполненном на молекулярном уровне.

Как видим, давление (полное, статическое и скоростное) не может быть приравнено к уровню кинетической энергии, оно всегда на одну треть меньше энергии. Уравнение Бернулли не учитывает найденного нами соотношения, поэтому результаты анализа энергетического состояния пограничного слоя с использованием уравнения Бернулли, требуют уточнения.

Необходимость усреднения динамического давления по направлениям координатных осей корректирует выражение закона сохранения энергии идеальных сплошных сред:

$$P + g Z + \frac{1}{3} \rho V^2 = P_a + g H.$$
(1.35)

На рис. 1.9 представлена новая интерпретация закона сохранения энергии сплошных сред, описываемого уравнением (1.35).



Рис. 1.9. Новая интерпретация уравнения Бернулли

Новая интерпретация закона сохранения энергии (1.35) исходит из следующих основных положений:

1. Плоскость статического напора лежит ниже гидродинамического (полного) напора на величину скоростного напора. Она не поддается непосредственным измерениям с помощью неподвижных отборных устройств.

2. Область скоростного напора лежит между плоскостью гидродинамического напора и плоскостью статического напора. Величина скоростного напора равна одной трети динамического напора.

3. Область динамического напора лежит выше полного напора, динамический напор не входит в баланс энергии сплошной среды. Величина динамического напора равна  $V^2/g$ .

4. Отметка жидкости в пьезометрических трубках совпадает с плоскостью полного напора среды. Отметка жидкости в напорных трубках выше пьезометрической плоскости на величину  $V^2/g$ .

Четвертое положение представляется парадоксальным, поскольку в теории гидродинамики и пневмометрии широко используется иная зависимость:  $\Delta h = V^2/2g$ . Тем не менее, наше утверждение имеет как косвенные, так и прямые экспериментальные подтверждения. Теоретические исследования А.Д. Альтшуля и П.Г. Киселева [14], наши исследования, а также экспериментальные данные П.В. Лобачева и Ф.А. Шевелева [9] подтверждают правомерность нашей интерпретации уравнения Бернулли, представленной на рис. 1.9. В соответствии с нею перепад давления в трубке Пито-Прандтля равен динамическому давлению среды.

### 1.8. Векторный анализ уравнения Бернулли

Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли использует положения уровней в пьезометре и напорной трубке. При выводе уравнения не делалось никаких указаний о влиянии направления движения среды на его вид. Если развернуть напорную трубку в положение, при котором ее измерительная плоскость станет параллельной направлению движения, уровень жидкости в ней станет таким же, как в пьезометре. Если имеющаяся интерпретация уравнения Бернулли верна, то его вид должен изменяться в зависимости от направлений измерительной плоскости отборных устройств. В этом разделе необходимо определиться, зависит ли уравнение баланса живых сил для сплошной среды от направления ее движения.

Под энергией мы понимаем единую меру различных форм движения. Энергия – величина скалярная. Количественную характеристику различных форм движения можно получить распределением общего уровня энергии на отдельные виды, соответствующие формам движения. Обычно выделяют механическую и внутреннюю энергии. Прочие виды энергии (электромагнитную, химическую, ядерную и др.) мы не учитываем, так как они не изменяются в рассматриваемых нами явлениях.

Механическая энергия – энергия механического движения и взаимодействия тел. Она равна сумме кинетической и потенциальной энергии.

Кинетическая энергия тела является мерой его механического движения.

Потенциальная энергия зависит от взаимного расположения тел. Изменение потенциальной энергии тела при его перемещении из одного положения в другое измеряется работой, которую совершают при этом действующие на него потенциальные силы.

Внутренней энергией называется энергия системы, зависящая от ее термодинамического состояния. Внутренняя энергия равна сумме:

 кинетической энергии хаотического движения микрочастиц системы;

- потенциальной энергии взаимодействия атомов или ионов в молекулах;

- энергии электронных оболочек;

- энергии электромагнитного излучения.

При анализе динамики энергетическое состояние сплошной среды, зависящее от термодинамических параметров, условимся определять при параметрах торможения  $P_0$  и  $T_0$ . Если среда находится в движении, то внутреннюю энергию так же будем распределять на кинетическую, связанную с движением ее макрочастиц, и потенциальную, определяемую энергией относительного движения микрочастиц среды. Уровень внутренней энергии идеальной сплошной среды определяется кинетической энергией теплового 50

движения молекул. Силы межмолекулярного взаимодействия отсутствуют. Энергия электронных оболочек и электромагнитного излучения в динамике пограничного слоя не изменяются. К внутренней энергии не относятся кинетическая энергия, связанная с движением центра масс системы, т. е. движение системы как целого, и потенциальная энергия во внешних полях.

Энергия положения отдельных элементов системы не учитывается, так как она зависит от сил гравитации, которые уравновешиваются силами Архимеда.

Энергия может быть определена только с точностью до постоянного слагаемого, величина которого зависит от выбора системы отсчета, или граничных условий, при которых изменяемые виды энергии условно обращаются в ноль. Неопределенность уровня энергии не существенна, так как при анализе системы приходится иметь дело не с абсолютным его значением, а с независящими от выбора системы отсчета изменениями энергии в различных процессах перехода.

При выводе уравнения Бернулли используется уравнение второго закона Ньютона, которое для материальной точки имеет вид

$$F = ma. \tag{1.36}$$

Оно означает, что величина и направление силы F определяются произведением скалярной величины *m* (массы точки) на ее ускорение, которое является вектором. Уравнение (1.36) является дифференциальным уравнением движения материальной точки. Последовательным интегрированием (1.36) можно найти скорость и путь, пройденный точкой, в зависимости от времени. Уравнение (1.36) задает параметры движения материальной точки в зависимости от времени. Зависимость параметров от времени характеризует нестационарное состояние системы. В самом начале мы условились рассматривать только стационарные состояния систем, кроме того, большинство инженерных задач связано с рассмотрением стационарных пограничных слоев, поэтому нам необходимо преобразовать уравнение (1.36), исключив из него зависимость от времени. Для этого выполним преобразования, которые основываются на следующем правиле: "Производная сложной функции равна произведению ее производной по промежуточному аргументу на производную этого аргумента по независимой переменной" [16]. В качестве промежуточного аргумента используем радиус – вектор *r*. Тогда ускорение *a* можно выразить следующим произведением

$$dV/d\tau = (dV/dr) (dr/d\tau),$$

Так как  $dr/d\tau = V$ , то  $dV/d\tau = V dV/dr$ . (1.37)

В последнее уравнение вошли слева ускорение, справа скорость и градиент скорости. Все эти параметры характеризуются как величиной, так и направлением. В этой связи нам важно определиться с формой произведения двух величин, стоящих в правой части уравнения.

Произведения векторов разделяются на скалярные и векторные [16].

Скалярным произведением векторов, например,  $\overline{V}$  и  $d\overline{V}/dr$  называется произведение длин обоих векторов, умноженное на косинус угла между векторами

$$\overline{V} \ d\overline{V} / dr = V \ dV / dr \cos(V, \ dV / dr).$$

Результатом скалярного произведения векторов является скаляр.

Векторным произведением двух векторов V и dV/dr называется вектор a, по величине равный площади параллелограмма, построенного на векторах V и dV/dr, перпендикулярный плоскости этих векторов и направленный в такую сторону, чтобы вращение от V к dV/dr на кратчайшем пути вокруг полученного вектора a происходило в ту же сторону, как вращение оси x к оси y вокруг оси z. Длина вектора a по определению равна

a = V dV/dr или  $a = V dV/dr \sin(V, dV/dr)$ .

Так как левая часть уравнения (1.37) является вектором, то произведение в правой части также должно быть вектором, равным вектору ускорения. Из этого следует, что произведение в правой части уравнения (1.37) не может быть скалярным, так как оно не является вектором. Оно не может быть и векторным произведением. Это легко обнаруживается при анализе прямолинейного ускоренного движения материальной точки, для которого направления векторов скорости и градиента скорости имеют общую линию действия. Такие векторы называют коллинеарными. В этом случае векторное произведение двух векторов равно нулю, так как синус угла между ними обращается в ноль, что не соответствует величине заданного ускорения.

Если материальная точка находится на диске, совершающем равномерное вращательное движение вокруг неподвижной оси О (рис. 1.10), то оказывается, что угол между направлением скорости и градиента скорости равен 90°. Оба эти вектора лежат в плоскости диска, а их векторное произведение направлено перпендикулярно множителям. Из механики движения твердого тела известно, что направление вектора ускорения материальной точки совпадает с направлением радиуса – вектора r. Это несоответствие направлений вектора ускорения, а также результаты анализа прямолинейного равномерноускоренного движения дают основания предположить, что один из двух множителей правой части уравнения (1.37) является скаляром. Более детальный анализ кинематики материальной точки, совершающей круговое движение по траектории радиуса r, однозначно отвечает на вопрос: градиент скорости dV/drявляется вектором, а скорость V – скаляром. Эти условия соответствуют и кинематике точки, совершающей прямолинейное ускоренное движение, так как направление вектора ускорения всегда совпадает с направлением градиента скорости.



Рис. 1.10. Определение направления вектора *V dV/dr* 

Этот вопрос рассматривается здесь с излишней детализацией в силу того, что многими авторами при выводе уравнения Бернулли фактически использован прием замены ускорения произведением скорости на градиент скорости, однако они используют обе эти величины в векторном виде, не делая никаких указаний о форме про-

изведения скорости на ее градиент, более того они используют уравнение в проекциях на координатные оси, проектируя на них скорость как векторную величину. Если скорость в уравнении закона сохранения энергии используется как скаляр, то ее проекция на любую координатную ось остается постоянным множителем при градиенте скорости. Мы подошли к весьма важной проблеме об использовании проекций скорости в уравнении Бернулли.

Третий член уравнения Бернулли, называемый скоростным давлением, равен уровню кинетической энергии движения среды, т. е.  $\rho V^2/2$ . Его величина не согласуется с результатами анализа слоя на молекулярном уровне.

Анализ зависимости статического давления от скорости движения среды, выполненный нами на молекулярном уровне, выявляет величину скоростного давления на уровне  $\rho V^2/3$ .

Кинетическая энергия тела является мерой его механического движения. Она измеряется той работой, которую может совершить тело при его торможении до полной остановки.

Если произвести торможение среды плоскостью, перпендикулярной направлению ее движения, то на границе раздела фаз возникнет дополнительное давление, способное поднять столб жидкости на некоторую высоту. Отметка центра масс столба жидкости при этом увеличится на  $h_0 = V^2/2g$ .

Если распределение жидкости по высоте равномерное, то общая высота столба будет вдвое больше  $h_0$ , т. е.  $h = V^2 / g$ .

Величина дополнительного давления на границе раздела фаз, вызванного торможением среды, оказывается в два раза больше кинетической энергии ее движения, т. е.  $\rho V^2$ . Такое же значение дополнительного давления среды на границе раздела фаз мы получили в разделе 1.7. при анализе динамики взаимодействия потока с преградой. Это дополнительное давление мы называем динамическим давлением потока. Оно направлено вдоль вектора скорости. В направлениях, перпендикулярных вектору скорости, величина динамического давления равна нулю. Результатом усреднения динамического давления по направлениям координатных осей является скалярная величина, называемая скоростным давлением среды в потоке

$$P_{\rm c} = (\rho V^2 + 0 + 0)/3 = \frac{1}{3} \rho V^2.$$

Эти выводы соответствуют результатам анализа динамики среды, выполненного нами на молекулярном уровне.

Таким образом, кинетическая энергия среды согласуется с величинами динамического и скоростного давлений в потоке, однако учитывая неравенство кинетической энергии величинам динамического и скоростного давлений среды, полагаем неправомерность сложения величин давления и энергии в уравнении Бернулли.

В разделе 1.6. мы получили уравнение Бернулли в виде

$$P + \gamma z + \rho V^2/2 = P_a + \gamma H,$$
 (1.38)

где P – статическое давление среды, перемещающейся со скоростью V;  $\gamma$  – удельный вес среды;  $\rho$  – плотность среды;  $P_a$  – давление на свободную поверхность жидкости; H – максимальное превышение уровня жидкости над плоскостью сравнения (см. рис. 1.4, 1.5).

Если перенести второй член левой части уравнения (1.38) в правую его часть, она преобразуется в полное давление или давление торможения

$$P_0 = P_a + \gamma (H - z).$$

Тогда уравнение Бернулли запишется в более простой форме

$$P + \rho V^2/2 = P_0.$$

Учитывая наше замечание о недопустимости сложения давления и энергии без корректировки их соотношения, полагаем, что уравнение закона сохранения энергии для сплошной среды должно иметь две формы: уравнение давлений, которое можно представить в виде

$$P + P_c = P_0,$$
  
где  $P = \frac{1}{3} \rho C^2; P_c = \frac{1}{3} \rho V^2; P_0 = \frac{1}{3} \rho C_0^2$ 

и уравнение энергий в виде

$$C^2 + V^2 = C_0^2$$
,

здесь C – среднеквадратичная скорость движения молекул в координатах, перемещающихся вместе со средой со скоростью V;  $C_0$  – среднеквадратичная скорость теплового движения молекул в заторможенной среде; V – мгновенная скорость движения среды.

# 1.9. Обоснование механизма взаимодействия фаз в градиентно-скоростном поле

Дискуссия о возможности применения уравнения Бернулли в поперечном направлении потока вязкой среды продолжается более 200 лет. Наша задача обосновать применение закона сохранения энергии, выражением которого для сплошной среды является уравнение Бернулли, к поперечному сечению потока.

#### 1.9.1 Логическое обоснование

Первой моделью движения сплошной среды в трубопроводе была модель движения идеальной жидкости (рис. 1.11), которая не имела вязкости. В качестве основной физической характеристики такого потока рассматривалась постоянная скорость среды в поперечном сечении трубопровода. Считалось, что поперечный градиент скорости и силы трения, препятствующие движению жидкости по трубопроводу, отсутствуют. Несмотря на условность, эта модель позволила сформулировать закон сохранения энергии для сплошной среды в виде уравнения Бернулли в 1873 г.



Рис. 1.11. Модель движения идеальной жидкости в канале

Действующая в настоящее время, модель потока реальной жидкости представлена на рис. 1.12. Ее основные характеристики: переменная скорость среды V в поперечном сечении потока, поперечный градиент скорости, линейное распределение касательных напряжений, постоянное статическое давление P, переменное скоростное давление среды, переменное полное давление среды. Дан-

ная модель действует более 150 лет. На ее основе решена большая часть инженерных задач, связанных с движением однофазных сред по трубопроводам, что обеспечило успех в развитии математических моделей однофазных потоков.



Рис. 1.12. Действующая модель движения сплошной вязкой среды в канале

Более 50 лет ведутся активные экспериментальные исследования движения многофазных смесей. Отсутствие надежных методов гидравлического расчета этих смесей свидетельствует о застое в развитии гидродинамики как науки. До сих пор не объяснена причина возникновения подъемной силы в поперечном сечении горизонтального потока. Поднятый над поверхностью стола твердый предмет после освобождения непременно падает вниз на его поверхность под действием сил гравитации. Физическая сущность этого процесса понятна: плотность предмета больше плотности воздуха и силы Архимеда не могут удержать предмет в воздухе без дополнительной опоры о поверхность стола. Стальной или стеклянный шарик удерживается в ядре горизонтального воздушного потока без дополнительной опоры на нижнюю часть трубопровода. Такой результат взаимодействия фаз не находит объяснения с позиций действующей модели потока.

Решение инженерных задач взаимодействия фаз в многофазных процессах, которые в настоящее время относят к категории гидродинамических парадоксов, может быть найдено с позиций новой модели потока сплошной среды, представленной на рис. 1.13. Основными характеристиками этой модели являются: переменная скорость V среды в поперечном сечении потока, наличие поперечного градиента скорости, линейное распределение касательных напряжений, переменное статическое давление P, переменное скоростное давление  $P_c$ , постоянное полное давление, переменный поперечный градиент статического давления. Основное различие существующей и новой моделей потока состоит в признании переменного статического давления в поперечном сечении потока и наличия его градиента давления.



Рис. 1.13. Новая модель движения сплошной среды в канале

В немногих публикациях можно найти предположение о влиянии поперечного градиента скорости на результат взаимодействия фаз, однако до сих пор не было предложений по описанию взаимодействия фаз с этих позиций. Математические модели взаимодействия, использующие поперечный градиент скорости и статического давления, до настоящего времени не предлагались. Новая модель предложена в 1963 г. [17], дано математическое описание результата взаимодействия фаз, однако в этой работе модель представлена как гипотеза без соответствующего обоснования. Впервые третья модель обоснована в 1999 г. [31].

Для обоснования новой модели рассмотрим результаты поперечного зондирования потока неподвижными отборными устройствами – трубками Пито. На рис. 1.14 приведена схема зондирования потока, вошедшая в учебники по гидравлике, например, [11]. При зондировании потока используется отборная трубка, измерительная плоскость которой параллельна направлению потока. Факт постоянства давления в поперечном сечении потока сторонники существующей модели используют в качестве доказательства постоянства статического давления в поперечном сечении потока.



Рис. 1.14. Схема поперечного зондирования потока

Мы иначе трактуем результат поперечного зондирования потока вязкой среды. При исследовании потока неподвижными отборными устройствами невозможно измерить статическое давление в потоке, так как вязкие среды не скользят по поверхности неподвижных предметов, введенных в поток, а прилипают к ним. В результате прилипания отборная трубка контактирует с заторможенной средой.

Согласно закону сохранения энергии, давление в заторможенной среде равно не статическому давлению в потоке, а полному давлению среды, если измерительная плоскость отборного устройства параллельна направлению движения. Таким образом, пьезометрические трубки отбирают не статическое, а полное давление среды, постоянство последнего свидетельствует о непостоянстве статического давления.

Этот вывод является основополагающим в разработке теории градиентно-скоростного поля. Только на базе этой модели удается аналитически получить зависимости параметров взаимодействия фаз в потоке реальной среды, не прибегая к эмпирическим обобщениям. Разработка аналитических методов расчета только тогда может быть успешной, когда в их основе лежат добротные физические модели взаимодействия. Если многократные попытки использовать физическую модель для разработки математической модели не приводят к успеху, физическая модель имеет существенный изъян, она требует серьезной корректировки.

### 1.9.2 Гидродинамическое обоснование

Два сосуда большого поперечного сечения заполним жидкостью. В первом сосуде уровень жидкости больше, чем во втором сосуде. Соединим сосуды длинным горизонтальным каналом малого поперечного сечения. Вязкость жидкости, разность уровней жидкости в сосудах, длину и диаметр канала подберем такими, чтобы течение из первого сосуда во второй происходило в ламинарном режиме. В канале, соединяющем сосуды, установилось стационарное движение. Выделим в потоке жидкости 2 элементарные струйки, проходящие на разных расстояниях от оси потока в его горизонтальной плоскости. Одна струйка располагается на оси потока, вторая – у стенки канала. Скорости движения жидкости в струйках подчиняются квадратичному закону распределения. У стенки канала скорость жидкости меньше, чем на оси потока.

Запишем уравнение Бернулли для каждой струйки

$$P + gz + 0.5\rho V^2 + \Delta P = \text{const},$$

здесь z – превышение оси струйки над горизонтальной плоскостью сравнения;  $\Delta P$  выражает потерю давления между начальным и исследуемым сечениями потока. В качестве плоскости сравнения выбираем плоскость, проходящую через ось потока (z = 0), в качестве начального сечения выбираем сечение, находящееся в первом сосуде. Для него площадь поперечного сечения так велика, что скорость струйки равна нулю.

Для начального сечения потока второй, третий и четвертый члены уравнения равны нулю. Оставшийся член выражает энергетический потенциал жидкости, находящейся в первом сосуде. Обе струйки в первом сосуде имеют одинаковый энергетический потенциал.

Конечное сечение потока находится во втором сосуде, для которого также скорость равна нулю, для него  $P+\Delta P = \text{const.}$  Для того, чтобы доказать применимость уравнения Бернулли к поперечному сечению потока вязкой жидкости достаточно показать, что потеря давления для всех струек потока между граничными сечениями одинаковы, т. е. необходимо показать что  $\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_n$ . Указанное равенство обеспечивается на концах потока параметрами жидкости в сосудах. Однако для произвольно выбранного поперечного сечения потока в канале между сосудами, это равенство не очевидно. Там можно предположить постоянство суммы гидравлического сопротивления и кинетической энергии струек при переменных составляющих этой суммы. Для доказательства постоянства гидравлического сопротивления для всех струек, составляющих поток, рассмотрим распределение касательных напряжений в поперечном сечении ламинарного потока.

На рис. 1.15 представлена расчетная схема для анализа распределения касательных напряжений в поперечном сечении потока. Рассмотрим равновесие цилиндра радиуса r под действием сил трения  $F_1 = 2 \pi r t \Delta x$  и перепада давления  $F_2 = \pi r^2 \Delta P$ . Из равенства  $F_1 = F_2$ , получаем



Рис. 1.15. Распределение касательных напряжений в потоке

Проведенный анализ выявляет линейную зависимость касательных напряжений от расстояния до оси потока. В общем виде эта зависимость формулируется  $\tau = r$  const, после дифференцирования по *r* получим

$$d\tau/dr = \text{const} \tag{1.39}$$

Рассмотрим равновесие кольцевого элемента реальной среды,



Рис. 1.16. К выводу распределения продольного градиента давления в поперечном сечении потока

Составим уравнение сил, действующих на кольцевой элемент, в проекции на ось *x*.

 $(P + dP)2\pi r \, dr - P2\pi r \, dr + 2\pi r\tau \, dx - (\tau + d\tau)2\pi (r + dr)dx = 0$ 

Отбросив члены, содержащие произведения *dr* на *dx*, как бесконечно малые высшего порядка, получим

$$(dP/dx)_r = d\tau/dr. \tag{1.40}$$

Как следует из уравнения (1.39),  $d\tau/dr = \text{const}$ , следовательно  $(dP/dx)_r = \text{const}$ . Последнее уравнение показывает, что продольный градиент давления по всему поперечному сечению цилиндрического потока реальной среды равен постоянной величине. Гидравлическое сопротивление движению элементарной струйки на участке от первого сосуда до произвольно выбранного сечения потока будет равно  $\Delta P = dP/dx \Delta l$ , где  $\Delta l$  – расстояние от начала потока до исследуемого поперечного сечения.

Таким образом, поставленное условие выполнено. Доказано, что гидравлические сопротивления всех элементарных струек между любыми поперечными сечениями потока одинаковы, следовательно, все элементарные струйки описываются одним уравнением Бернулли, которое можно использовать как вдоль элементарных струек, так и поперек потока.

В результате проведенного исследования дополнительно установлено, что продольный градиент давления в потоке равен поперечному градиенту касательных напряжений.

### 1.9.3. Использование второго закона механики при анализе динамики сплошной среды

Уравнение второго закона механики для материального тела имеет вид

$$F = m \cdot dV/dt$$
.

Использование приведенного уравнения при анализе динамики сплошной среды приводит к ряду неудобств, связанных с зависимостью параметров взаимодействия от переменной "время". Для упрощения анализа предлагаем ограничиться стационарным состоянием анализируемых систем, параметры которых не зависят от времени. Для приведения уравнения к виду, удобному для решения поставленных задач, произведем его корректировку. Для этого введем промежуточную переменную радиус-вектор *r*, умножим и разделим правую часть уравнения на *dr*. В результате получим

$$F = m \left( \frac{dV}{dr} \right) \left( \frac{dr}{dt} \right). \tag{1.41}$$

Отношение dr/dt = V. Разделим обе части уравнения на объем элемента  $\Phi$ , в результате получим модифицированное уравнение второго закона механики в виде

$$dP/dr = \rho \ V(dV/dr). \tag{1.42}$$

В левой части уравнения представлена сила, распределенная по объему элемента, это распределение силы является градиентом давления в градиентно-скоростном поле. Плотность сплошной среды  $\rho$  является результатом деления массы элемента среды на его объем, dV/dr – является градиентом скорости. Из вывода уравнения (1.42) ясно, что в исходном уравнении произведена замена ускорения тела произведением скорости на градиент скорости.

Исходное уравнение (1.41) и полученное уравнение (1.42) являются векторными уравнениями. В исходном уравнении сила и ускорение характеризуются как величиной, так и направлением. В уравнении (1.42) в левой части градиент давления – величина векторная. В правой части уравнения скорость и градиент скорости характеризуются как величиной так и направлением. Как было показано в разделе 1.8, направление ускорения всегда совпадает с направлением градиента скорости, независимо от направления вектора скорости, поэтому в уравнении (1.42) скорость используется как величина скалярная. Ее нельзя проектировать на координатные оси как величину векторную. Направление градиента давления противоположно направлению градиента скорости. В пограничном слое вязкой среды в цилиндрическом канале градиент скорости направлен от периферии потока к его оси, градиент статического давления имеет противоположное направление от оси потока к его стенке.

Если в уравнение (1.42) выполнить подстановку распределения скорости и градиента скорости, окончательно получим уравнение второго закона механики для цилиндрического потока вязкой среды

$$dP/dr = 16U^2\rho \alpha (1-\alpha^2)/d.$$

Если проинтегрировать полученное уравнение по объему элемента дисперсионной среды или по объему частицы дисперсной фазы, получим величину силы Бернулли, действующей на частицу в градиентно-скоростном поле (ГСП), направленную в сторону максимальной скорости среды.

Силы Бернулли действуют в поперечном сечении потока и всегда направлены от периферии к его оси. Взаимодействие фаз в градиентно-скоростном поле определяется равновесием трех сил: силы гравитации, силы Бернулли и силы Архимеда. Если речь идет о динамике сплошной среды, то сила гравитации всегда уравновешена силой Архимеда. В качестве активной силы выступает сила Бернулли. Если анализируется взаимодействие сплошной среды с частицами дисперсной фазы, то следует учитывать равнодействующую трех сил. Для частиц, имеющих плотность больше плотности дисперсионной среды, расположенных у нижней образующей канала, сила гравитации направлена вниз, сила Бернулли и сила Архимеда имеют противоположное направление. Для легких частиц, расположенных у верхней образующей канала, силы Бернулли и силы гравитации направлены вниз, сила Архимеда направлена вверх и она должна вычитаться из суммы первых двух сил.

Сила тяжести равна произведению массы тела на гравитационную постоянную F = mg. Если в качестве материального тела рассматривается элемент сплошной среды, находящийся в окружении сплошной среды, то на него, кроме силы тяжести, действует сила Архимеда, равная по величине и имеющая обратное направление. При таком равнодействии сил всякий элемент, в соответствии с первым законом механики, находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения. Однако, если этот элемент находится в градиентно-скоростном поле, на него действует до-64 полнительная сила Бернулли, которая стремится переместить его в поперечном направлении потока.

Для того, чтобы оценить величину силы Бернулли, действующей в потоках вязкой среды, сравним ее с величиной силы тяжести. Для этого нам будет достаточно сравнить ускорение ГСП V dV/dr с ускорением силы тяжести g. На рис. 1.17 представлен график отношения ускорения ГСП к g в поперечном сечении трубопровода диаметром 0,1 м при среднерасходной скорости среды 10,0 м/с. Как следует из анализа представленного графика, максимальное значение ускорения ГСП составляет более 600g.



Рис. 1.17. Сравнение ускорения ГСП в трубопроводе Д=100 мм при скорости 10 м/с с ускорением силы тяжести

# 1.10. Распределение абсолютной и динамической скоростей среды в турбулентном потоке

Напряженное состояние пограничного слоя активной среды характеризуется распределением статического давления и касательных напряжений. Статическое давление зависит от абсолютной скорости среды, касательные напряжения определяются распределением динамической скорости в поперечном сечении потока. В ламинарных потоках распределение абсолютной скорости соответствует распределению переносной скорости среды, так как здесь отсутствует поперечный перенос среды.

В турбулентных потоках абсолютная скорость среды равна геометрической сумме продольной и поперечной скоростей. Распределение продольной скорости определяется экспериментально, о величине поперечной составляющей можно судить по косвенным признакам, основным из которых является активность турбулизации потока. Экспериментально установлено, что максимальная продольная скорость среды на оси турбулентного потока на 10...20 % превышает величину среднерасходной скорости  $U_{\rm cp}$ . В ламинарном потоке максимальная скорость среды в 2 раза больше среднерасходной.

Графики распределения переносных скоростей в ламинарном и турбулентном потоках представлены на рис. 1.18.



Рис. 1.18. Распределение переносной скорости в поперечном сечении трубопровода: 1, 2 – ламинарный и турбулентный потоки

Анализ графиков выявляет дефицит скорости в ядре турбулентного потока, по сравнению с ламинарным потоком. Для учета распределения абсолютной скорости предполагаем, что выявленный дефицит скорости восполняется поперечной составляющей. Это предположение позволяет записать зависимости для распределения скорости в поперечном сечении турбулентного потока аналогичные зависимостям ламинарного потока:  $V_{\rm M} = 2U_{\rm c}$ ,  $V = V_{\rm M}(1 - r^2/R^2)$ . Эти зависимости будут использоваться нами для распределения статического давления и его градиента в поперечном сечении турбулентного потока.

Для анализа распределения касательных напряжений введем понятие о динамической скорости среды  $V_{\rm A}$  в турбулентном потоке, под которой будем понимать скорость среды на оси ламинарного потока, эквивалентную действительным касательным напряжениям на периферии турбулентного потока в условиях молекулярной диффузии. Через анализ распределения касательных напряжений найдем взаимосвязь динамической максимальной и среднерасходной скоростей турбулентного потока.

Приравнивая касательные напряжения на периферии фиктивного ламинарного и действительного турбулентного потоков, найдем связь среднерасходной скорости среды U и максимальной динамической скорости  $V_{\alpha}$  турбулентного потока для режимов, предшествующих автомодельному (по коэффициенту гидравлического трения). Для краткости изложения вывод здесь не приводится.

$$U_{\rm c} = 10,36V_{\rm a}{\rm Re}^{-0,429} \tag{1.43}$$

$$V_{\rm a} = 0.01 U_{\rm c} \, {\rm Re}_x^{0.75} \tag{1.44}$$

где Re =  $V_{\rm g}D/2\nu$ , Re<sub>x</sub> =  $U_{\rm c}D/\nu$ ;  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости.

Для автомодельного режима движения распределение динамической скорости постоянно во всем диапазоне изменения среднерасходной скорости. Оно определяется распределением на границе предшествующего диапазона, где максимальная динамическая скорость среды равна среднеквадратичной скорости теплового движения молекул  $C_0$ . Величина среднерасходной скорости, соответствующая началу автомодельного режима, определяется зависимостью

$$U_2 = 10,36C_0 \mathrm{Re}^{-0,429} \tag{1.45}$$

где Re =  $C_0 D/2\nu$ ,  $C_0 = (3P/\rho_0)^{0.5}$ .

67

На рис. 1.19 представлен график зависимости динамической скорости в потоке от среднерасходной скорости среды. Участок кривой 0–1 соответствует ламинарному режиму движения. Участок  $1-1^1$  соответствует моменту перехода ламинарной структуры течения в турбулентную, когда струйчатая структура спонтанно переходит к хаотическому движению струй с появлением поперечной составляющей скорости движения. Участок  $1^1-2$  – начальный турбулентный режим. Для этого режима взаимосвязь динамической и среднерасходной скоростей среды определяется уравнениями (1.43) и (1.44).



Рис. 1.19. Зависимость динамической скорости в потоке от среднерасходной скорости среды

Участок 2–3 соответствует автомодельному режиму движения. Этот участок можно назвать режимом турбулентности с постоянной величиной динамической скорости и касательных напряжений. Для него величина динамической скорости определяется уравнением

$$V_{\mathrm{d}} = C_{\mathrm{o}}.$$

Для определения левой границы применимости уравнений (1.43) и (1.44) найдем значение Re<sub>x</sub>, при котором касательные напряжения на периферии турбулентного и ламинарного потоков будут одинаковы. Рассмотрим систему уравнений

$$V_{\pi} = 0.01 \ U_{\rm c} \, {\rm Re}_x^{0.75}$$
  
 $V_{\pi} = 2U_{\rm c}.$ 

Решением этой системы будет  $\text{Re}_x = 1170$ , что и является левой границей применимости уравнений (1.43) и (1.44). Правой грани-68 цей применения этих уравнений является значение среднерасходной скорости среды  $U_2$ , соответствующей началу автомодельного режима движения. Величина  $U_2$  определяется уравнением (1.45). По нашим представлениям, этому моменту соответствует значение максимальной динамической скорости среды, равной среднеквадратичной скорости теплового движения молекул. Это положение будет подтверждено анализом графика Кольбрука в разделе 1.12.

Правее точки 2 представлена область существования автомодельного режима движения. В этой области величина динамической скорости остается неизменной и равной среднеквадратичной скорости теплового движения молекул.

Энергетический анализ пограничного слоя должен проводиться на основе распределения абсолютной скорости среды. Использование в уравнении Бернулли распределения компоненты продольной скорости среды, совпадающей с направлением оси x, равно как и динамической скорости, недопустимо. Информация о направлении вектора мгновенной скорости среды имеется только для ламинарных течений, в турбулентных потоках она не доступна. С другой стороны, эта информация является избыточной, поскольку при энергетическом анализе пограничного слоя, как и при анализе распределения касательных напряжений, используется только модуль скорости без учета ее направления. Информация о распределении модуля абсолютной скорости среды в поперечном сечении турбулентного потока, определяемом уравнением  $V = V_{\rm M}(1 - r^2/R^2)$ с учетом зависимости  $V_{\rm M} = 2U_{\rm c}$  является необходимой и достаточной для анализа распределения статического давления в турбулентном потоке вплоть до режима "запирания" потока, предшествующего звуковой скорости.

Распределение касательных напряжений для турбулентного и автомодельного режимов движения определяется на основе уравнений 1.44, при этом в автомодельном режиме  $V_{\alpha}$  принимает постоянное значение, равное  $C_{0}$ .

#### 1. 11. Напряженность пограничного слоя активной среды

Напряженное состояние пограничного слоя рассматривается на основе следующих положений:

1. Полное давление среды в каждом поперечном сечении слоя равно постоянной величине и имеет свое собственное значение,

отличающееся от давления в смежных сечениях на величину гидравлических потерь между ними.

2. Статическое давление в сечении слоя изменяется в соответствии с изменением абсолютной скорости среды.

3. Распределение кинетической энергии движения среды определяется распределением абсолютной скорости

$$V = V_{\rm M}(1 - r^2/R^2)$$
, где  $V_{\rm M} = 2U$ .

Уравнение закона сохранения энергии для сплошной вязкой среды

$$P + \gamma z + 0.5 \rho V^{2} + \Delta P_{0x} = P_{a} + \gamma H, \qquad (1.46)$$

здесь P – статическое давление среды;  $P_a$  – давление на поверхность жидкости в резервуаре-источнике;  $\Delta P_{0x}$  – потери давления между источником и исследуемым сечением потока; z – превышение исследуемой точки над плоскостью сравнения; H – превышение уровня жидкости в резервуаре-источнике над плоскостью сравнения;  $\rho$  – плотность среды;  $\gamma$  – удельный вес среды; V – абсолютная скорость движения среды.

Полное давление среды определяется зависимостью

$$P_0 = P_a + \gamma H - \gamma z - \Delta P_{0x}. \tag{1.47}$$

Полное давление среды зависит от координаты z и сопротивления  $\Delta P_{0x}$ .

Уравнение (1.46) можно выразить в более короткой форме

$$P + 0.5\rho V^2 = P_0, (1.48)$$

здесь  $P_0$  имеет разные значения для разных поперечных сечений пограничного слоя, однако оно имеет постоянное значение в каждом поперечном сечении слоя.

Продифференцируем уравнение (1.48) по направлению радиуса r. Так как  $dP_0/dr = 0$ 

$$dP/dr = -\rho \ VdV/dr. \tag{1.49}$$

Уравнение (1.49) связывает изменение статического давления в поперечном сечении пограничного слоя с градиентом скорости и скоростью движения среды. Так как потоки вязкой среды характеризуются наличием градиентно-скоростного поля, уравнение (1.49) является универсальным средством для исследования пограничного слоя.

70

$$V = V_{\rm M}(1 - r^2/R^2), \quad dV/dr = -2V_{\rm M}r/R^2.$$

Подстановка значений V и *dV/dr* в уравнение (1.49) дает распределение градиента статического давления в поперечном сечении пограничного слоя

$$dP/dr = [-2\rho V_{\rm M}^2 r (1 - r^2/R^2)]/R^2.$$
(1.50)

Градиент статического давления в поперечном сечении пограничного слоя имеет максимум, для отыскания которого продифференцируем уравнение (1.50) по r и приравняем его к нулю. В результате найдем, что максимальное значение градиента статического давления соответствует координате r = 0,577R. Максимальное значение градиента давления составляет

$$(dP/dr)_{\rm M} = -1.54\rho V_{\rm M}^2/D. \tag{1.51}$$

На рис. 1.20 представлены графики распределения абсолютной скорости V, градиента скорости dV/dr, касательных напряжений  $\tau$ , статического давления P и градиента статического давления dP/dr в поперечном сечении пограничного слоя.



Рис. 1.20. Распределение параметров среды в поперечном сечении потока

Среднее значения градиента статического давления

$$(dP/dr)_{\rm c} = \left(\int_{0}^{R} (dP/dr)\right) / R = -\rho V_{\rm M}^{2} / D.$$
(1.52)

Напряженность среды в пограничном слое в поперечном его направлении определяется распределением градиента статического давления (1.50). Оценка средней напряженности определяется уравнением (1.52).

Напряженность среды в продольном направлении пограничного слоя определяется продольным градиентом давления

$$dP/dx = \lambda \rho U_{\rm c}^2/(2D). \tag{1.53}$$

71

Для ламинарного режима движения

$$\lambda = 64/\mathrm{Re}_x.$$

Для оценки объемного напряженного состояния среды найдем отношение поперечного градиента давления к продольному. Выполнив деление (1.52) на (1.53) при  $V_{\rm M} = 2U_{\rm c}$ , находим

$$(dP/dz)/(dP/dx) = 0,125 \text{Re}_x.$$
 (1.54)

Уравнение (1.54) раскрывает физическую сущность критерия Рейнольдса, он представляет собой объемную напряженность пограничного слоя, выраженную отношением поперечного градиента давления к продольному. Предельное значение отношения поперечного градиента к продольному для ламинарного режима движения составит (при Re<sub>x</sub> = 2300)

$$\frac{dP}{dr}}{dP}{dx} = 288.$$

Максимальное значение этого отношения при r = 0,577R составляет 454.

Используя полученные зависимости, переход от ламинарной структуры течения к турбулентной можно представить в следующем виде: при малом продольном градиенте давления устанавливается ламинарный режим движения, характеризующийся низкими градиентами скорости и статического давления в поперечном направлении потока. Поток испытывает слабое сжатие от периферии к оси. По мере увеличения продольного градиента давления возрастают поперечные градиенты скорости и статического давления, причем рост поперечного градиента давления значительно опережает рост продольного градиента (пропорционально росту числа Рейнольдса). В критическом состоянии, соответствующем моменту перехода ламинарной структуры в турбулентную, поперечные напряжения превышают продольные в сотни раз, что приводит к возникновению поперечного переноса среды. Движущей силой поперечного переноса является поперечный градиент давления, он же является и причиной изменения структуры течения.

Изменение структуры потока при Re<sub>x</sub> = 2300 приводит к скачкообразному увеличению касательных напряжений, связанному с турбулентной диффузией, увеличением абсолютной скорости среды и ее поперечного градиента.
Картина перехода к турбулентной структуре течения достаточно многообразна и может определяться не только внешними возмущающими факторами, но и характеристикой источника. На рис. 1.21 представлены характеристики типичных промышленных источников (1...3) и трубопровода (A, B):

1. Резервуар большой емкости (H = const).

- 2. Поршневой насос или компрессор (Q = const).
- 3. Центробежный насос или компрессор (H = f(Q)).
- А характеристика трубопровода в ламинарном режиме.
- В характеристика трубопровода в турбулентном режиме.



Рис. 1.21. Совмещенная гидравлическая характеристика сети и источников

Предположим, что характеристики всех источников имеют одну общую точку и что расход, соответствующий этой точке, равен критическому, при котором происходит смена режима течения. Если источником является резервуар, то развитие течения происходит по линии А в неустановившемся режиме с увеличением расхода под действием разности напоров  $H_1 - H_A$  до точки пересечения линий А и 1 (А.1). Этой точке соответствует стабильное состояние системы ( $\Delta H_{A,1} = 0$ ), при котором напор в резервуаре равен сопротивлению трубопровода. Точке А. 1 соответствует расход выше критического, в трубопроводе возникает турбулентный режим с увеличением его сопротивления. Новому режиму соответствует другая характеристика трубопровода – линия В. Так как напор в резервуаре сохраняется постоянным, система переходит на режим, соответствующий точке В. 1. с изменением расхода на величину  $\Delta Q = Q_{A,1} - Q_{B,1}$ . Этот режим находится левее критического расхода, в связи с чем в трубопроводе восстанавливается ламинарный режим, соответствующий линии А. Вновь возникает разность напоров  $\Delta H$ , под действием которой происходит увеличение расхода до точки А. 1 с возникновением турбулентного режима и так далее. Система работает в режиме автоколебаний.

Если источником является поршневая машина с характеристикой 2, то изменение режима будет происходить при постоянном расходе. Переход с ламинарного режима на турбулентный можно зафиксировать по увеличению давления на выходе машины или по резкому увеличению нагрузки на привод машины. Диапазон изменения расхода в системе при наличии резервуара в качестве источника максимальный, при наличии поршневой машины – равен нулю, при наличии центробежной машины диапазон изменения расхода занимает промежуточное положение и может приближаться как к характеристике системы с резервуаром, так и с поршневой машиной, в зависимости от крутизны характеристики

H = f(Q).

Неустойчивый режим течения имеет место до тех пор, пока увеличение продольного градиента давления не обеспечит устойчивости турбулентной структуры течения. Поперечный перенос вещества и энергии в турбулентном потоке осуществляется не только молекулярной диффузией, но и направленным движением струек среды. Движущей силой этого переноса является поперечный градиент давления. Струйки, отходящие от периферии потока к его оси, движутся с ускорением, а приближающиеся к ней – с замедлением. Движение струек моделируется движением шарика, находящегося на поверхности с впадиной (рис. 1.22).



Рис. 1.22. Моделирование поперечного переноса среды в потоке

Поперечное движение струек происходит на фоне продольного перемещения среды, осуществляемого под действием продольного градиента давления. С увеличением среднерасходной скорости среды турбулизация потока возрастает, так как поперечный градиент давления возрастает быстрее продольного. Динамическая скорость движения среды на оси потока достигает среднеквадратичной скорости теплового движения молекул. С этого момента начинается автомодельный режим движения среды, при котором касательное напряжение на периферии потока сохраняет постоянное значение.

При дальнейшем увеличении среднерасходной скорости динамическая скорость среды на оси потока не изменяется. Увеличение среднерасходной скорости возможно до тех пор, пока переносная скорость среды на оси потока не станет равной среднеквадратичной скорости движения молекул, т. е. пока направление вектора абсолютной скорости на оси потока не совпадет с направлением оси *х*. Этому моменту соответствует кризис течения, дальнейшее увеличение расхода в цилиндрическом потоке невозможно. С момента возникновения турбулентной структуры с ростом среднерасходной скорости происходит формирование турбулентного ядра. Эпюра продольных скоростей получает все большее наполнение и к моменту кризиса течения сечение потока имеет квадратичный профиль продольной скорости, совпадающий с ее распределением при ламинарном режиме движения.

На рис. 1.23 представлена эпюра распределения продольной и абсолютной скоростей, соответствующая кризису течения. Предельная величина скорости среды на оси потока определяется уравнением  $C_{1} = (3P_{1}/2_{1})^{0.5}$ 

$$C_0 = (31 \ 0 \ p_0)^{-1}$$



Рис. 1.23. Распределение абсолютной и продольной скоростей среды в режиме кризиса течения

#### 1.12. Два режима турбулентности

Принятая к рассмотрению физическая модель реальной жидкости основана на непостоянстве мгновенной (абсолютной) скорости среды и статического давления в поперечном сечении потока. Переменное статическое давление является частью постоянного полного давления среды. На рис. 1.24 представлены графики распределения основных параметров потока реальной жидкости.



Рис. 1.24. Распределение параметров среды в поперечном сечении потока

Полное давление в каждом поперечном сечении потока постоянно, его величина отличается от давления в других сечениях на величину гидравлических потерь между ними. Таким образом, полное давление характеризует энергетический потенциал среды. который срабатывается в процессе ее движения по трубопроводу. Расход потенциала на преодоление гидравлических сопротивлений движению выражается в снижении величины статического давления, так как скоростное давления для несжимаемой среды в трубопроводе постоянного сечения не меняется, а при движении сжимаемой среды может только возрастать вниз по течению. Увеличение скорости движения среды ограничено запасом статического давления. При достижении средой предельной скорости движения (по нашим представлениям, среднеквадратичной скорости движения молекул) запас статического давления на оси потока становится равным нулю. В таком состоянии поток не может преодолевать дополнительные гидравлические сопротивления, следовательно оно является предельным состоянием потока.

В процессе развития течения активной среды от состояния покоя до максимальной скорости, соответствующей состоянию кризиса течения, происходит ряд событий, среди которых переход ламинарной структуры в турбулентную, изменение зависимости ко-76 эффициента гидравлического сопротивления, которое делит турбулентный режим на два – турбулентный 1, для которого λ =  $= 0,3164/\text{Re}^{0,25}$ , и турбулентный 2 или автомодельный, для которого  $\lambda = \text{const.}$  Причины и механизм перехода ламинарной структуры в турбулентную мы рассмотрели в предыдущих разделах. В данном разделе попытаемся определить причину изменения турбулентного режима движения и представить физическую модель автомодельного режима. Диапазон изменения среднерасходной скорости среды *U* в режиме турбулентных течений достаточно широк. Возникновение турбулентности происходит при скоростях среды ниже скорости звука а<sub>0</sub>. Принято считать, что кризис течения наступает при среднерасходной скорости  $U = a_0$ . Если рассматривать развитие турбулентности в зависимости от абсолютной скорости среды, то начало области турбулентных течений лежит ниже звуковых скоростей, а кризису течения соответствует максимальная скорость среды, превосходящая скорость звука. Таким образом, скорость звука лежит внутри области турбулентных режимов течения.

Для описания распределения касательных напряжений в турбулентном потоке целесообразно использовать распределение градиента динамической скорости среды, которая определяется соотношением

$$V_{\rm g} = 0,01 \ U \, {\rm Re}_x^{0,75}.$$

Обратный пересчет выполняется по уравнению

 $U = 10,37 V_{\text{A}} \text{Re}^{-0,429}$ ,

где  $\operatorname{Re}_{x} = UD\rho/\mu$ ;  $\operatorname{Re} = V_{\mu}D\rho/2\mu$ .

Для расчета распределения поперечного градиента давления динамическую скорость в потоке использовать нельзя, так как она не соответствует фактическим скоростям среды в потоке.

Используя квадратичное распределение скорости среды на основе удвоенной среднерасходной скорости, получим распределение поперечных градиентов давления.

На рис. 1.25 представлен график поперечного градиента давления для распределения мгновенной скорости среды в сечении воздушного потока диаметром 38,0 мм.

На графиках рис. 1.26 представлено сравнение поперечного и продольного градиентов давления в воздухопроводе диаметром 10 мм. Здесь имеются две характерные точки перегиба, которые

разделяют поле графика на три области. Левая область принадлежит ламинарному режиму, средняя – турбулентному 1, правая – турбулентному 2 или автомодельному режиму.



На графике рис. 1.26 поперечного градиента давления dP/dr точке перегиба соответствует достижение предельной мгновенной скорости среды на оси потока, равной среднеквадратичной скорости движения молекул. Направление вектора мгновенной скорости не совпадает с направлением оси *x*, запас статического давления на оси потока равен нулю.

Точке перегиба на графике продольного градиента давления соответствует момент перехода ламинарной структуры течения в турбулентную. Отношение поперечного градиента давления к продольному в точке перехода равно 13848. Оно сохраняет постоянное значение для воздуховодов любого диаметра. Продольный градиент давления в ламинарном режиме зависит от скорости среды в первой степени, в турбулентном *1* – в степени 1,75, в автомодельном – во второй степени. Квадратичная зависимость продольного градиента давления в автомодельной области оспаривается экспериментальными данными М.Д. Миллионщикова и Б.В. Пустовойта [19].

Использование шероховатости стенок трубопровода в опытах Никурадзе явилось удачным способом учета влияния диаметра трубопровода на величину динамической скорости среды. По свидетельству Б.В. Пустовойта: "Экспериментальными исследованиями М.Д. Миллионщикова доказана несостоятельность утверждения о том, что относительная шероховатость труб является параметром, достаточным для полной характеристики и математического описания явлений, наблюдаемых при движении жидкостей в шероховатых трубах. На отмеченном утверждении базируются распространяемые в научной и учебной литературе формулы для расчета коэффициента гидравлического сопротивления. Экспериментальными исследованиями М.Д. Миллионщикова опровергается существование "автомодельной" турбулентной области движения Ньютоновских жидкостей в трубах с большими скоростями, при которых коэффициент гидравлического сопротивления становится постоянным и не зависит от числа Re, содержащего те же большие скорости. В опытах М.Д. Миллионщикова со всеми нарезными шероховатостями коэффициент гидравлического трения при больших числах Re турбулентного движения неизменно и монотонно увеличивается, а в опытах со штампованной полусферической шероховатостью, наоборот, интенсивно уменьшается. Последнее является, вопервых, неожиданным и, во-вторых, указывает на то, что механика внутреннего гидродинамического состояния движущихся в трубах Ньютоновских жидкостей далеко не изучена и может преподносить неожиданные сюрпризы укоренившимся представлениям".

По нашим представлениям, возражения Б.В. Пустовойта не лишены оснований, поскольку в автомодельной области увеличение среднерасходной скорости движения газа не приводит к росту касательных напряжений на стенках канала, так как оно происходит при неизменном распределении динамической скорости за счет упорядочения направления векторов мгновенной скорости: продольная составляющая увеличивается при уменьшении поперечной составляющей. Такое упорядочение скорости происходит до момента совпадения направления вектора мгновенной скорости на оси потока с направлением движения (оси *x*).

Экспериментальное определение абсолютных скоростей среды пока возможно только в ламинарных потоках, для которых известно направление вектора скорости. Датчики для измерения скоростей имеют направленное действие и требуют строгой ориентации относительно направления вектора скорости. Габариты датчиков и чувствительность измерительной системы не позволяют определить значение мгновенной скорости среды в турбулентном потоке, так как они производят усреднение измеряемой величины как по времени, так и по направлению. Измерение поперечной составляющей скорости системами, усредняющими величину по времени и по направлению, всегда дает нулевой результат, так как на периферии потока отсутствуют источники и стоки. Измерения продольной составляющей скорости более успешны. Можно предпринимать попытки зафиксировать абсолютное значение скорости среды как случайное событие, соответствующее моменту совпадения направлений вектора мгновенной скорости среды и измерительной оси датчика. Чем выше чувствительность измерительной системы, тем больше амплитуда изменения измеряемой величины. Если чувствительный элемент датчика будет иметь размер, соизмеримый с длиной свободного пробега молекул, а измерительная система обладать малой инертностью, значение абсолютной скорости среды может быть получено как случайное событие, соответствующее максимальному отклонению скорости от средней величины.

Для оценки соотношения величин поперечного и продольного градинтов давления на графиках рис. 1.26 представлена их зависимость от среднерасходной скорости воздуха для воздуховода диаметром 0,01 м. Анализ графиков выявляет стремительный рост поперечного градиента давления в области ламинарного и турбулентного 1 режимов движения вплоть до предельного значения мгновенной скорости, после чего он стабилизируется на постоянном уровне и сохраняет это значение вплоть до критического режима истечения.

Как только продольная скорость среды на оси потока достигнет предельного значения (среднеквадратичной скорости теплового движения молекул), дальнейшее увеличение расхода становится невозможным, так как запас статического давления на оси потока становится равным нулю.

Классическая гидравлика основывает зависимость продольного градиента давления на шероховатости стенок трубопроводов. По нашим представлениям, шероховатость стенок не влияет на коэффициент гидравлического сопротивления движению вязкой среды. Само существование автомодельного режима обязано не шероховатости стенок, а стабилизации скоростного режима движения, если оценивать его динамической, а не переносной скоростью движения. Увеличение продольного градиента давления с ростом среднерасходной скорости подтверждается экспериментальными данными Никурадзе, Кольбрука [11], однако оно опровергается экспериментальными работами М.Д. Миллионщикова и Б.В Пустовойта [19], а также нашими теоретическими исследованиями турбулентных течений.

## 1.13. Влияние активности среды на распределение параметров в пограничном слое

Для исследования параметров сплошной среды в качестве отборных устройств используем пьезометр П, напорную трубку Н, термометр Т. Пьезометрическая трубка имеет открытый конец, ее измерительная плоскость – плоскость среза конца трубки- ориентирована параллельно оси *x*, совпадающей с направлением переноса среды или с направлением перемещения границы раздела фаз в неподвижной среде. Напорная трубка ориентирована открытым концом навстречу вектору относительной скорости движения фаз. Закон сохранения энергии применим только к активной сплошной среде. Пассивная среда при взаимодействии с активным телом должна рассматриваться как незамкнутая термодинамическая система, получающая дополнительную энергию извне.

#### 1.13.1. Исследование параметров неподвижной среды неподвижными отборными устройствами

Параметры термодинамически изолированной системы, в которую входит сплошная среда, находящаяся в покое, постоянны по всему объему системы. Давления, отбираемые пьезометром –  $P_{\rm n}$  и напорной трубкой  $P_{\rm H}$ , равны и неизменны по всему объему изолированного пространства. Температура среды также постоянна, что свидетельствует о постоянстве энергетического потенциала по всему объему системы. Отбор давлений и температур в различных точках пространства производится неподвижными отборными устройствами. При этом

$$P_{\Pi} = P_{H} = \frac{1}{3} \rho_0 C_0^2, \quad T_0 = \frac{1}{3} m C_0^2 / k, \quad E = \rho_0 C_0^2 / 2.$$

## 1.13.2. Исследование параметров активной среды пассивными отборными устройствами

Активность сплошной среды определяется наличием продольного градиента давления и касательных напряжений. На рис. 1.27, *а* представлены графики распределения скоростей, давлений и температуры, отбираемых пассивными отборными устройствами в поперечном сечении пограничного слоя. Здесь же представлены распределения касательных напряжений и потенциала механической энергии.

Давление, отбираемое пьезометром в различных точках поперечного сечения пограничного слоя, не зависит от координаты *r* и равно полному давлению среды

$$P_{\Pi} = \text{const}, P_{\Pi} = P_0.$$

Давление, отбираемое напорной трубкой, переменное, оно зависит от локальной скорости среды. Его величина равна сумме полного и динамического давлений среды.

$$P_{\rm H} = P_0 + P_{\rm A}, \qquad P_{\rm H} = P_0 + \rho V^2.$$



б Рис. 1.27. Распределение параметров среды при пассивном (а) и активном (б) зондировании потоков, соответственно

Разность давлений в напорной и пьезометрической трубках равна динамическому давлению среды.

$$P_{\rm H} - P_{\rm \Pi} = \rho V^2.$$

Температура, отбираемая неподвижным термометром в любой точке поперечного сечения слоя, равна температуре торможения  $T_0$  и равна постоянной величине.

Касательные напряжения определяются распределением поперечного градиента динамической скорости среды.

Распределение энергетического потенциала в поперечном сечении слоя равномерное.

# 1.13.3. Исследование параметров активной среды активными отборными устройствами

Произведем отбор давлений и температур в пограничном слое активной среды, представленном на рис. 1.27, *а* отборными устройствами, находящимися в относительном покое со средой, т. е. совершающими движение вдоль потока со скоростью

$$V = V_{\rm M}(1 - r^2/R^2)$$

при постоянной координате *г*. Подобные экспериментальные исследования возможны только для ламинарных потоков на открытом конце трубопровода с помощью глубокого зондирования при синхронизации скорости движения отборного устройства и среды. В этом случае будет обеспечено состояние относительного покоя фаз. Результаты зондирования представлены на графиках рис. 1.27, *б*. Давления, отбираемые напорной трубкой и пьезометром, снизятся, по сравнению с предыдущим примером, и станут равными статическому давлению среды в потоке. Температура оказывается ниже температуры торможения и равна

$$T = \frac{1}{3} m (C_0^2 - V^2)/k.$$

По результатам исследования активной среды пассивными и активными отборными устройствами можно представить характеристику активной среды, выразив ее зависимостью статического, полного, скоростного и динамического давлений от скорости движения среды. Такая характеристика представлена на рис. 1.28.



Области давлений: I – статическое; 2 – скоростное; 3 – динамическое. Полное давление  $P_0$  равно сумме статического и скоростного давлений. Оно равно постоянной величине по всему поперечному сечению пограничного слоя активной среды.

#### 1.13.4. Исследование параметров пассивной среды

В данной части раздела на основе упрощенных представлений о распределении скорости в пограничном слое попытаемся дать качественную оценку параметров пограничного слоя пассивной среды. Основная цель этого исследования заключается в сравнении параметров пограничных слоев пассивной и активной среды, представленных в предыдущем разделе. Здесь мы рассматриваем изменение параметров пограничного слоя пассивной среды при активном и пассивном зондировании. Под активным зондированием мы понимаем отбор давлений и температур при относительном покое среды и отборного устройства. Этот способ исследования имеет чисто теоретическое значение, поскольку реальные способы его осуществления нам неизвестны.

Пассивное зондирование в данном случае взаимодействия может быть осуществлено в двух вариантах: 1 – зондирование в неподвижных координатах, когда отборное устройство закреплено в неподвижной среде, 2 – зондирование с поверхности активного тела, например, с борта летательного аппарата, т. е. в координатах, перемещающихся вместе с телом.

При взаимодействии активной поверхности с неподвижной средой на границе раздела фаз среда увлекается поверхностью, в результате чего на ней формируется пограничный слой, в котором происходит передача энергии от стенки к среде. Этот процесс выводит систему из стационарного состояния, так как в этом случае происходит передача энергии извне в рассматриваемую сплошную среду. Такое состояние системы является нестационарным, так как распределение потенциала механической энергии в пограничном слое оказывается неравномерным: к постоянному энергетическому потенциалу неподвижной среды добавляется переменная составляющая, зависящая от скорости движения тела. Максимальная добавка соответствует границе раздела фаз, по мере удаления от поверхности эта добавка снижается и достигает нуля, где среда неподвижна.

На рис. 1.29 представлена схема взаимодействия и графики распределения скорости, давлений и температуры, касательных напряжений и энергетического потенциала в любом, произвольно выбранном, поперечном сечении пограничного слоя.

Статическое давление определяется параметрами неподвижной сплошной среды, поэтому оно постоянно.

К статическому давлению в пограничном слое добавляется скоростное давление, как результат передачи энергии от активного тела пассивной среде. Полное давление переменное, оно равно сумме статического и скоростного давлений. Температура в пограничном слое переменная. При  $h = \delta$  она соответствует температуре неподвижной среды, а в пограничном слое она выше за счет подвода энергии к среде от активного тела.



Рис. 1.29. Параметры взаимодействия активной пластины с пассивной средой

Результаты поперечного зондирования пограничного слоя отборными устройствами, перемещающимися вместе с активным телом, представлены на рис. 1.30, *а*. Для сравнения на рис. 1.30, *б* представлены результаты зондирования пограничного слоя неподвижными отборными устройствами (закрепленными в неподвижной среде).



Рис. 1.30. *Результаты пассивного зондирования потока: a* – с активной пластины (зонд перемещается с пластиной); *б* – возмущенного активной пластиной (зонд неподвижен)

При зондировании слоя с активного тела пьезометрическое давление равно постоянной величине. Оно представляет собой сумму давления неподвижной среды и скоростного давления, обусловленного движением отборного устройства в пассивной среде.

Давление в напорной трубке на границе раздела фаз равно пьезометрическому давлению, по мере удаления от границы оно увеличивается и достигает максимума при  $h = \delta$ .

Температура в пограничном слое, измеряемая термометром, перемещающимся вместе с телом, постоянна, она превышает температуру пассивной среды, измеряемую неподвижным термометром, на величину

$$\Delta T = \frac{1}{3} \,\mathrm{m}V^2/k.$$

На рис. 1.30, б представлены результаты пассивного зондирования с неподвижной базы. Здесь пьезометрическое давление переменное, его максимальное значение на границе раздела фаз. Давление в напорной трубке имеет максимум также на границе раздела фаз. Максимальный перепад давлений в напорной и пьезометрической трубках составляет  $\rho V^2$ . Температура в слое переменная с максимумом на границе раздела фаз.

При активном зондировании пограничного слоя, когда обеспечивается относительный покой отборного устройства и среды, скорость по всему сечению равна нулю (условие активности зондирования), давление в пьезометрической и напорной трубках, а также температура среды постоянны и равны параметрам невозмущенной среды (рис. 1.31).



#### Рис. 1.31. Результаты активного зондирования потока. В точке отбора относительная скорость зонда и среды равна нулю

По результатам исследования можно представить характеристику пассивной среды, выразив ее зависимостью давлений от скорости среды в пограничном слое. Такая характеристика представлена на рис. 1.32. Обозначения областей давления: *1* – статическое, *2* – скоростное, *3* – динамическое давление, соответственно.

Как следует из анализа рисунка 1.32, полное давление среды в пассивном пограничном слое не постоянно, с увеличением скорости среды оно увеличивается.

Обобщенная характеристика сплошной среды, выраженная зависимостью ее параметров от относительной скорости фаз

$$V_0 = V_{\rm c} - V_{\rm M},$$

где V<sub>c</sub> – скорость движения среды; V<sub>м</sub> – скорость движения границы раздела фаз. На рис. 1.33 представлен график параметров среды.



Из анализа графиков следует, что полное давление  $P_0$  активной среды постоянно, в пассивной среде оно возрастает по мере увеличения относительной скорости взаимодействия фаз. В этом случае к уровню давления неподвижной среды (при V = 0) добавляется скоростное давление, на которое затрачивается энергия активного тела.

В активной и пассивной средах перепад давлений в напорной и пьезометрической трубках равен  $\rho V^2$ . Это положение обеспечивает возможность использования приема обращения активности фаз при анализе результатов исследования моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе (среда активная) для учета действительных нагрузок, возникающих при полете аппарата в пассивной среде.

Давление в передней критической точке *P*<sub>к</sub> представляет собой сумму полного и динамического давлений

$$P_{\kappa} = P_0 + \rho V^2.$$

Учитывая непостоянство  $P_0$  в пассивной среде, давление в критической точке при взаимодействии тел с активной и пассивной средами не одинаково. В пассивной среде  $P_{\kappa}$  выше, чем в активной на величину скоростного давления.

Энергетическое состояние среды при прохождении в ней активного тела не отвечает условию стационарности, к ней не при-

меним закон сохранения энергии, так как в этом случае происходит увеличение энергии среды, теряемой активным телом. Механизм изменения параметров среды нам представляется в виде следующей цепочки событий: при взаимодействии активного тела со средой оно расходует свою энергию на преодоление сопротивления среды, увлекая за собой среду, формируя пограничный слой. В пограничном слое скорость движения молекул оказывается выше, чем в неподвижной среде, за счет сложения скоростей относительного и переносного движений молекул. Повышенной скорости движения молекул, в соответствии с молекулярно кинетической теорией газов, соответствует более высокая температура среды. Передача энергии от активного тела среде приводит к увеличению ее температуры и полного давления в пограничном слое. После прохождения активного тела параметры среды стабилизируются, избыточная энергия среды в следе активного тела распределяется по всему объему исследуемой системы.

Характерной особенностью взаимодействия пассивной среды с активным телом является повышение энергетического уровня среды в момент взаимодействия.

Анализ распределения давлений в пограничном слое позволяет сделать следующие выводы:

1. Если при взаимодействии активного тела с пассивной средой на границе раздела фаз возникают касательные напряжения, то в пограничном слое к статическому давлению неподвижной среды добавляется скоростное давление.

2. Если взаимодействие активной среды с телом происходит без изменения касательных напряжений, то на границе раздела фаз действует только статическое давление.

Эти выводы будут использованы нами при анализе динамических эффектов на поверхностях раздела в системах пневмотранспорта, при рассмотрении эффекта Магнуса и др.

#### 1.14. Взаимосвязь полного и статического давлений в слое пассивной среды

Соотношение давлений в потоке активной среды рассмотрено нами в разделе 1.5. Здесь выполним аналогичный анализ пограничного слоя пассивной среды. Ранее было установлено, что каждому виду механической энергии среды соответствует определенный вид давления. Потенциальной энергии активной среды соответствует статическое давление в потоке, кинетической энергии соответствует скоростное давление среды, общему уровню механической энергии активной среды соответствует полное давление или давление торможения. При этом было установлено, что ни один вид энергии не равен соответствующему давлению. Отношение давления к соответствующему виду энергии равно постоянной величине

$$P/E = 2/3.$$
 (1.55)

Закон сохранения энергии для активной среды есть ничто иное, как постоянство общего энергетического уровня механической энергии при изменении составляющих ее частей – кинетической и потенциальной энергии. Заметим, что давление торможения активной среды соответствует общему уровню механической энергии среды, который в точности равен кинетической энергии теплового движения молекул в заторможенном состоянии среды.

Отличие пассивной среды от активной заключается в изменении общего уровня ее энергии при взаимодействии с телом.

На рис. 1.34, a представлена схема сложения скоростей относительного C и переносного V движения молекул газа активной среды для группы молекул, совершающих в неподвижной среде движение вдоль осей y или z.

Напомним, что при изменении скорости среды V значение  $C_0$  сохраняется постоянным, при этом величина относительной скорости C соответствующим образом изменяется так, что

$$C_0^2 = C^2 + V^2. (1.56)$$

Постоянное значение  $C_0$  является фактором, определяющим постоянство полной механической энергии активной среды при изменении ее скорости.

На рис. 1.34,  $\delta$  представлена схема сложения скоростей движения молекул в пассивной среде. На рис. приняты следующие обозначения:  $C_0$  – среднеквадратичная скорость движения молекул в возмущенной среде, C – среднеквадратичная скорость движения молекул в невозмущенной среде, т. е. при V = 0.



Рис. 1.34. Сложение скоростей относительного и переносного движений молекул: *а* – активной среды, перемещающихся молекул поперек потока; б – пассивной среды

Здесь, как и на рис. 1.34, *а* рассматривается группа молекул, которая в невозмущенной среде совершала движение вдоль осей *у* или *z*. Энергетический уровень среды в этом случае переменный. В невозмущенной среде он определяется величиной скорости теплового движения молекул *C*. При возникновении движения среды за счет энергии активного тела ее энергетический уровень увеличивается на величину  $0.5 \rho V^2$  и определяется скоростью  $C_0$ 

$$C_0^2 = C^2 + V^2. (1.57)$$

Измененное энергетическое состояние среды достигается за счет сложения скоростей теплового движения молекул C и скорости движения среды V. Суммарной скорости движения молекул  $C_0$ соответствует более высокая температура торможения среды в пограничном слое, возникающем на поверхности активного тела. Если произвести отбор статического давления пьезометром, находящимся в относительном покое со средой, то при любой скорости среды прибор покажет постоянное давление, равное давлению неподвижной среды. Это давление определяется величиной скорости молекул C и равно

$$P = \frac{1}{3}\rho C^2.$$
 (1.58)

Давление, отбираемое неподвижным пьезометром, определяется величиной скорости молекул  $C_0$ , соответствует полному давлению среды, оно равно

$$P_0 = \frac{1}{3}\rho(C^2 + V^2).$$

Раскрывая скобки последнего уравнения с учетом (1.58) получим сумму статического и скоростного давлений

$$P_0 = P + P_c.$$

Основное отличие параметров слоя пассивной среды от параметров слоя активной среды заключается в том, что в активной среде  $P_0 = \text{const}$ , а в пассивной P = const.

Давление, отбираемое неподвижной напорной трубкой, определяется суммой полного и динамического давлений, т. е.

$$P_{\kappa} = P_0 + \rho V^2.$$

Полный уровень механической энергии пассивной среды –  $E = 0.5 \rho C^2$ .

В возмущенном состоянии –  $E = 0.5 \rho C_0^2$ .

Разность энергий расходуется на создание скоростного давления  $\Delta E = 0.5\rho(C_0^2 - C^2)$ .

В соответствии с уравнением (1.57)

$$\Delta E = 0,5\rho V^2.$$

С учетом уравнения (1.55)

$$P_{\rm c}=\frac{1}{3}\ \rho\ V^2.$$

Рисунок 1.34,  $\delta$  демонстрирует изменение энергетического уровня молекул пассивной среды при взаимодействии с активным телом. Если произвести торможение возбужденной среды, то вектор  $C_0$ , не изменяя своей величины, совместится с осью x(y). Этому состоянию соответствует более высокое, по сравнению с невозмущенной средой, давление, так как  $C_0 > C$ . Разность давлений, возникшая при взаимодействии с активным телом после его прохождения, будет сохраняться до тех пор, пока избыточная энергия молекул не диссипирует в окружающую среду через обмен энергией с другими молекулами, не обладающими избыточной энергией, во время столкновения с ними.

Рассмотрим давление молекул в плоскости *уг* в пограничном слое пассивной среды. Используем метод наложения результатов взаимодействия:

1. Найдем статическое давление на измерительную плоскость, находящуюся в относительном покое со средой, т. е. совершающую движение со скоростью V. В соответствии с выводом молекулярно- кинетической теории газов

$$P = \frac{1}{3}\rho C^2.$$
 (1.59)

2. Остановим отборное устройство, что приведет к взаимодействию среды с устройством с относительной скоростью V. Такое взаимодействие приводит к усредненному скоростному давлению

$$P_{\rm c}=\frac{1}{3}\,\rho\,V^2.$$

3. Найдем динамическое давление среды на неподвижную измерительную плоскость отборного устройства, расположенную под прямым углом к направлению вектора скорости среды. В соответствии с уравнением (1.34) это давление равно

$$P_{\rm g} = \rho V^2$$
.

Сравнивая уравнения (1.58) и (1.59), приходим к выводу, что статическое давление в пограничном слое пассивной среды не зависит от направления измерительной плоскости отборного устройства. Полное давление среды, равное сумме статического и скоростного давлений, одинаково по всем направлениям координатных осей и равно

$$P_0 = \frac{1}{3}\rho \ (C^2 + V^2).$$

Давление в передней критической точке зависит от направления вектора относительной скорости. Оно равно

$$P_{\kappa} = P_0 + \rho V^2.$$

Перепад давлений критического (в напорной трубке) и полного (в пьезометре) равен динамическому давлению

$$\Delta P = \rho V^2.$$

### ГЛАВА 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФАЗ В ГРАДИЕНТНО-СКОРОСТНОМ ПОЛЕ

#### 2.1. Динамика взаимодействия фаз

Физические и математические модели взаимодействия фаз разработаны в основном для процессов осаждения, фильтрации, псевдоожижения и пневмотранспорта в вертикальных аппаратах и трубопроводах для восходящих потоков сплошной среды или осаждающихся частиц в пассивной среде. Теория горизонтальных пневмотранспортных и гидротранспортных систем, теория газожидкостных течений не разрабатывались. Строго говоря, до сих пор не разработана модель, позволяющая расчетным путем определить параметры взаимодействия. Нет удовлетворительных методов определения критической скорости пневмоагента, обеспечивающей подъем твердой фазы со дна горизонтальных трубопроводов в системах пневмотранспорта и гидротранспорта, отсутствуют теоретические методы расчета скоростей, обеспечивающих вынос твердой фазы газом или пузырьков газа жидкостью в рельефных трубопроводах. Недостаток моделей восполняется обилием экспериментальных данных, позволяющих в основном дать ответ на большинство интересующих нас вопросов в части инженерной гидравлики. В последние десятилетия практически не предпринимается серьезных попыток дать теоретическое обоснование механизма взаимодействия фаз. Такое состояние науки о двухфазных процессах можно характеризовать как застой, основанный на сомнительных догмах, к числу которых следует отнести, в первую очередь, представления ученых о постоянстве статического давления в поперечном сечении активного пограничного слоя.

Если взаимодействие фаз в вертикальных потоках основано на динамическом давлении, то в горизонтальных потоках картина взаимодействия основана на непостоянстве статического давления в активной среде, или на непостоянстве скоростного давления в пассивной среде.

Мы исходим из того, что в пограничном слое активной среды существует поле переменного статического давления. Наряду с продольной гидродинамической силой взаимодействия (или силой лобового давления) здесь существует и поперечная сила, определяемая интегралом от градиента статического давления по объему  $\Phi$ , занятому частицей

$$F = \int_{-\infty}^{U} (dP/dr) d\Phi.$$

Эта сила проявляется в пограничном слое активной среды при  $dP/dr \neq 0$  в условиях относительного покоя фаз. Неучет этого условия приводит исследователя к разочарованию, когда, вопреки ожиданию, результат исследования не укладывается в рамки физической модели рассматриваемого явления. Обсуждению результатов таких исследований мы посвятим отдельный раздел.

В пограничном слое пассивной среды при однородном распределении статического давления имеется поле переменного скоростного давления. Наряду с продольной гидродинамической силой взаимодействия существует и поперечная сила, определяемая интегралом от градиента скоростного давления по объему  $\Phi$ , занятому частицей

$$F = \int_{-\infty}^{U} (dP_{\rm c.}/dr) d\Phi.$$

Здесь, в общих чертах, будут представлены результаты расчетно-теоретических исследований, выполненных на основе разрабатываемой модели при разной активности среды и разных относительных скоростях на границе раздела фаз. В результате этого рассмотрения будет представлена подборка типичных примеров взаимодействия с качественной оценкой его результата. Количественные оценки сил и давлений по некоторым примерам взаимодействия будут представлены в специальных разделах.

#### 2.1.1. Взаимодействие шара с неподвижной средой

В неподвижной среде движется шар с постоянной скоростью V. Вращение шара отсутствует. Неподвижная среда характеризуется статическим давлением P, определяемым скоростью теплового движения молекул и плотностью распределения среды в пространстве. Под действием сил вязкого трения и поршневого воздействия на среду возникает ее течение в пограничном слое. На границе раздела фаз скорость среды равна скорости движения шара. По мере удаления от границы раздела фаз скорость среды уменьшается и достигает скорости на бесконечности, равной нулю. По всей поверхности шара действует статическое давление неподвижной среды *P* и скоростное давление  $P_c = \frac{1}{3} \rho V^2$ . На переднюю часть шара действует динамическое давление

$$P_{\rm d} = \rho V^2 \cos^2 \varphi.$$

На боковую поверхность действует инерционное давление  $P_{\rm u}$ , вызванное поперечными перемещениями среды в пограничном слое (см. раздел 2.11). Общее давление на поверхность шара определяется выражением

$$P_{\text{oбщ.}} = P + \frac{1}{3} \rho V^2 + \rho V^2 \cos^2 \varphi - P_{\mu},$$
 (2.1)

где угол  $\phi$  учитывается только в диапазоне  $270^{\circ} \le \phi \le 90^{\circ}$ , т. е. в передней части шара. Для задней части шара третий член уравнения (2.1) равен нулю.

График распределения давлений представлен на рис. 2.1. Он имеет ось симметрии, проходящую через переднюю критическую точку  $\phi = 0$  и центр шара. Скоростное давление  $P_c$  имеет равномерное распределение, его равнодействующая равна нулю. Равнодействующая динамического давления является силой лобового давления или силой сопротивления движению шара. Инерционное давление создает разрежение на боковой поверхности шара, его равнодействующая равна нулю. Никаких поперечных неуравновешенных сил не наблюдается.



Рис. 2.1. Распределение давлений на поверхности шара при его линейном перемещении в неподвижной среде

### 2.1.2. Неподвижный шар в пограничном слое активной среды (рис. 2.2)

### Распределение скорости по высоте слоя $V = 2hV_0/D.$ (2.2)

Сумма статического и скоростного давлений равна постоянной величине  $P_0 = P + P_c$ . График распределения динамического давления  $P_{\pi} = \rho V^2 \cos^2 \varphi$  не имеет оси симметрии, так как скорость зависит от высоты слоя. Если предположить, что инерционное давление на боковые поверхности шара определяется только распределением скорости V по высоте, то в верхней точке Миделевого сечения шара должен образоваться вакуум, значительно превосходящий вакуум в нижней точке шара. Результатом такого распределения инерционного давления должно явится возникновение поперечной подъемной силы, наличие которой не подтверждается экспериментами. Эта ситуация поставила нас в затруднительное положение, вынудившее искать дефект в исходных посылках.



Рис. 2.2. Распределение давлений на поверхности неподвижного шара в пограничном слое

Если рассматривать взаимодействие среды с нижней и верхней частями шара раздельно, то окажется, что средняя скорость среды при взаимодействии с верхней частью шара будет превышать среднюю скорость среды в нижней части шара в 3 раза  $(1,5V_0/0,5V_0 = 3)$ . Так как величина инерционного давления на боковые поверхности тела определяется, в основном, скоростью вторичного течения среды в пограничном слое, при неравномерном

распределении скорости по высоте критическая точка должна сместиться по контуру поперечного сечения шара из области  $\phi = 0$  в область, где динамическое давление будет иметь максимальное значение.

После подстановки значения скорости (2.2) в уравнение динамического давления, имеем

 $P_{\rm A} = (1 + \sin\varphi)^2 \cos^2\varphi \rho V_0^2.$ 

Исследование этого уравнения приводит к выводу, что область максимального динамического давления соответствует значению  $\varphi = 30^{\circ}$ , которая разделяет высоту шара на две неравные части, нижнюю и верхнюю в соотношении 1,5/0,5, что компенсирует неравномерность распределения скорости и приводит к равному распределению расходов среды в потоках вторичного течения в верхней и нижней частях шара. В силу этого, инерционное давление на боковые поверхности шара в его верхней и нижней частях оказываются одинаковыми, их равнодействующая равна нулю, подъемной силы не образуется.

Динамическое давление создает силу сопротивления движению среды, которая направлена вдоль вектора скорости.

#### 2.1.3. Качение шара в пограничном слое активной среды (рис. 2.3)

Под действием динамического давления шар катится с ускорением по дну трубопровода до тех пор, пока сила лобового давления не уравновесится силой сопротивления шара о дно канала.



Рис. 2.3. Распределение давлений на поверхности шара, перекатывающегося в пограничном слое

В условиях отсутствия трения шара о дно канала сила динамического давления на поверхность шара равна нулю. Граница раздела фаз находится в относительном покое со средой. Так как на поверхности шара отсутствует торможение среды, скоростное давление среды на поверхность шара равно нулю. Общее давление определяется распределением статического давления, которое, как и в предыдущем случае, не постоянно. Равнодействующая сила статического давления действует вдоль вертикали, направлена снизу вверх, так как в нижней части шара давление максимально, а в верхней – минимально.

Этот пример объясняет механизм возникновения подъемной силы в двухфазных потоках, а также в горизонтальных системах пневмотранспорта.

#### 2.1.4. Эффект Магнуса

На рис. 2.4 представлена схема взаимодействия шара со средой, совершающего прямолинейное перемещение с вращением. Среда неподвижна. На постоянное статическое давление среды накладывается переменное скоростное давление. Мгновенным центром скоростей движения шара является нижняя его точка, скорость перемещения которой равна нулю. Максимальную скорость имеет верхняя точка шара. Вращение шара происходит с частотой

$$\omega = 2V_0/D.$$



Рис. 2.4. Распределение давлений на поверхности шара, перемещающегося с вращением в неподвижной среде

100

Неподвижная среда увлекается границей раздела фаз. В верхней части шара скорость движения среды выше, чем в нижней части. Так как при взаимодействии фаз энергия активного тела передается пассивной среде, ее давление увеличивается на величину

$$P_{\rm c}=\frac{1}{3}\,\rho V^2.$$

На переднюю часть шара действует динамическое давление. Его равнодействующая направлена навстречу движения шара и является силой сопротивления его линейному перемещению. Кроме сил нормального давления, возникают также касательные напряжения, которые создают силу сопротивления вращательному движению шара.

Инерционное давление, как и в случае взаимодействия неподвижного шара с градиентно-скоростным полем, имеет симметричный график.

Равнодействующая скоростного давления направлена сверху вниз. Перемещающийся с вращением шар в неподвижной среде будет отклоняться от прямолинейной траектории в направлении минимальной скорости движения границы раздела фаз. В этом поперечном перемещении шара и заключается эффект Магнуса.

Сравнение распределений давления на поверхностях шаров в данном случае и при качении шара в пограничном слое активной среды выявляет принципиальное различие: в активной среде подъемная сила возникает из-за непостоянства статического давления на границе раздела, а в эффекте Магнуса поперечная сила есть равнодействующая скоростного давления на поверхность шара.

#### 2.1.5. Вращающийся цилиндр в пограничном слое (рис. 2.5)

На оси О на подшипниках закреплен цилиндр диаметром *D*. На него воздействует активный градиентно-скоростной поток с характеристикой

$$V=2h V_0/D.$$

Взаимодействие среды с поверхностью цилиндра в начальный момент происходит с переменной скоростью относительного движения фаз. Распределение сил динамического давления также неравномерно, верхняя часть цилиндра испытывает большее динами-

ческое давление, чем нижняя. В этом случае возникает вращающий момент, который приводит цилиндр в ускоренное вращательное движение. Ускорение цилиндра будет происходить до тех пор, пока на его нижней части не возникнет уравновешивающий момент обратного знака.



Рис. 2.5. Распределение давлений на поверхности, вращающегося цилиндра в пограничном слое

Статическое давление в активном пограничном слое определяется скоростью движения среды, чем больше скорость, тем меньше статическое давление. Если бы цилиндр не вращался, то скоростное давление дополнило бы полное давление до постоянной величины, соответствующей максимальному значению статического давления. Так как цилиндр вращается, относительная скорость взаимодействия фаз снизилась на величину V<sub>0</sub>. Это привело к тому, что в верхней части цилиндра величина скоростного давления занимает промежуточное положение между нулем и давлением на неподвижный цилиндр. В нижней части цилиндра происходит обратный процесс: здесь цилиндр воздействует на среду, как на пассивное тело, перенося часть энергии среды с верхней части цилиндра. Скоростное давление в нижней части цилиндра также добавляется к статическому давлению. Сумма статического и скоростного давлений – переменная, в нижней части цилиндра она больше, в верхней части – меньше, в результате чего возникает подъемная сила. Динамическое давление дает равнодействующую сил лобового давления, направленную вдоль вектора относительной скорости взаимодействия фаз. Инерционное давление на боковые поверхности цилиндра создает разрежение одинаковое как в верхней, так и в нижней его частях.

#### 2.2. Возникновение поперечной силы в пограничном слое

Взаимодействие фаз в системах гидро- и пневмотранспорта при двухфазных газожидкостных течениях изучается на основе обобщения экспериментальных данных. Теория этих процессов развита слабо, что является следствием отсутствия достоверной физической модели взаимодействия фаз. В последние 30...50 лет большое внимание уделяется практическому использованию систем пневмотранспорта. Этот вид транспорта имеет ряд преимуществ перед механическим, однако отсутствие надежной методики расчета является серьезным препятствием на пути его внедрения.

Одним из важнейших вопросов является расчет критической скорости пневмоагента в горизонтальных трубопроводах.

Существует несколько теорий, объясняющих механизм движения частиц в потоке.

1. Гипотеза плоского параболического скачкообразного движения [15]. Данная гипотеза основана на предположении, что частица движется под действием двух сил: аэродинамической, направленной в сторону движения потока, и силы тяжести частицы. Под действием этих сил частица совершает скачкообразное движение. Причину подъема частицы эта теория объясняет упругим ударом о дно трубопровода, значительным градиентом скорости у стенки и поперечной турбулентностью потока.

Теория движения, базирующаяся на описанной схеме, разрабатывалась рядом авторов (П.С. Козьминым, А.О. Спиваковским, К.И. Страховичем), но экспериментально не обосновывалась.

2. Теория линейного движения [15]. Гастерштадт на основе экспериментов пришел к выводу, что твердые частицы движутся в потоке, равномерно распределяясь по сечению трубопровода, причем влияние силы тяжести не сказывается.

На основе этих экспериментов Трефтцем была разработана простая теория прямолинейного движения твердых частиц в трубопроводах, основанная на пренебрежении силой тяжести.

3. Теория винтового движения. По мнению Н. П. Калинушкина [15], твердая частица в потоке находится под действием трех сил: аэродинамической силы, силы тяжести и центробежной силы. Наличие центробежной силы объясняется тем, что местные сопро-

тивления закручивают поток. Вместе с потоком вращаются твердые частицы, в результате чего возникает центробежная сила.

4. Вихревая теория движения частиц [20, 21]. К. И. Страхович рассматривает движение частиц в безграничном потоке, т. е. пренебрегает влиянием стенок и наличием градиента скорости в потоке. По этой теории частица движется за счет срыва вихрей с той ее части, которая обращена в сторону движения потока, причем в зоне срыва вихрей образуется разряженное пространство, куда и устремляется частица. В. Н. Левинсон [21] утверждает, что на частицу будет действовать подъемная сила, когда поток не симметричен по отношению к частице. Это имеет место, если частица находится вблизи стенки трубы, вследствие срыва вихрей со стенки трубы и с поверхности частицы. Над телом получается разряженное пространство, и, следовательно, возникает подъемная сила, направленная снизу вверх перпендикулярно оси трубы. Основываясь на вихревой теории В.Н. Левинсон рекомендует определять критическую скорость потока в горизонтальных трубах как скорость витания частиц в восходящем потоке.

Несмотря на то, что ряд авторов указывает на существование связи подъемной силы с влиянием стенок, ограничивающих поток, раскрыть механизм взаимодействия фаз, объясняющий причину возникновения подъемной силы, и дать метод расчета критической скорости среды им не удалось. Причина неудач кроется в неверном толковании результатов поперечного зондирования потока вязкой среды. Теория гидродинамики базируется на том, что постоянство уровня жидкости в пьезометрах, соединенных с различными точками поперечного сечения пограничного слоя, является подтверждением постоянства статического давления в потоке. Если устранить это недоразумение, то механизм взаимодействия фаз в потоке легко объясняет причину возникновения подъемной силы в горизонтальном трубопроводе.

Недоразумение заключается в том, что неподвижным пьезометром нельзя отобрать статическое давление в потоке. Давление, отбираемое неподвижным пьезометром, равно полному давлению среды, а его постоянство по всему поперечному сечению пограничного слоя, подтверждает постоянство полного давления среды и свидетельствует о подчинении этого сечения закону сохранения энергии. Если отборное устройство перемещать вдоль потока со скоростью среды и при этом будет обеспечен относительный покой среды и отборного устройства, то давление, отбираемое этим устройством, будет ниже полного давления среды на величину скоростного давления. Это и будет статическое давление в потоке, которое оказывается зависимым от локальной скорости среды: чем ниже скорость, тем выше статическое давление.

Нами впервые в 1963 г. [17] было обращено внимание на существование связи подъемной силы с градиентом скорости в потоке. На рис. 2.6. представлены графики распределения продольной скорости среды U, абсолютной скорости среды V, градиента абсолютной скорости dV/dr, статического давления P, скоростного давления  $P_c$ , полного давления  $P_0$  и градиента статического давления в поперечном сечении пограничного слоя активной среды.

На рис. 2.7. дана схема для расчета подъемной силы, действующей на частицу в горизонтальном потоке. Подъемная сила возникает, как это было показано на примерах в предыдущем разделе, только в том случае, если взаимодействие фаз происходит при их относительном покое. Было показано, что при взаимодействии пограничного слоя активной среды с неподвижной частицей на ее поверхность действует полное давление среды, равное сумме статического и скоростного давлений, которое равно постоянной величине по всему поперечному сечению слоя. Подъемная сила возникает при относительном покое фаз, который обеспечивается перекатыванием частицы по дну трубопровода под действием аэродинамической силы. Величина подъемной силы определяется интегралом от градиента статического давления по объему частицы

$$F=\int_{}^{U}(dP/dr)d\Phi\,,$$

где  $dP/dr = 4\rho V_{\rm M}^2 \alpha (1-\alpha^2)/D; \alpha = r/R.$ 

Подъем частицы со дна трубопровода достигается при величине градиента давления у центра тяжести частицы, не меньше значения разности удельных весов частицы и среды

$$dP/dr > \gamma_{\rm T} - \gamma_{\rm c},$$

здесь  $\gamma_{\rm T}$  – удельный вес частицы;  $\gamma_{\rm c}$  – удельный вес среды.



Рис. 2.7. К расчету подъемной силы в потоке

Взаимодействие потока, имеющего диаметр D, с частицей происходит следующим образом. В поперечном сечении пограничного слоя устанавливается напряженность поля, соответствующая скорости  $V_{\rm M}$  и плотности среды  $\rho_{\rm c}$ . Сферическая частица, характеризующаяся диаметром d и удельным весом  $\gamma_{\rm T}$ , в начале взаимодействия находится в неподвижном состоянии на дне трубопровода. Под действием динамического давления частица начинает перекатываться по дну трубопровода с ускорением до тех пор, пока не возникнет одна из двух ситуаций:

1. dP/dr при  $\alpha = (D - d)/D$  больше разности  $\gamma_{\rm T} - \gamma_{\rm c}$ . В этом случае частица начнет подъем до завершения разгона.

2.  $dP/dr < \gamma_{\rm T} - \gamma_{\rm c}$  при  $\alpha = (D - d)/D$ . Частица достигнет скорости среды и далее будет перекатываться не отрываясь от дна трубопровода.

В первом случае при  $dP/dr > \gamma_r - \gamma_c$ , продолжая разгон в продольном направлении, частица начнет подъем в ядро потока с ускорением до тех пор, пока не достигнет оси динамического равновесия (ОДР), которая находится ниже оси потока и характеризуется равенством

 $dP/dr = \gamma_{\rm T} - \gamma_{\rm c}$ .

Выше ОДР частица будет продолжать подъем с замедлением до верхней критической точки. Выше оси трубопровода на частицу действует такое же поле dP/dr, направление действия которого противоположно нижнему полю. После нескольких колебаний около ОДР частица занимает на ней устойчивое положение и продолжает движение вместе со средой в ядре потока.

Такая картина взаимодействия наблюдалась в экспериментах Гастерштадтом [15] и Е.А. Жихаревым [22], которые утверждают, что твердые частицы не совершают скачкообразных движений, а устойчиво следуют в ядре потока, не касаясь стенок трубопровода.

Порядок расчета критической скорости U<sub>кр</sub>, обеспечивающей подъем частиц со дна трубопровода, следующий:

1. По известным значениям диаметра частицы d и диаметра трубопровода D определяем расчетное значение  $\alpha_p = (D - d)/D$ .

2. Для  $\alpha_p$  определяем значение комплекса  $k = \alpha_p (1 - \alpha_p^2)$ .

3. По известным значениям удельных весов и комплекса k находим значение максимальной абсолютной скорости среды  $V_{\rm M}$ 

$$V_{\rm M} = \left[ (\gamma_{\rm T} - \gamma_{\rm c}) g D / (4k\gamma_{\rm c}) \right]^{0.5}.$$

4. Находим значение  $\text{Re} = V_{\text{M}} d \rho / (2\mu)$ .

5. По формуле  $U_{\rm kp} = 0,5V_{\rm M}$ , находим критическую среднерасходную скорость.

6. Среднерасходную скорость принимаем больше критической с коэффициентом запаса  $U_{\rm c} = 1,2 \ U_{\rm kp}$ .

На этом расчет скорости среды, обеспечивающей перенос твердой фазы в ядре горизонтального потока, заканчивается.

#### 2.3. Обзор экспериментальных данных по взаимодействию фаз

Опыт первый. Мелко нарезанную спичку опустить в стакан с водой и привести содержимое стакана во вращательное движение. Через некоторое время кусочки древесины группируются на поверхности воды у оси стакана.

Наблюдаемый эффект соответствует известным законам физики. Легкие частицы группируются у оси вращения, где центробежная сила минимальна, а более тяжелая вода отбрасывается к стенкам стакана.

Опыт второй. Заменим древесину более тяжелыми частицами, например, металлическими опилками или свинцовыми шариками. Повторяем опыт, приводим содержимое неподвижного стакана во вращательное движение.

Через некоторое время металлические частицы, как и древесина, группируются у центра дна стакана. Наблюдаемый эффект не соответствует известным законам физики, так как более тяжелые частицы должны отбрасываться центробежной силой к стенкам стакана.

Задача о поведении тяжелых частиц в стакане с водой была сформулирована Эйлером. Ее решение было предложено академиком М.А. Лаврентьевым, которое опубликовано в журнале "Наука и жизнь" приблизительно в 1965 г.

Суть решения сводилась к тому, что во вращающейся жидкости, находящейся в неподвижном стакане, образуются вихревые токи, направленные от стенки к центру дна, эти токи перемещают тяжелые частицы к оси стакана.

Такой ответ удовлетворительно объясняет поведение тяжелых частиц, но тогда возникает проблема с объяснением поведения легких частиц. Возможное направление вихревых токов показано на рис. 2.8. Под действием тех же вихревых токов легкие частицы должны отбрасываться к стенкам стакана, однако этого не происходит.

Поведение частиц, находящихся во вращающейся жидкости, относится к ряду многочисленных гидродинамических парадоксов.

С позиций разрабатываемой модели градиентно-скоростного поля этот парадокс находит убедительное объяснение.

Практически все известные гипотезы, объясняющие механизм взаимодействия фаз, основаны на отрицании наличия поперечного градиента давления в пограничном слое.

Перевод жидкости из состояния покоя во вращательное движение является типичным случаем взаимодействия пассивной среды с активным телом. В качестве активного тела может быть ис-108
пользована мешалка, с помощью которой содержимое сосуда приводится во вращательное движение, или сам сосуд, вращением которого вокруг вертикальной оси симметрии можно активизировать среду.



Рис. 2.8. Модель циркуляции вихревых токов во вращающейся жидкости по М.А. Лаврентьеву

Активация среды является первым этапом опыта, в котором содержимое сосуда строго следует известным законам физики: самые тяжелые частицы отбрасываются к стенкам сосуда, самые легкие – к оси сосуда. После завершения активации мешалка удаляется или сосуд переводится в неподвижное состояние. Жидкость продолжает вращение по инерции. В результате взаимодействия с неподвижными стенками сосуда формируется градиентно-скоростное поле. На этом этапе эксперимента жидкость является уже активной фазой, а сосуд и частицы, находящиеся в нем – пассивными телами.

Среда, характеризующаяся переменным произведением  $V \cdot dV/dr$ , создает силовое поле. Эпюры скоростей среды в различные моменты ее торможения представлены на рис. 2.9.



Рис. 2.9. Изменение напряженности поля во вращающейся жидкости

По всей высоте сосуда после прекращения активации среды формируется градиентно-скоростное поле с максимумом скоростей, перемещающимся от стенки к оси сосуда. С началом формирования пограничного слоя периферия оказывается в зоне наиболее активной части поля, где произведение  $V \cdot dV/dr$  имеет максимум. Под действием гидростатического давления частицы перемещаются от стенки к оси, не переходя за максимум скорости, где dV/dr = 0. По мере перемещения максимума скорости частицы следуют за ним и к моменту успокоения жидкости они оказываются у центра дна.

Легкие частицы в момент активации уже находятся у оси сосуда под действием центробежной силы.

Движение твердых частиц в горизонтальных газовых потоках объясняется возникновением подъемной силы. По мнению К.И. Страховича [23], подъемная сила возникает в результате срыва вихрей при обтекании частицы, находящейся в пристеночной области. Под влиянием этой силы частица переходит в состояние движения. Она движется по криволинейной траектории и снова попадает в пристеночную область, где вновь подвергается воздействию подъемной силы. Таким образом, поднимаясь и опускаясь, частица совершает скачкообразное движение вдоль оси трубопровода.

Подобное объяснение механизма перемещения твердых частиц подвергнуто критике в работе [12], где исходят из того, что подъемная сила может быть следствием только вертикальных составляющих пульсационных скоростей потока. Эту же гипотезу использует И.М. Разумов [24]. По модели О.П. Вдовенко [25], частица под действием силы лобового давления катится по дну трубопровода, затем, в связи с наличием у стенок значительного градиента скорости, возникает поперечная сила, которая поднимает частицу кверху, откуда она затем падает по параболической траектории. Непосредственной причиной подъема частиц со дна может явиться и вихревое движение, возникающее при обтекании частиц, лежащих на дне.

Г.М. Островский [26] указывает на отсутствие конструктивного обоснования выбора минимальной скорости газа при горизонтальном транспортировании твердых частиц.

Механизм транспорта частиц за счет турбулентных пульсаций не подтверждается наблюдениями за движением крови в капилля-110 рах, которое характеризуется ламинарной структурой при малых значениях критерия Рейнольдса. Наблюдения за движением красных кровяных телец, выполненные с помощью микроскопа [27], выявили отсутствие скачкообразных перемещений их в поперечном направлении потока. Красные кровяные тельца перемещаются на некотором удалении от стенок капилляра параллельно его оси. Экспериментальными исследованиями Е.А. Жихарева [22] установлен факт перемещения твердых частиц в горизонтальных трубопроводах в ядре потока без контакта со стенками при турбулентном режиме движения.

Результаты многочисленных наблюдений за поведением твердых частиц в горизонтальных потоках не находят исчерпывающего объяснения с позиций отрицания поперечного градиента давления. Только в модели О.П. Вдовенко [25] указывается на наличие связи градиентно-скоростного поля с подъемной силой, однако математическая зависимость этой связи не раскрыта.

Применение закона сохранения энергии ко всему потоку реальной жидкости позволяет объяснить механизм взаимодействия фаз при двухфазных течениях.

При движении вязких сред в потоках формируется градиентноскоростное поле, в котором, в соответствии с законом сохранения энергии, устанавливается переменное статическое давление. На периферии потока, где скорость мала, имеет место максимальное статическое давление, которое уменьшается к оси потока в зависимости от скорости среды. Если поле характеризуется произведени-

ем  $V \cdot dV/dr$ , отличным от нуля, то оно оказывает силовое воздействие в направлении градиента скорости.

О величине поперечного градиента давления можно судить, например, по графику рис. 1.26 для воздуховода диаметром 0,01м. Для проверки гипотезы о наличии поперечной силы, действующей на сферическую частицу в цилиндрическом потоке. Г.М. Островским [26] выполнен эксперимент, суть которого сводилась к следующему. В вертикальную трубу диаметром 69,0 мм помещался шарик из полистирола или дерева диаметром 3,0 мм на нитке (см. рис. 2.10). Под действием восходя

#### Рис. 2.10. Поведение фиксированного шара в восходящем потоке

щего потока воздуха шарик поднимался в трубе, натягивая нить длиной 2,0 м, при этом он сразу же оказывался у стенки трубы.

Увеличение скорости заставляло шарик колебаться, перекатываться по периметру трубы, но не перемещало его к оси потока. Из приведенных наблюдений автором сделан вывод о том, что миграция частицы к стенке трубы объясняется наличием турбулентных пульсаций, а прилипание ее к стенке – возникновением аэродинамической силы, имеющей радиальную составляющую, направленную к стенке (например, силы Бернулли).

Иное толкование результатов этого эксперимента будет представлено нами после рассмотрения других примеров.

В горизонтальном трубопроводе диаметром 28,0 мм на нитке, длиной 1,0 м, закреплялся шарик диаметром 3,0 мм. Трубопровод продувался воздухом со скоростью 24,0 м/с.

Поведение шарика в горизонтальном трубопроводе аналогично поведению в опытах Г.М. Островского – шарик колебался около нижней образующей, не отрываясь от стенки трубопровода. Перевод трубопровода в вертикальное положение (см. рис. 2.10) картину не менял. Исследованиями Е.А. Жихарева [22] установлено, что для незакрепленного шарика в горизонтальном трубопроводе существует определенная скорость среды, выше которой он увлекается в ядро потока, где продолжает движение, не возвращаясь к нижней образующей трубопровода.

Опыты с шариком для настольного тенниса выявляют следующую картину. В свободной вертикальной струе воздуха шарик сохраняет устойчивое положение, совершая незначительные колебания около точки равновесия. При повороте свободной струи на некоторый угол к вертикали шарик продолжает сохранять устойчивое положение, не выпадает из струи, несмотря на то, что нормальная составляющая N силы веса не уравновешивается аэродинамической силой лобового давления F (см. рис. 2.11).





Этот опыт убедительно доказывает наличие поперечной силы, природу которой необходимо искать не в турбулентных пульсациях скорости, а в свойстве градиентно-скоростного поля, обеспечивающем силовое воздействие на частицу в поперечном направлении к потоку.

Взаимодействие активного градиентно-скоростного потока с цилиндром, ось которого закреплена в подшипниках, рассмотрено нами в разделе 2.1, где было показано наличие поперечной силы, вызванной неравномерным распределением статического давления на границе раздела фаз. В случае, представленном на рис. 2.11. результат взаимодействия потока с незакрепленным шариком является аналогичным.

Как следует из анализа результатов взаимодействия пограничного слоя с шарами и цилиндрами, имеющими различную степень закрепления (см. раздел 2.1), поперечная сила в слое возникает всегда, если частица не имеет жесткой фиксации на стенке трубопровода и если она имеет возможность перекатываться в продольном направлении или совершать вращательное движение вокруг оси, имеющей перпендикулярное направление к оси потока. В случае, представленном на рис. 2.10, поперечная сила не возникает, так как шарик не имеет возможности совершать вращательное движение вокруг оси, перпендикулярной оси потока из-за наличия жесткой связи шарика со стенкой потока. Ось этой связи совпадает с направлением движения среды. В этом случае шарик может совершать вращательное движение около продольной оси, однако это вращение не изменяет относительных скоростей взаимодействия фаз. При взаимодействии активного градиентно-скоростного поля с неподвижной поверхностью поперечная сила равна нулю, так как на границу раздела фаз действует постоянное полное давление среды. Г.М. Островский в своих опытах потерпел неудачу в связи с тем, что не обеспечил требуемой свободы перемещения шарику, способной полностью или частично снизить скоростное давление среды.

В противовес этому, в опытах Е.А. Жихарева и в случае, представленном на рис. 2.11, у шарика была возможность совершать вращательное движение вокруг оси, перпендикулярной оси потока. В результате этого, взаимодействие фаз происходит при измененных относительных скоростях, обеспечивающих неравномерное распределение давления на границе раздела, что обеспечило возникновение поперечной силы.

В горизонтальном потоке незакрепленный шарик под действием силы лобового давления начинает катиться по дну трубопровода. Вращение шарика при качении обеспечивает контакт фаз на границе раздела без торможения среды, в результате чего скоростное давление на поверхность раздела не действует и возникает поперечная сила, направленная к оси потока, как результирующая неравномерно распределенного статического давления в пограничном слое. При скорости среды, обеспечивающей поперечный градиент давления у центра шарика, превосходящий разность удельных весов шарика и среды, шарик перемещается в ядро потока и продолжает движение с затухающими поперечными колебаниями у оси динамического равновесия. Картина движения сферических частиц в экспериментах Е.А. Жихарева полностью соответствует представленной здесь модели.

При разработке теории двухфазных течений большое значение имеет масштаб взаимодействия. Так как нами используется модель на основе распределения абсолютной скорости среды, модель будет тем точнее, чем меньше масштаб рассматриваемых элементов. При двухфазных течениях с размерами элементов дисперсной фазы значительно превышающих длину свободного пробега молекул, потребуется усреднение скоростей в соответствии с масштабом взаимодействия. Предельным случаем усреднения при использовании крупных частиц, а так же при рассмотрении газожидкостных потоков может явиться использование распределения продольной 114 составляющей скорости дисперсионной среды без учета ее поперечной составляющей.

## 2.4. Гидродинамика кровообращения

Наблюдения за поведением красных кровяных телец в кровеносных сосудах имеют большое значение. Результаты этих наблюдений являются классическим подтверждением правомерности нашей модели взаимодействия пограничного слоя с частицами, находящимися в среде, равно как и с самой средой, составляющей этот слой.

Наблюдениями И. Тарьяна [27] была опровергнута гипотеза о роли турбулентных пульсаций в гидротранспорте частиц. Наблюдения за движением красных кровяных телец, выполненные с помощью микроскопа, выявили отсутствие скачкообразных перемещений их в поперечном направлении потока. Тельца перемещаются параллельно оси капилляра на некотором удалении от его стенки.

По данным Фын Ян-Чена [28], в области малых артерий давней проблемой является снижение кажущейся вязкости крови с уменьшением диаметра сосуда. Это явление известно как эффект Фареуса-Линдквиста. Одно из объяснений этого эффекта связывалось с отделением плазмы, то есть с тем, что слой крови, непосредственно прилегающий к стенке сосуда, не содержит эритроцитов. В этой связи автор ссылается на работу Сегре и Зильберберга, которые показали, что в случае течения по длинной цилиндрической трубе кругового сечения вязкой жидкости, содержащей сферические частицы, последние распределяются по трубе неравномерно. Наибольшая плотность их достигается в точке, расположенной на расстоянии около 2/3 радиуса от оси симметрии.

По нашим представлениям, расстояние между линией наибольшей плотности частиц и осью симметрии должно быть не менее 0,577 радиуса, что соответствует максимуму поперечного градиента давления в потоке.

Фын Ян-Чен обращает наше внимание на важность информации о структуре эритроцитов. Если предположить, что содержимое эритроцита ведет себя как жидкость, то можно заключить, что он будет сильно деформироваться, так как его оболочка весьма тонкая. Наиболее сильным аргументом в пользу такого предположения является форма эритроцита, которую он приобретает в капилляре. Его задняя кромка кажется очень острой. Это легко объяснить, если содержимым эритроцита является жидкость, так как именно такую форму приобретает при потере устойчивости тонкостенная оболочка, нагруженная внешним давлением. Другим важным аргументом в пользу гипотезы о жидком наполнении эритроцита является его способность приобретать сферическую форму при разбухании.

В этой же работе описаны результаты экспериментов по пропусканию гибкой сферической модели через трубу при различных отношениях диаметра модели к диаметру трубы. Диаметр труб изменялся от 2,54 до 5,03 см. Сферическая модель имела диаметр 4,29 см. Использована очень вязкая силиконовая жидкость, для которой можно было реализовать числа Рейнольдса в диапазоне от  $4 \cdot 10^{-4}$  до  $4 \cdot 10^{-2}$ , т. е. близкие к значениям в плазме, текущей по капиллярам.

Для наших исследований весьма важной является форма модели при ее движении в трубе. Если диаметр модели больше диаметра трубы, то форма модели напоминает снаряд с выпуклой передней частью и вогнутой кормой (рис. 2.12, *a*).

Если диаметр модели меньше диаметра трубопровода, то она приобретает форму двояковогнутого диска, плоскость которого параллельна направлению потока (рис. 2.12,  $\delta$ ). Такую же форму и ориентацию имеют эритроциты при движении крови по крупным сосудам. Форма модели в малых сосудах объясняется наличием продольного перепада давления в сосуде, под действием которого задняя часть вдавливается во внутрь модели, в результате чего она приобретает форму снаряда.



Рис. 2.12. *Форма гибкой модели в потоке вязкой среды: а* – большого размера; *б* – малого размера

В крупных сосудах модель сжата в поперечном направлении, что свидетельствует о наличии значительного поперечного градиента давления, превосходящего продольный градиент давления. Такая форма модели не способствует возникновению вращательного движения вокруг оси, перпендикулярной направлению потока. По нашим представлениям, отсутствие вращательного движения должно привести к осаждению модели на дно трубопровода, так как в этом случае не должна возникать поперечная сила, увлекающая модель в ядро потока. Однако мы не должны забывать об эластичности оболочки эритроцита. В данном случае происходит циркуляция самой оболочки (рис. 2.13) за счет сил вязкого трения плазмы о поверхность эритроцита, чем и обеспечивается относительный покой частицы и среды.



Рис. 2.13. Взаимодействие градиентно-скоростного потока плазмы с эритроцитом

## 2.5. Гидродинамическая коррозия нефтегазопроводов

Большой вред окружающей среде наносят проливы нефтепродуктов, связанные с разрушением нефтесборных трубопроводов. Картина разрушения носит ярко выраженный эрозионный характер: разрыв происходит по нижней образующей, где за короткий промежуток времени образуется канавка, разрезающая стенку трубопровода[18,30]. Оценивая коррозионную активность смеси по активности ее компонентов, можно утверждать, что при отсутствии сероводорода нефть и нефтяной газ относятся к средам с низкой коррозионной активностью. Скорость коррозии стальных трубопроводов не превышает 0,1 мм/год. Пластовая высокоминерализованная вода в статических условиях имеет среднюю коррозионную активность. Скорость коррозии конструкционной стали в этой среде не превышает 0,3 мм/год. Промысловые нефте- и газопроводы (НГП), транспортирующие водонефтяную эмульсию при невысокой обводненности и малых скоростях движения смеси, разрушаются за 1–2 года. Скорость коррозии достигает 3...5 мм/год. Практикой подтверждена достаточно высокая стойкость стальных трубопроводов при повышенной скорости смеси. Факты свидетельствуют о существенной зависимости скорости коррозии от режима движения смеси.

По данным Ричардсона Э. [29] "эрозия является очень сложной проблемой, которую не удается просто выразить с помощью известных физических законов. Вплоть до настоящего времени она оставалась в сфере интересов инженеров, которые вывели ряд экспериментальных закономерностей для предсказания ее величины. Из расхождения не только в коэффициентах, но и в номенклатуре параметров, от которых, как предполагается, зависит эрозия, видно, что эти закономерности не имеют универсальной применимости".

Со своей стороны, мы вынуждены констатировать, что отсутствие успеха в разработке теории эрозии связано с отрицанием наличия градиента статического давления в пограничном слое вязкой среды.

Достаточно полный анализ опубликованных моделей разрушения трубопроводов представлен в работе [30], авторы которой связывают возникновение канавочной коррозии с общей коррозионной активностью и наличием механических примесей в транспортируемой нефтеводогазовой смеси. Наиболее активно разрушение происходит в начале подъемных участков трубопроводов. Одним из способов защиты нефтегазопроводов от разрушения авторы считают выбор гидродинамического режима, исключающего транспорт смеси в расслоенном состоянии.

Начало подъемных участков подвержено наиболее активной эрозии в силу того, что здесь происходит накопление твердых частиц и циклическое их перемещение вверх и вниз по течению смеси в зависимости от фазы цикла накопления жидкости в подъемных участках трубопровода.

Модель эрозионного разрушения трубопровода при расслоенном режиме движения смеси можно описать следующим образом. На рис 2.14 представлено распределение скоростей фаз на нисходящем и восходящем участках трубопровода, примыкающих к точке перегиба профиля трассы.



Рис. 2.14. Распределение скорости движения фаз на перегибе профиля трассы

При расслоенном режиме движения напряженность градиентно-скоростного поля не обеспечивает переноса жидкости в ядро газового потока. Жидкая и газовая фазы существуют самостоятельно, взаимодействуя друг с другом на границе раздела фаз.

На нисходящем участке трубопровода жидкость перемещается вниз по течению под действием продольного градиента давления и сил гравитации. Она обгоняет газовую фазу, у которой нет выхода в следующий подъемный участок. Газ накапливается в нисходящем участке. Жидкость за счет сил трения на границе раздела фаз увлекает за собой газовую фазу. Из-за отсутствия выхода газ под действием сил гравитации возвращается назад. В нисходящем участке создается циркуляционное движение газа.

В восходящем участке накапливается жидкость, перекрывая поперечное сечение трубопровода, так как она не может пройти в следующий нисходящий участок трубопровода. Накопление жидкости сопровождается уменьшением поперечного сечения газового канала с соответствующим увеличением скорости движения газа и поперечного градиента статического давления. При достижении равенства поперечного градиента давления и разности удельных весов жидкости и газа происходит захват жидкости газом, ее дробление на отдельные капли и перенос в ядре газового потока вниз по течению. Плотность газожидкостного ядра увеличивается с соответствующим ростом поперечного градиента давления. Граница равновесия перемещается вниз. Восходящий участок трубопровода частично освобождается от жидкости до минимального уровня, соответствующего новому состоянию равновесия. Как только это состояние достигнуто, вынос жидкой фазы прекращается, газовый поток оказывается не в состоянии удерживать жидкую фазу. Она вновь начинает накапливаться в восходящем участке трубопровода до нового состояния равновесия.

Таким образом, установлена цикличность перемещения жидкой фазы в двухфазном потоке при движении газожидкостной смеси с низкой напряженностью градиентно-скоростного поля, соответствующего расслоенному режиму движения.

Возмущения жидкой фазы, вызванные цикличностью ее выноса вниз по течению смеси, создают пульсирующую нагрузку на частицы механических примесей, находящихся на дне трубопровода. В результате этих нагрузок частицы совершают продольное движение по нижней образующей трубопровода вверх от точки перегиба профиля при увеличенном лобовом давлении жидкости, или вниз против течения смеси при ослаблении лобового давления под действием сил гравитации. При этом движении частицы разрушают слабый слой продуктов коррозии, который при отсутствии частиц играет роль пассивной пленки и защищает металл трубопровода от дальнейшей коррозии. Зачищенная частицами стенка трубопровода многократно подвергается коррозии при контакте с агрессивной водой и вновь зачищается частицами. Такой процесс протекает до полного исчезновения стенки трубопровода.

Точка перегиба профиля является потенциальной ямой, где происходит накопление частиц. Они не могут выноситься потоком из этой ямы в силу недостаточной напряженности потока.

По нашему мнению, отстой водной фазы и ее скопление у дна трубопровода может усилить процессы коррозии, однако причина образования канавки может объясняться только комбинацией коррозионного воздействия среды и эрозионного воздействия механических примесей

Эффект эрозионного воздействия определяется мощностью сил трения

$$N = FU$$
,

здесь N – мощность сил трения мехпримесей о поверхность трубопровода; F – сила трения частиц о трубу; U – скорость движения частиц, равная скорости жидкости у центра тяжести частицы.

Сила трения частицы о трубопровод определяется зависимостью

$$F = (\rho_2 - \rho_1) g \phi \pi d^3 / 6$$
,

где d – диаметр частиц;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – соответственно плотность жидкости и твердых частиц;  $\phi$  – коэффициент трения частиц о металл.

Скорость перемещения частицы, находящейся на дне трубопровода, найдем из распределения скорости жидкости в поперечном сечении потока

$$U = U_{\rm M} [1 - (2r/D)^2],$$

при r = 0,5(D - d) получаем

$$U = \frac{U_{\rm M} d \left(2 - d/D\right)}{D},$$

здесь  $U_{\rm M}$  – максимальная скорость переносного движения среды на оси потока; r – расстояние между осью потока и центром тяжести частицы (рис. 2.15).

Выполнив подстановки, получим

$$N = \frac{0.167\pi(\rho_2 - \rho_1)g\varphi U_{\rm M} (2 - d/D)d^4}{D}.$$
 (2.3)

Мощность эрозионного воздействия на трубопровод в значительной мере определяется диаметром частиц.



Рис. 2.15. Скорость перемещения частицы

Нефтеносный пласт Самотлорского месторождения состоит из песчаника и алевролита. Содержание размерных фракций, средняя крупность по фракциям и относительное распределение мощности зрозионного воздействия на трубопровод по фракциям представлены в табл. 2.1. Мощность воздействия определялась по уравнению (2.3).

### Таблица 2.1

Крупность частиц, мм	Средний диаметр <i>d</i> , мм	Доля объема	Мощность трения, доли
2,00,5	1,2	0,01	0,91867
0,50,25	0,412	0,03	0,038447
0,250,1	0,192	0,575	0,042630
0,10,05	0,0825	0,118	0,000244
0,050,01	0,04	0,102	$1,16.10^{-5}$
0,01	0,01	0,165	$7,364 \cdot 10^{-8}$
		1	1

#### Зависимость мощности сил трения от крупности частиц

Как следует из таблицы, более 99,0 % мощности трения приходится на наиболее крупные фракции 0,1...2,0 мм. Характерно то, что 1,0 % наиболее крупной фракции создает более 90,0 % эрозионного эффекта.

Эрозионное воздействие частиц основано на силах гравитации, оно может быть предотвращено или в значительной мере ослаблено силами, имеющими противоположное направление. Эффективным нейтрализатором сил гравитации являются силы Бернулли, возникающие в пристеночной области градиентно-скоростного поля.

Условию существования дисперсного режима движения соответствует такая напряженность градиентно-скоростного поля, при которой в значительной части объема потока реализуется условие

$$\frac{dP}{dr(\rho_2 - \rho_1)g} \ge 1$$

Анализ пограничного слоя выявляет распределение градиента статического давления в его поперечном сечении в виде

$$dP/dr = 16U^{2}\rho_{1}\alpha(1-\alpha^{2})/D$$
 (2.4)

здесь U – среднерасходная скорость смеси;  $\rho_1$  – плотность дисперсионной среды;  $\alpha$  – относительная координата, равная отношению расстояния от оси потока до исследуемой точки, к половине диаметра поперечного сечения потока. 122 Для защиты нефтегазопровода от коррозии необходимо обеспечить одно из двух условий:

1. Для эмульсий типа "вода в нефти", когда вода является дисперсной фазой, необходимо исключить отстой воды при движении эмульсии в трубопроводе.

2. Для эмульсий типа "нефть в воде" необходимо обеспечить вынос твердых частиц в ядро жидкостного потока.

При движении эмульсий первого типа и достаточной напряженности градиентно-скоростного поля, обеспечивается перемещение воды в виде отдельных капель в потоке нефти, защита от коррозии обеспечивается отсутствием контакта воды с поверхностью трубопровода. При движении эмульсий второго типа гидродинамическим режимом исключить контакт воды с поверхностью трубопровода невозможно, поэтому для защиты трубопровода от эрозии твердыми частицами необходимо обеспечить вынос твердых частиц в ядро потока без контакта с поверхностью трубопровода. В этом случае скорость коррозии трубопровода будет определяться статическими условиями, и она будет поддерживаться на уровне 0,3 мм/год.

Для защиты трубопровода от коррозии при движении эмульсии первого типа необходимо и достаточно обеспечить эмульсионный режим движения, при котором градиент статического давления в потоке будет больше разности удельных весов воды и нефти.

$$(\rho_2 - \rho_1)g \le 16U^2 \rho_1 \alpha (1 - \alpha^2)/D,$$
 (2.5)

где  $\alpha$  – относительная координата, равная  $\alpha = r/R$ ; R – радиус трубопровода; r – расстояние до оси потока; U – среднерасходная скорость движения смеси.

Полностью исключить контакт воды с поверхностью трубопровода не удается, так как условие равновесия сил Архимеда, гравитации и Бернулли при любой скорости смеси наступает при значении  $\alpha < 1$ . Полагаем, что при  $\alpha = 0,99$  на нижней образующей трубопровода будет находиться тонкий слой воды. Толщина этого слоя составит 0,005Д (диаметра трубопровода). Остальная вода будет распределена в ядре нефтяного потока в виде капель. Диспергированная в потоке нефти вода не будет подпитывать донный слой воды коррозионноактивными компонентами, так как она не может контактировать с донным слоем. Этому контакту препятствует энергетический барьер, где поперечный градиент статического давления оказывается больше разности удельных весов воды и нефти (рис. 2.16).



Рис. 2.16. Уровни равновесия сил гравитации, Архимеда и Бернулли

Для определения скорости смеси, обеспечивающей защиту трубопровода от коррозии, можно использовать зависимость (2.5), решенную относительно  $U^2$ .

 $U^2 = (\rho_1 - \rho_2)gD/[16 \rho_1 \alpha(1 - \alpha^2)]$ , которое при  $\alpha = 0,99$  преобразуется к виду

$$U^2 = 3,172(\rho_1 - \rho_2)gD/\rho_1,$$

здесь  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  – плотность соответственно воды и нефти.

В табл. 2.2 представлены результаты расчетов скорости потока, обеспечивающей эмульсионный режим движения смеси в трубопроводах диаметром 100...400 мм при  $\alpha$  равновесной 0,99.

Таблица 2.2

Диаметр трубопровода D, мм	а равновесия	Расчетная скорость движения эмульсии U, м/с
100	0,99	0,697
150	0,99	0,854
190	0,99	0,986
250	0,99	1,102
300	0,99	1,197
400	0,99	1,394

Расчетная скорость выноса водной фазы с уровня а = 0,99

При обводненности нефти более 68 % реализуется движение эмульсии второго типа, когда сплошной средой является вода, а нефть – дисперсной фазой. При такой обводненности нельзя обеспечить отсутствие контакта воды с поверхностью трубопровода гидродинамическим режимом. В этом случае для защиты трубопровода от разрушения необходимо подобрать такой режим движения смеси, при котором основная масса наиболее крупных твердых частиц будет находиться в ядре потока. Считаем допустимым эрозионный эффект при выносе в ядро потока частиц, диаметром более 1,0 мм. В этом случае для расчета скорости выноса твердых частиц используем зависимость

$$U^{2} = (\rho_{1} - \rho_{2})gD^{4} / [(16\rho_{2}(D - d)(2dD - d^{2})].$$

В табл. 2.3 представлены результаты расчета скорости движения эмульсии второго типа, обеспечивающей защиту трубопроводов разных диаметров от канавочной коррозии.

Таблица 2.3

Диаметр трубопровода D, мм	а равновесия	Расчетная скорость движения эмульсии U, м/с
100	0,988	2,072
150	0,992	3,098
190	0,994	4,125
250	0,995	5,151
300	0,996	6,178
400	0,997	8,231

Расчетная скорость выноса твердых частиц d = 1,2 мм.

Анализ полученных результатов расчета выявляет существенное различие в расчетных скоростях движении эмульсий первого и второго типов в трубопроводах малого диаметра.

Характерной особенностью динамики эмульсионных потоков второго типа является значительное увеличение скорости коррозии после инверсии фаз, когда эмульсия первого типа с ростом обводненности продукции скважин переходит в эмульсию второго типа. Расчетная скорость движения эмульсии второго типа оказывается в 2–3 раза больше скорости эмульсии первого типа. В промысловых условиях защита трубопроводов, транспортирующих эмульсии второго типа, от эрозионного разрушения становится большой проблемой, так как такое увеличение скорости движения эмульсий требует изменения диаметра нефтесборных сетей и увеличения перепада давления.

На практике замечено, что при малой обводненности с увеличением скорости движения смеси скорость коррозии уменьшается. При высокой обводненности с увеличением скорости движения смеси скорость коррозии увеличивается. Как следует из гидродинамической модели эрозионно-коррозионного процесса, увеличение скорости коррозии будет продолжаться до тех пор, пока не будет обеспечен вынос твердых частиц в ядро потока. Увеличению скорости разрушения трубопровода способствует увеличение мощности сил трения частиц о дно трубопровода с ростом скорости их перемещения.

При движении смеси скорость коррозии трубопроводов иногда превышает 10 мм/год, известны случаи, когда эта скорость достигала 18 мм/год. Такой результат взаимодействия не укладывается в рамки физических моделей процессов химической и электрохимической коррозии. Влияние динамики потоков на скорость коррозионного разрушения трубопроводов до настоящего времени не изучено.

Отмеченное состояние гидродинамических исследований основано на неверном толковании физической модели потока вязкой среды. Суть этого вопроса раскрыта в работе Е.В. Лебедевой, В.Т. Ситенкова [31].

Новые представления о физической модели потока вязкой среды позволили создать теорию градиентно-скоростного поля и определить физику взаимодействия фаз, находящихся в таком поле [17, 31–33].

При разработке физической модели коррозионного разрушения трубопровода можно выделить следующие процессы:

• химическая коррозия внутренней поверхности трубопровода, находящейся в контакте с водой. Этот контакт на нижней образующей трубопровода существует всегда независимо от скорости и режима движения смеси;  при малой скорости движения смеси частицы механических примесей находятся на нижней образующей трубопровода.
Они перемещаются вперед и назад по его поверхности, накапливаясь в начале подъемных участков трубопровода;

• частицы разрушают слой продуктов коррозии на нижней образующей трубопровода, зачищая металл до блеска;

• химически активная вода вновь контактирует с чистой поверхностью металла, образуя новый слой продуктов коррозии;

 многократная зачистка поверхности металла от продуктов коррозии приводит к сквозному разрушению трубопровода по нижней образующей.

Скорость коррозии металла при взаимодействии с пластовой водой существенно зависит от состояния его поверхности.

На рис. 2.17 представлена зависимость скорости коррозии от состояния поверхности металла. Чистая поверхность металла имеет самую высокую скорость коррозии. По мере протекания коррозионного процесса поверхность металла покрывается слоем продуктов коррозии, который выполняет защитную функцию и существенно снижает развитие процесса коррозии. Если удалить слой продуктов коррозии, то ее активность на чистой поверхности металла восстанавливается. В трубопроводах, содержащих механические примеси, частота зачистки поверхности металла может достигать нескольких единиц в час, что обеспечит скорость коррозионного разрушения на уровне 20...30 мм/год.



Рис. 2.17. Зависимость скорости химической коррозии от чистоты поверхности металла

Статистическими исследованиями установлена линейная зависимость скорости коррозии от скорости движения смеси в трубопроводе. Результаты этих исследований используются в блоке "коррозия" компьютерной программы "Corsapr", разработанной группой специалистов г. Нижневартовска для выполнения гидравлических расчетов разветвленной сети нефте- и газопроводов (НГП) (Компьютерная программа редактор И.С. Сивоконь, авторы А.Н. Маркин, А.Г. Хуршудов).

Анализ параметров среды, выполненный на основе зависимостей теории градиентно-скоростного поля выявил распределение мощности сил трения механических примесей о стенку трубопровода в виде

$$N = 0,334 \pi (\rho_2 - \rho_1) g \varphi U(2 - d/D) d^4/D, \qquad (2.3)$$

здесь  $\rho_2$  и  $\rho_1$  – соответственно плотность частиц и смеси;  $\phi$  – коэффициент трения частицы о дно трубопровода; U – среднерасходная скорость газожидкостной смеси; d – диаметр частицы; D – диаметр трубопровода.

Анализ представленного уравнения выявляет линейную зависимость мощности сил трения частиц о дно трубопровода от скорости движения смеси, аналогичную зависимости скорости коррозии. Естественно предположить, что трение частиц о трубопровод является определяющим фактором в процессе разрушения трубопровода.

Скорость коррозии трубопровода будет определяться мощностью сил трения, величина которой определяется не столько количеством механических примесей, сколько их размером.

Из уравнения (2.3) следует, что мощность сил трения линейно зависит от скорости смеси. Если принять в качестве допущения, что скорость коррозии пропорциональна мощности сил трения, то ее зависимость W = f(U) от скорости смеси будет также линейная. Определив мощность сил трения, мы фактически получим данные о скорости коррозии. Для ее выражения необходимо определить коэффициент перехода от мощности трения к скорости коррозии трубопроводов.

Для определения коэффициента перехода используем практические данные по максимальной скорости коррозии, наблюдаемой в НГП. При высокой обводненности нефти (эмульсия типа нефть в воде) зафиксирована скорость коррозии, равная 15...18 мм/год. 128 Для определения коэффициента перехода принимаем максимальный размер частиц d = 1,5 мм, плотность частиц 1500 кг/м<sup>3</sup>. Скорость движения смеси подбираем на границе перехода к выносу твердых частиц в ядро потока.

Исходные данные, параметры потока и результаты расчета скорости канавочной коррозии представлены ниже.

Объемная доля воды в эмульсии "нефть в воде",	
доли единицы	0,7
Диаметр трубопроводам, м	0,8
Газовый фактор, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	82,56
Расход газа, нм <sup>3</sup> /ч	
Расход нефти, м <sup>3</sup> /ч	
Расход воды, м <sup>3</sup> /ч	6782,95
Расход жидкости, м <sup>3</sup> /ч	
Расход смеси, м <sup>3</sup> /ч	
Давление среднее, МПа	
Плотность смеси, кг/м <sup>3</sup>	
Скорость смеси, м/с	23,24
Скорость эмульгирования смеси <i>U</i> кр <sub>1</sub> ,м/с	
Скорость выноса твердой фазы <i>Uкp</i> <sub>2</sub> , м/с	23,54
Мощность трения, Вт	4,87×10 <sup>-6</sup>
Скорость канавочной коррозии, мм/год	

Скорость коррозии определяется зависимостью

$$W = 3,1213 \times 10^6 N + 0,3 \tag{2.6}$$

здесь *N* – мощность сил трения частицы о дно трубопровода в Вт.

На рис. 2.18 представлены графики зависимости скорости коррозии от скорости движения смеси при низкой и высокой обводненности нефти, выполненные по предлагаемой методике (кривые 1, 3), в сравнении с зависимостью по программе Corsapr (Хуршудов) (кривые 2, 4) для нефте- газопровода диаметром 150 мм.

Анализ графиков на рис. 2.18 выявляет соответствие расчетной зависимости фактическому распределению скорости коррозии. При малой и высокой обводненности нефти зависимости отличаются одна от другой. Характерно то, что каждая зависимость имеет максимум. Для смеси с малой обводненностью максимум скорости коррозии приходится на момент перехода расслоенного режима движения к эмульсионному. При высокой обводненности максимум соответствует скорости движения смеси, обеспечивающей вынос механических частиц в ядро потока.



Рис. 2.18. Зависимость скорости коррозии от скорости движения жидкости (D-150 мм). Объемная доля воды в эмульсии типа "нефть в воде" составляет: 1, 2 – 0,1; 3, 4 – 0,7 доли единицы

Переход расслоенной структуры движения водонефтяной смеси к эмульсионной структуре с увеличением скорости движения у нас не вызывает сомнений, хотя законы этого перехода до сих пор не ясны. Причину перехода литературные источники объясняют возникновением турбулентных пульсаций, вихревых токов, шнурового эффекта, эффекта Магнуса и т. д., хотя ни один из этих источников не предлагает физической модели процесса перехода и его математического описания. В результате обработки экспериментальных данных для определения параметров перехода используется критерий Фруда  $Fr = U^{2}/(gD)$ . Теория градиентно-скоростного поля дает нам следующую зависимость его напряженности

$$dP/dr = 16\gamma_1 U^2 \alpha (1 - \alpha^2)/(gD).$$

Критерий Фруда не имеет размерности. Он представляет собой зависимость величины критерия от диаметра трубопровода, скорости потока и гравитационной постоянной. По его величине, установленной в условиях эксперимента, можно определить структуру потока.

Уравнение напряженности градиентно-скоростного поля, полученное **аналитическим методом**, также содержит все члены, входящие в критерий Фруда. Это уравнение раскрывает физический смысл указанного критерия. Критерий Фруда представляет собой зависимость отношения поперечного градиента статического 130 давления к удельному весу сплошной среды. Если критерий Фруда дает общую оценку напряженности поля, то теория градиентноскоростного поля характеризует эту напряженность в каждой точке поперечного сечения потока, координаты которой определяются членом (альфа). Анализ предложенного уравнения выявляет неоднородность напряженности поля, что позволяет определять область потока, в которой существует эмульсионная структура в отличие от остальной области, где реализуется расслоенная структура течения.

Необходимо иметь четкие представления о том, что критерий Фруда получен в результате обработки массива экспериментальных данных в условиях отрицания закона сохранения энергии для сплошной среды. Предложенное нами уравнение получено аналитически на основе применения закона сохранения энергии к поперечному сечению потока. Экспериментально и аналитически получен один и тот же результат с той лишь разницей, что наша зависимость имеет четкий физический смысл и является более тонким инструментом в исследовании потока вязкой среды.

Более 200 лет ученые всего мира при анализе напряженности в поперечном сечении потока игнорируют закон сохранения энергии для сплошной среды, выраженный уравнением Бернулли. В работе [31] нам удалось показать правомерность применения этого закона не только в продольном, но и в поперечном направлении потока. Причину отсутствия математических моделей процессов коррозии, гидравлики транспорта двухфазных смесей следует искать именно в этом пренебрежении.

Для определения скорости коррозии предлагается следующий алгоритм расчета:

1. Решить уравнение (2.4) относительно U

$$U = [(dP/dr)gD/(16\gamma_{\rm CM}\alpha(1-\alpha^2))]^{0.5}.$$
 (2.7)

Выполнить расчет скорости движения газожидкостной смеси.

2. По уравнению (2.3) определить мощность трения частиц максимального диаметра о дно трубопровода при расчетной скорости газожидкостной смеси.

3. При работе трубопровода в области низкой обводненности (объемная доля воды менее 0,68) определить скорость перехода расслоенной структуры движения смеси  $U_{\kappa pl}$  в эмульсионную. Для этого в уравнении (2.7) заменить член dP/dr разностью плотностей воды и газожидкостной смеси.

4. Сравнить расчетную скорость движения смеси со скоростью  $U_{\text{крl}}$ . Если расчетная скорость движения смеси при малой обводненности больше  $U_{\text{крl}}$ , скорость коррозии принимается на минимальном уровне, равной 0,01 мм/год. Если расчетная скорость смеси меньше  $U_{\text{крl}}$ , скорость коррозии определяется по уравнению (2.6) в зависимости от мощности сил трения частиц о дно трубопровода.

5. При работе в области высокой обводненности нефти (более 0,68 доли единицы) определить скорость перехода эмульсионной структуры потока в дисперсную  $U_{\rm kp2}$ , при которой происходит вынос твердых частиц в ядро потока. Для этого в уравнении (2.7) заменить член dP/dr разностью плотностей твердых частиц и газожидкостной смеси.

6. Сравнить расчетную скорость движения смеси со скоростями  $U_{\text{кp2}}$ . Если расчетная скорость движения смеси при высокой обводненности больше  $U_{\text{кp2}}$ , скорость коррозии принимается на минимальном уровне, равной 0,3 мм/год. Если расчетная скорость движения смеси меньше  $U_{\text{кp2}}$ , скорость коррозии определяется по уравнению (2.6) в зависимости от мощности сил трения частиц о дно трубопровода.

В заключении следует указать на то, что скорость канавочной коррозии НГП определяется не столько количеством механических примесей в потоке, сколько максимальным размером частиц. Для снижения скорости коррозии в 10 раз достаточно удалить из потока всего 1,0 % наиболее крупных частиц. Из этого следует весьма эффективный способ борьбы с коррозией, заключающийся в удалении крупных частиц, поступивших в поток из нефтеносного пласта, методом фильтрации или гидроциклонной обработки потока в начале нефтегазопроводной сети (на кустовых площадках добывающих скважин). Этот способ борьбы с коррозией предполагает высокую культуру проведения строительно-монтажных работ, в результате которых внутренняя полость нефтегазосборных трубопроводов должна быть освобождена от посторонних механических включений, так называемого строительного мусора.

## 2.6. Обоснование пневмометрического метода измерений

В авиации и гидродинамике широкое распространение получил пневмометрический метод экспериментального определения скоростей сплошной среды, основанный на измерении давления на поверхностях неподвижных отборных устройств, одна из которых нормальна, вторая касательна к направлению вектора относительной скорости среды и отборного устройства.

В основу метода положены следующие постулаты [2, 14, 10] (рис. 2.19):

1. Давление в точке *1*, отбираемое напорной трубкой, является давлением торможения или полным давлением среды *P*<sub>0</sub>.

2. Давление, отбираемое пьезометром в точке 2, является статическим давлением среды в потоке.

3. Разность давлений, фиксируемая дифманометром в точках *1* и 2 потока сплошной среды, является скоростным давлением, она соответствует величине третьего члена уравнения Бернулли, а именно

$$\Delta P = \rho V^2/2,$$

где  $\Delta P$  – перепад давлений на дифманометре;  $\rho$  – плотность среды; V – относительная скорость среды и отборного устройства.



Рис. 2.19. Схема зонда для отбора давлений в потоке

Пересчет полученной при измерении разности давлений в скорость среды в точке *1* производится по формуле

$$V = (2\Delta P/\rho)^{0.5}.$$
 (2.46)

Рядом авторов, например [9], в формулу (2.46) вводится поправочный коэффициент, приводящий его к виду

$$V = (\Delta P/\rho)^{0.5}.$$
 (2.47)

Нашими исследованиями установлено, что

1. Давление в точке 1 не равно полному давлению среды, оно больше полного на величину динамического давления, равного  $\rho V^2$ .

2. Давление в точке 2 не равно статическому давлению в потоке сплошной среды, оно больше статического давления на величину скоростного давления, равного осредненному по направлениям координатных осей динамическому давлению, т. е.

$$P_{\rm c} = \frac{1}{3} \rho V^2. \tag{2.48}$$

Для обоснования наших выводов рассмотрим состояние среды на поверхности неподвижного отборного устройства, находящегося в потоке. Как следует из теории движения вязких сред, они не скользят по поверхности тел, а прилипают к ним так, что скорость среды на границе раздела фаз всегда равна скорости движения этой границы. Если граница неподвижна, то и среда на ее поверхности не движется. В соответствии с законом сохранения энергии для сплошной среды в точке 2 установится не статическое, а полное давление среды, которое больше статического на величину, определяемую уравнением (2.48).

Таким образом, разность давлений в точках 1 и 2 равна не скоростному, а динамическому давлению среды.

$$P_{\rm d} = \rho V^2 \,. \tag{2.49}$$

Авторы пневмометрического метода измерений предполагают векторную природу третьего члена уравнения Бернулли в то время, как точно известно, что остальные его члены-скаляры. Указание на векторную природу вытекает из направленности измерительного отверстия в точке 1 открытым концом навстречу потоку. Таким образом, они допускают сложение векторных величин со скалярами. Разворот отборного устройства на  $180^{\circ}$  вокруг вертикальной оси приводит к изменению результата измерений. Из этого наблюдения следует, что измеряемая величина действительно векторная, так как она зависит от ориентации прибора. Описанный эксперимент с разворотом отборного устройства свидетельствует о том, 134 что пневмометрический способ измерения скоростей не основан на уравнении Бернулли.

Для обоснования пневмометрического метода измерений введем определения понятий давления.

Статическим давлением Р является напряжение сжатия среды в потоке, отбираемое устройством, находящимся в относительном покое со средой, при этом измеряемая величина не зависит от направления измерительной плоскости отборного устройства. Нам не известны устройства, позволяющие измерять статическое давление даже в ламинарных потоках.

Полное давление среды, или давление торможения  $P_0$ , является суммой статического и скоростного давлений.

Скоростным давлением  $P_c$  является дополнительное напряжение сжатия среды (сверх статического давления), возникающее при торможении среды плоскостью, касательной к направлению вектора относительной скорости фаз. Скоростное давление есть результат осреднения динамического давления по направлениям координатных осей.

Динамическим давлением  $P_{\rm A}$  является дополнительное напряжение сжатия (сверх полного давления), возникающее на границе раздела фаз при торможении среды плоскостью, нормальной направлению вектора относительной скорости фаз. Динамическое давление, как результат взаимодействия фаз внутри замкнутой системы, вызванного их инертностью, не характеризует параметры состояния среды и не влияет на энергетический баланс системы в целом. Динамическое давление – величина векторная.

*Критическое давление P*<sub>к</sub> есть сумма полного и динамического давлений в передней критической точке.

Как следует из определения давлений, разность, измеряемая дифманометром между давлением в передней критической точке и давлением в точке 2, равна динамическому давлению, определяемому уравнением (2.49), при этом в качестве расчетного для определения скорости движения среды в точке 1 должно использоваться уравнение (2.47).

Для установления связи уравнения (2.49) с третьим членом уравнения Бернулли (кинетической энергией движения среды) рассмотрим схему, представленную на рис. 2.20, иллюстрирующим отбор давлений напорной и пьезометрической трубками в открытом русле. Торможение среды напорной трубкой приводит к трансформации кинетической энергии движения элементарной струйки, набегающей на открытый конец напорной трубки со скоростью V, в потенциальную энергию положения. Составим баланс энергии. Кинетическая энергия струйки равна потенциальной энергии элемента жидкого столба высотой h.



Рис. 2.20. Баланс кинетической и потенциальной энергий элементарной струйки

$$K = \rho V^2 / 2. \quad \Pi = \gamma h / 2,$$

здесь К – кинетическая энергия; П – потенциальная энергия;  $\gamma$  – удельный вес жидкости.

Величина потенциальной энергии требует некоторых пояснений, так как во многих литературных источниках ее представляют без двойки, стоящей в знаменателе дроби. В соответствии с известными законами механики потенциальная энергия равна произведению силы веса столба жидкости высотой h на превышение ЦЕНТРА МАСС над пьезометрической поверхностью потока. Расстояние от пьезометрической поверхности потока до центра масс равно половине высоты столба жидкости, возвышающегося над пьезометрической поверхностью потока. Приравнивая значения кинетической и потенциальной энергий, получим зависимость скорости от величины превышения жидкости в напорной трубке над пьезометрической плоскостью

$$\rho V^2 = \gamma h$$
, или  $V = (\Delta P / \rho)^{0.5}$ ,

так как  $\gamma h = \Delta P$ .

Как мы и предполагали, уравнение (2.47), определяющее зависимость скорости среды от динамического давления, имеет строгое обоснование. Следует заметить, что полученное нами уравнение отличается от уравнения (2.46) величиной постоянного коэффициента, стоящего в скобках. Результаты, полученные по уравнениям (2.46) и (2.47) будут отличаться приблизительно на 40 %, это обстоятельство учитывается авторами пневмометрического метода измерений путем ввода поправочного коэффициента, получаемого при калибровочных испытаниях, близкого к 0,7 [2]. В работе [9] авторы при выводе расчетного уравнения для определения величины скорости по перепаду давления на дифманометре в качестве исходного используют зависимость

$$h = V^2/2g,$$

однако после многократных манипуляций с коэффициентами авторами получена формула

$$V = (K_{\rm rp} \Delta P / \rho)^{0.5}$$
, в которой  $K_{\rm rp} = 1$ .

Эта формула совпадает с нашим выводом, она получена на основе экспериментов, причина расхождения результата с исходным уравнением кроется в дефекте модели, основанной на уравнении Бернулли, не имеющем к пневмометрическому методу измерений никакого отношения.

# ГЛАВА З. МОДЕЛЬ ПОТОКА ВЯЗКОЙ СРЕДЫ

## 3.1. Моделирование потока вязкой среды

Физическая модель потока определяет основные закономерности взаимодействия сплошной среды со стенками трубопровода, а так же отдельных слоев сплошного тела друг с другом. При наличии физической модели можно разработать математическую модель, устанавливающую взаимосвязь параметров в системе.

Необходимость разработки теории взаимодействия фаз диктуется многообразием промышленных процессов, использующих это взаимодействие. К таким процессам можно отнести транспорт однофазных и многофазных сред по трубопроводам, взаимодействие рабочего органа со сплошной средой в насосах, компрессорах и т. д. Существование многочисленных гидродинамических парадоксов, не находящих объяснения сущности процессов, является свидетельством того, что в этой области науки сохранилось достаточно большое "белое пятно", требующее пристального внимания исследователей.

Классическим парадоксом является поведение твердых частиц в горизонтальном потоке воздуха. При малых скоростях воздуха они перекатываются по дну трубопровода, при более высокой скорости отрываются от поверхности трубопровода и увлекаются в ядро воздушного потока. С помощью известных постулатов гидродинамики и законов механики объяснить механизм подъема тела и удержания его в ядре потока пока не удалось. По этому поводу в литературе имеется более десятка гипотез, объясняющих результат взаимодействия, однако ни одна из них не может явиться основой для математического описания процесса. Многие исследователи считают такой переход частицы результатом действия турбулентных пульсаций. Из практики известно, что такой же процесс наблюдается не только в турбулентных, но и в ламинарных потоках. Объектом такого рода исследований были кровеносные сосуды, в которых с помощью микроскопа отслеживалось движение красных кровяных тел в смеси с плазмой [28]. Тела не перекатываются по дну кровеносного сосуда, а устойчиво следуют в ядре потока плаз-138

мы на некотором удалении от его оси. Исследованиями Е.А. Жихарева [22], выполненными в 1959 г. в Белорусском отделении АН, установлено, что стеклянный шарик, будучи увлеченным воздушным горизонтальным потоком в его ядро, не опускается на дно трубопровода, а устойчиво следует в ядре на минимальном удалении от оси потока. Наблюдаемое явление не поддается математическому описанию с позиций известных законов механики. Известные модели и методы расчета не позволяют определить величину критической скорости воздуха, способной поднять частицу в ядро горизонтального воздушного потока.

Для объяснения механизма переноса дисперсной фазы в потоках дисперсионной среды некоторые исследователи используют теорию турбулентных пульсаций, вихревых токов и так называемый "шнуровой эффект". Однако эти теории и эффекты даже при использовании сложнейшего математического аппарата не позволяют получить зависимости для определения критических скоростей среды. Складывается впечатление, что рассуждения о турбулентных пульсациях, вихревых токах и "шнуровом эффекте" являются попыткой закрыть не исследованную область в теории гидродинамики.

В 2000 г. исполнилось 217 лет с момента появления уравнения Бернулли, однако до сих пор ученые не пришли к согласию о возможности его использования в поперечном направлении потока. По мнению большинства авторов, уравнение Бернулли можно применить только к отдельной элементарной струйке в продольном ее направлении. Основой для вывода уравнения Бернулли является модель идеальной жидкости.

Аналитическая разработка математических моделей возможна только при наличии достоверной физической модели процесса или явления. При отсутствии или низком качестве физической модели разработка математической модели возможна только на основе обработки экспериментальных данных. Надежность таких моделей зависит от полноты и представительности экспериментальных исследований. Первая физическая модель потока характеризуется постоянной скоростью в поперечном сечении потока и отсутствием поперечных градиентов скорости и давления (рис. 3.1).



Рис. 3.1. Модель потока идеальной жидкости

При всей условности этой модели к ней следует относиться с уважением, так как именно она явилась основой при разработке закона сохранения энергии для сплошной среды.

Одной из более поздних моделей потока является модель вязкой жидкости (рис. 3.2, *a*). Эта модель характеризуется неравномерным распределением скорости в поперечном сечении потока, наличием градиента скорости, постоянным распределением статического давления, переменным полным давлением среды. Наличие поперечного градиента скорости установлено не только теоретическими, но и доказано экспериментальными исследованиями. Постоянство статического давления в поперечном сечении потока вязкой жидкости теоретически не обосновано.





Рис. 3.2. Сравнение параметров по существующей (*a*) и новой (б) моделям потока

Считается, что этот факт имеет экспериментальное доказательство, суть которого сводится к следующему толкованию результатов поперечного зондирования потока пьезометрической трубкой.

Постоянство "статического" давления в сечении потока экспериментально доказывается следующим опытом (рис.3.3).



Рис. 3.3. Новая трактовка результатов поперечного зондирования потока

При поперечном зондировании потока вязкой среды неподвижной пьезометрической трубкой обнаружено, что во всех точках поперечного сечения потока давление, отбираемое зондом, равно постоянной величине. Это давление отождествлено исследователями со статическим давлением в потоке, а его постоянство принято в качестве основополагающего параметра в виде P = const.

Нашими исследованиями установлено, что при разработке физических и математических моделей ламинарных и турбулентных потоков вязкой среды допущен некорректный вывод о постоянстве статического давления в потоке.

Наши исследования подтвердили постоянство давления, отбираемого неподвижными пьезометрическими трубками, однако мы не можем отождествлять измеренное давление со статическим давлением в потоке. При взаимодействии вязкой среды с неподвижным отборным устройством среда не скользит по его поверхности, а прилипает к ней. На внутренних поверхностях канала жидкость неподвижна. Все поверхности неподвижных тел, введенных в поток, смачиваются жидкостью, как и стенки канала, при скорости, равной нулю. Таким образом, вся поверхность неподвижного отборного устройства находится в контакте с заторможенной средой. В соответствии с законом сохранения энергии для сплошной среды статическое давление неподвижной среды больше, чем давление в потоке, на величину скоростного давления. Постоянство давления, отбираемого пьезометром, во всех точках поперечного сечения потока вязкой среды доказывает постоянство полного, а не статического давления. Для измерения статического давления в потоке необходимо обеспечить относительный покой отборного устройства и среды. Для реализации этого условия необходимо перемещать отборное устройство в направлении движения среды со скоростью, равной локальной скорости в точке отбора давления. В этом случае давления в пьезометрах окажутся разными. Наибольшее давление будет на периферии потока, где V = 0, наименьшее на оси потока, где  $V = V_{\rm M}$ . Постоянство полного давления сплошной вязкой среды является доказательством соответствия энергетического уровня в поперечном сечении потока закону сохранения энергии.

График распределения статического давления представлен на рис. 3.2, б. Здесь представлена новая модель потока реальной жидкости, там же для сравнения представлена существующая модель (см. рис. 3.2, *a*). Новая модель отличается от существующей модели зависимостью статического давления от локальной скорости среды, постоянством полного давления в поперечном сечении потока, наличием поперечного градиента статического давления. Использование предлагаемой модели позволяет дать физическое объяснение наблюдаемым явлениям и решить практически все задачи, которые в настоящее время относятся к разряду гидродинамических парадоксов.

Отсутствие успеха в разработке теории и моделей двухфазных потоков мы относим к дефекту исходной физической модели потока вязкой среды. Аналитическая разработка математической модели в условиях отсутствия надежной физической модели нам представляется трудно реализуемой.

В основе предлагаемой физической модели потока вязкой среды лежит теория градиентно-скоростного поля. Это поле формируется при движении вязкой среды между ограничивающими поток стенками под действием продольного градиента давления.

## 3.1.1. Ламинарный режим движения

В неподвижной среде отсутствует скольжение слоев друг по другу, поэтому в ней нет и касательных напряжений. Напряженное состояние неподвижной среды характеризуется наличием нормальных напряжений, величина которых равна гидродинамическому давлению.

При движении вязкой среды в канале, огражденном неподвижными стенками, она не скользит по поверхности канала, а прилипает к ней. Таким образом, на поверхности канала образуется тонкий слой неподвижной среды. Под действием продольного градиента давления среда перемещается вдоль канала, при этом скорость движения среды в поперечном сечении канала оказывается не постоянной, по мере удаления от стенки скорость увеличивается. В соответствии со вторым законом механики среда движется под действием продольного градиента давления с ускорением до тех пор, пока силы сопротивления не станут равными движущей силе.

Движение реальных сред между ограничивающих поток стенками связано с формированием пограничного слоя, характеризующегося наличием градиента скорости в поперечном направлении потока. Причиной возникновения градиента скорости является наличие касательных напряжений (или сил трения слоев друг о друга), зависящих от вязкости среды. Взаимосвязь сил вязкого трения и градиента скорости устанавливается законом Ньютона, который предположил, что силы сопротивления, возникающие при скольжении слоев, пропорциональны площади их соприкосновения и скорости скольжения.

$$\tau = -\mu dV/dr, \qquad (3.1)$$

здесь  $\tau$  – касательное напряжение;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости.

При использовании уравнения Ньютона (3.1) рядом авторов, например, Е.З. Рабиновичем [8], направлению вектора скорости приписывается требование о его перпендикулярности направлению градиента скорости. Легко показать, что это требование не является обязательным.

На рис. 3.4 представлен кубический элемент среды А, находящийся в градиентно-скоростном поле ламинарного потока. На верхнюю и нижнюю грани элемента А действует пара сил трения, которая создает вращающий момент, направленный по часовой стрелке. Согласно второму закону механики, элемент А под действием пары сил должен совершать ускоренное вращательное движение. Многочисленными исследованиями ламинарных течений факт вращения элементов среды зафиксирован не был, из чего сделан вывод о струйчатой структуре ламинарного потока.

Для равновесия элемента на его переднюю и заднюю грани должна действовать другая пара сил противоположного направления (элемент В). В теории сопротивления материалов наличие второй пары сил получило название закона парности касательных напряжений. Отвлечемся от напряжений, действующих в горизонтальной плоскости, и рассмотрим напряжения в поперечном сечении потока на предмет их соответствия закону Ньютона (3.1).



Рис. 3.4. Касательные напряжения на элементе потока

В направлении оси *x* градиент скорости равен нулю, в соответствии с уравнением (3.1) на передней и задней гранях элемента касательные напряжения должны отсутствовать. Наличие второй па-
ры сил трения свидетельствует о некорректности требования перпендикулярности векторов скорости и градиента скорости. Как и в уравнении Бернулли, мы опять пришли к выводу, что и в случае с распределением касательных напряжений скорость должна учитываться не как вектор, а как скаляр. При этом важно помнить, что градиент скорости учитывается как по величине, так и по направлению. Градиент любого параметра всегда величина векторная [16]. Градиентом скорости называется вектор, имеющий направление быстрейшего увеличения скорости, и по величине равный производной по этому направлению. Для стационарных цилиндрических потоков вектор dV/dr лежит в плоскости поперечного сечения и имеет направление от периферии потока к его оси.

При ламинарном течении вязкой среды распределение скорости в поперечном сечении потока описывается уравнением

$$V = V_{\rm M} \, (1 - r^2/R^2),$$

здесь V – мгновенная скорость среды в исследуемой точке сечения; r – расстояние от оси потока до исследуемой точки;  $V_{\rm M}$  – скорость среды на оси потока; R – радиус потока

$$dV/dr = -2V_{\rm M}r/R^2.$$

Распределение касательных напряжений в соответствии с уравнением (3.1)

$$\tau = 2\mu V_{\rm M} r/R^2.$$

Замечаем, что в ламинарном потоке величина касательных напряжений линейно зависит от расстояния до оси потока.

Распределение поперечного градиента давления определяется уравнением

$$dP/dr = 16U^2 \rho \alpha (1 - \alpha^2)/D,$$

здесь  $\alpha = r/R$ , R = D/2,  $U = V_{M}/2$ .

Продольный градиент давления определяется уравнением Навье-Стокса

$$dP/dl = \lambda/D\rho U^2/2,$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения,  $\lambda = 64/\text{Re}_x$ .

После подстановки значения λ в уравнение продольного градиента давления получим

$$dP/dl = 32\rho U^2/D/\mathrm{Re}_x$$
.

Для характеристики объемного напряженного состояния среды в потоке найдем отношение поперечного градиента статического давления к продольному градиенту давления

$$(dP/dr)/(dP/dl) = 0.5\alpha(1 - \alpha^2) Re_x.$$

Последнее уравнение раскрывает физический смысл критерия Рейнольдса. Он выражает объемную напряженность градиентноскоростного поля.

### 3.1.2.Турбулентный режим, предшествующий автомодельному

Назовем этот режим первым турбулентным (T-1) в отличие от автомодельного по коэффициенту гидравлического трения, который будем называть вторым турбулентным режимом (T-2).

Турбулентный поток вязкой среды является сложным объектом исследования, что связано с наличием поперечных перемещений среды, параметры которых не поддаются измерениям. Необходимость исследования связана с практическим использованием трубопроводных транспортных систем. Мировая практика накопила огромный объем экспериментальных материалов, обобщение которых позволило разработать простые методы инженерного расчета однофазных трубопроводных систем, связывающие параметры трубопровода, объемный расход среды, его физические характеристики с перепадом давления. При этих исследованиях транспортная система использовалась как "черный ящик", процессы, происходящие в ней, а так же параметры среды, перемещающейся в трубопроводе, не являлись предметом исследования, в результате освоены методы гидравлических расчетов однофазных систем, обеспечивающие требуемую точность при проектировании, однако теория транспорта вязких сред не создана.

Транспортная система для многофазных и/или многокомпонентных смесей является значительно более сложной, по сравнению с однофазной, так как здесь на перепад давления влияют не только физические свойства смеси, но и режим ее движения, а так же объемная концентрация компонентов в потоке, находящаяся в зависимости от угла наклона трубопровода к горизонту. Многомерность задачи транспорта многофазной смеси не позволяет использовать систему как "черный ящик", однако разработка методов гидравлического расчета многофазных смесей проводится по аналогии с однофазными системами путем экспериментов с попыткой найти удачные зависимости для расчета. Обращает на себя внимание тот факт, что разработка теории транспорта практически не проводится, хотя экспериментальные работы развиты очень широко. В этой связи можно назвать методики расчета двухфазных систем, разработанные А.И. Гужовым [38], институтами ВНИИГаз, ВНИПИгазпереработка, Гипровостокнефть, Гипротюменнефтегаз, ВНИИСПТнефть и другими организациями.

Для описания распределения скорости в поперечном сечении турбулентных потоков наибольшее распространение получила зависимость

$$U = U_{\rm M} \left( 1 - r/R \right)^{1/7}, \tag{3.2}$$

здесь U – проекция мгновенной скорости среды на ось x, усредненная по времени;  $U_{\rm M}$  – проекция максимальной скорости среды на ось x, усредненная по времени.

Как следует из уравнения (3.1), распределение касательных напряжений в поперечном сечении потока определяется одной переменной – градиентом скорости.

Учитывая различия в распределении скоростей в ламинарном и турбулентном потоках многие авторы [11, 8] определяют распределение касательных напряжений в зависимости от градиента скорости, получаемого из уравнения (3.3)

$$dU/dr = -0.143 U_{\rm M} R^{-1/7} (R-r)^{-6/7}.$$
(3.3)

Совместное решение уравнений (3.3) и (3.1) выявляет несимметричность распределения касательных напряжений (рис. 3.5), неравенство нулю напряжений при r = 0, неопределенность при r = R. Эти результаты находятся в противоречии с физическим смыслом рассматриваемого явления.



Рис. 3.5. Распределение касательных напряжений по действующей модели турбулентного потока

На рис. 3.6 представлена расчетная схема для анализа распределения касательных напряжений в поперечном сечении турбулентного потока. Рассмотрим равновесие цилиндра радиуса r под действием сил трения  $F_1 = 2\pi r \tau \Delta x$  и перепада давления

$$F_2 = \pi r^2 \Delta P.$$

Из равенства  $F_1 = F_2$ , получаем

$$\tau = 0.5 r \Delta P / \Delta x, \tag{3.4}$$



Рис. 3.6. К выводу распределения касательных напряжений в потоке

Результаты представленного анализа по распределению касательных напряжений в турбулентном потоке в точности совпадают с распределением напряжений в ламинарном потоке, но они не могут быть обоснованы распределением продольной скорости среды (уравнение 3.3) для турбулентного потока. Если исследования приводят нас в область противоречий, всегда возникает проблема выбора результата.

Сравнивая результаты анализа, приходим к выводу, что при независимости коэффициента динамической вязкости от скорости и режима движения среды, уравнение (3.3) не может быть использовано для описания распределения касательных напряжений в турбулентном потоке в связи с тем, что в его ядре образуется дефицит касательных напряжений (на рис. 3.5 заштрихованная область). Этот дефицит, в соответствии со вторым законом механики должен привести к ускоренному движению жидкости в ядре. Ускорение будет продолжаться до тех пор, пока не ликвидируется дефицит и график распределения касательных напряжений не совпадет с прямой линией, отвечающей уравнению (3.4). По нашим представлениям, решение проблемы заключается в зависимости касательных напряжений от турбулентной диффузии, при которой перенос энергии и вещества в поперечном направлении происходит гораздо интенсивнее, чем при молекулярной диффузии, свойственной ламинарным потокам.

Возможно ли увеличение касательных напряжений при возникновении поперечной составляющей скорости движения среды? На этот важнейший вопрос ответ безусловно положительный. Касательные напряжения связаны с таким физическим свойством реальной среды, как вязкость. Механизм этого свойства основан на молекулярной диффузии, на проникновении среды из области, имеющей одну скорость движения, в область с другой скоростью движения среды. Молекулы среды, залетевшие из слоя с высокой скоростью в слой с низкой скоростью, в результате столкновения с молекулами того слоя стремятся увеличить скорость его движения, и наоборот молекулы медленного слоя, попадая в быстрый слой, стремятся снизить его скорость. Такой механизм вязкости проявляется в ламинарных потоках.

В турбулентном потоке, наряду с молекулярным переносом вещества и энергии, возникает перенос на уровне макроструй. Если некоторая струя изменила направление своего движения от продольного, она попадает в область с другим уровнем скорости. Если та скорость больше, то в результате соударения (не молекул, а малых струй) происходит сглаживание скоростей, как и при молекулярном обмене энергией. Распределение касательных напряжений в турбулентном потоке определяется линейной зависимостью от радиуса, оно в основном зависит от турбулентного переноса среды, вклад молекулярной диффузии в распределение сил трения не существенен.

Динамическая скорость турбулентного потока является эквивалентом максимальной скорости среды на оси ламинарного потока, обеспечивающей равенство касательных напряжений в ламинарном и турбулентном потоках. Динамическая скорость учитывает влияние турбулентной диффузии на распределение касательных напряжений [40]. Динамическая скорость по величине равна сумме мгновенной скорости среды и некоторой фиктивной скорости, которой не существует в действительности. Величина этой фиктивной добавки определяется активностью поперечного переноса среды.

Турбулентный режим течения характеризуется хаотичностью, неупорядоченностью движения. Здесь невозможно выделить элементарные струйки, которые могут сохраниться на протяженном участке потока. Все это говорит о том, что турбулентное течение, наряду с продольной составляющей скорости, характеризуется еще и поперечной составляющей. О ее величине можно судить по косвенным признакам, основанным на интенсивности турбулизации. Если сравнивать графики распределения скоростей в поперечном сечении ламинарного и турбулентного потоков, то выявится дефицит скорости в ядре турбулентного потока, по сравнению с ламинарным. Чем ближе исследуемая точка к оси потока, тем больше дефицит скорости. По нашим представлениям, этот дефицит восполняется поперечной составляющей скорости движения среды в турбулентном потоке.

По данным В.М. Рамма [40], коэффициент турбулентной диффузии в турбулентных потоках газа превышает коэффициент молекулярной диффузии в 100 раз и более, а в турбулентных потоках жидкости – в 100000 раз. Это обстоятельство предполагает зависимость касательных напряжений в потоке от турбулентной диффузии при значениях поперечного градиента скорости, не отвечающих закону Ньютона (3.1). Таким образом, для анализа распределения касательных напряжений, основанного на законе Ньютона, необходимо использовать распределение фиктивной (не существующей на практике) или динамической скорости движения среды. Величина динамической скорости среды на оси потока определяется по уравнению для ламинарного режима движения при условии равенства касательных напряжений на периферии ламинарного и турбулентного потоков. Зависимость динамической скорости от среднерасходной скорости среды описывается уравнением

$$V_{\rm d} = 0.01 U_{\rm c} R e_x^{0.75}$$

здесь  $V_{\pi}$  – фиктивная (динамическая) скорость среды на оси потока, соответствующая распределению касательных напряжений в поперечном сечении ламинарного потока при равенстве напряжений на периферии потоков. Нижний индекс *x* в обозначении критерия Рейнольдса означает использование среднерасходной скорости среды при определении его величины.

Распределение динамической скорости в поперечном сечении турбулентного потока описывается квадратичной зависимостью, как и распределение мгновенной скорости в сечении ламинарного потока

$$V = V_{\rm A}(1-\alpha^2).$$

Границами существования турбулентного 1-го режима движения являются: слева – значение среднерасходной скорости U потока, соответствующей величине критерия Рейнольдса, равной 2300, справа – значение среднерасходной скорости  $U_2$ , соответствующей предельному значению динамической скорости, равной среднеквадратичной скорости теплового движения молекул при параметрах торможения.

Пересчет динамической скорости в среднерасходную производится по уравнению

$$U_{\rm c} = 10,36 V_{\rm A} R {\rm e}^{-0,429},$$

здесь  $\text{Re} = V_{\text{M}}D/2\nu$ . Величина критерия Рейнольдса определяется по значению динамической скорости.

Граничное значение  $U_2$  определяется при  $Re = C_0 D/2\nu$ . Для газовых сред  $C_0 = (3P_0/\rho_0)^{0.5}$ . Здесь  $P_0$  и  $\rho_0$  – параметры торможения среды.

Для доказательства положения правой границы существования турбулентного 1-го режима движения найдем начало автомодельного режима с использованием динамической скорости среды.

Рассмотрим турбулентные воздушные потоки в трубопроводах диаметром 0,01; 0,1 и 1,0 м. В качестве исходных данных принимаем массовую плотность воздуха  $\rho = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>, вязкость  $\mu = 1,76 \cdot 10^{-5}$  H·c/м<sup>3</sup>, абсолютную шероховатость труб  $\Delta$  соответственно равной 0,03; 0,095 и 0,2 мм. При выборе абсолютной шероховатости труб допускается некоторый произвол, так как диапазон изменения этой величины для стальных трубопроводов лежит в интервале 0,02...1,50 мм [11], нам представляется естественным выбор минимальных значений для труб малого диаметра, для труб большого диаметра – более высокие значения шероховатости.

Целью расчета является определение максимальной динамической скорости воздуха, соответствующей моменту изменения режима турбулентности.

Порядок расчета:

По известным значениям абсолютной шероховатости и диаметров труб находим относительную шероховатость

$$\Delta r = \Delta/D.$$

На графике Кольбрука продолжаем линии  $\lambda = \text{Const}$  при расчетных относительных шероховатостях  $\Delta_r$  до пересечения с линией зависимости  $\lambda$  для абсолютно гладких труб. Определяем значения критерия  $\text{Re}_x$ , соответствующие режимам движения на границе перехода. Далее по известным значениям  $\text{Re}_x$  находим среднерасходные скорости воздуха *U*. Пользуясь пересчетом по формуле  $V_{\text{д}} = 0,01U \text{Re}_x^{0.75}$ , находим значения  $V_{\text{д}}$  и сравниваем их со средне-квадратичной скоростью теплового движения молекул.

Результаты расчетов сведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Определение границы турбулентного и автомодельного режимов движения

Наименование показателя	Диаметр трубопровода, м		
	0,01	0,10	1,00
Абсолютная шероховатость Д, мм	0,03	0,095	0,20
Относительная шероховатость $\Delta_r$	0,003	0,00095	0,0002
(Re) <sub>x</sub> по графику Кольбрука	21000	79000	300000
$U = (\mathrm{Re})_x \mu / D / \rho$	27,15	10,21	3,88

Ситенков В.Т.

$V_{\rm g} = 0.01 ({\rm Re})_x^{0.75} U$	473,60	481,26	497,15
$V_{\rm A} = (3P_{\rm o}/\rho_0)^{0.5}$	482,24	482,24	482,24
Погрешность определения, %	1,79	0,20	-3,09

Сравнение результатов расчета со среднеквадратичной скоростью теплового движения молекул выявляет удовлетворительную сходимость, что свидетельствует о соответствии разработанной нами физической модели турбулентного потока действительным процессам, происходящим в градиентно-скоростном поле. Наша модель полностью исключает влияние шероховатости стенок канала на величину коэффициента гидравлического трения.

Распределение касательных напряжений в режиме T-1 определяется зависимостью

$$\tau = 2 \ \mu \ V_{\rm m} r / R^2.$$

Рассмотрим зависимость динамической скорости среды от среднерасходной для потоков газа. На рис. 3.7 представлены графики зависимости отношения динамической скорости к среднерасходной скорости воздуха в трубопроводах диаметром 10, 300 и 1000 мм.

Анализ представленных графиков выявляет зависимость максимального отношения скоростей от поперечного размера потока. Чем больше поперечный размер, тем при более низких скоростях среды достигается ее предельная динамическая скорость.



Рис. 3.7. Зависимость отношения динамической скорости к среднерасходной скорости воздуха от диаметра потока: 1, 2, 3 – диаметры трубопроводов 10, 300 и 1000 мм, соответственно

С уменьшением поперечного размера потока область существования режима T-1 по изменению среднерасходной скорости становится уже.

Область автомодельных течений начинается при достаточно низких скоростях движения среды. Чем больше поперечный размер потока, тем раньше (т. е. при более низкой скорости) начинается автомодельный режим движения. Этот вывод имеет весьма важное значение при анализе крупномасштабных течений, например, атмосферных потоков.

Для исследования полей давления в поперечном сечении потока необходима информация по распределению мгновенной скорости среды. Априори можно утверждать, что мгновенная скорость среды в турбулентном потоке больше переносной скорости U, которую можно определить экспериментально, так как переносная скорость среды – есть проекция мгновенной скорости на ось x. Если вектор скорости не параллелен оси x, мгновенная скорость всегда больше ее проекции.

Величину мгновенной скорости среды  $V_{\rm M}$  будем искать в диапазоне  $2U \le V_{\rm M} \le V_{\rm g}$ .

Значение динамической скорости, получено при анализе распределения касательных напряжений. Вполне естественным является предположение о том, что динамическая скорость является абсолютной скоростью движения среды, что распределение касательных напряжений и статического давления можно определить в зависимости от нее. Серия расчетов по распределению касательных напряжений подтвердила возможность использования динамической скорости, однако распределение статического давления и его поперечного градиента, рассчитанных с использованием динамической скорости, не соответствуют результатам экспериментов по взаимодействию фаз в градиентно-скоростном поле.

Статическое давление среды определяется кинетической энергией ее движения. Эта энергия определяется скоростью движения молекул газа, находящегося в неподвижном (заторможенном) состоянии или суммой кинетической энергии относительного теплового движения молекул (в координатах, перемещающихся вместе 154 со средой) и переносного движения среды. Динамическая скорость среды является фиктивной скоростью, оценивать фиктивное движение уровнем механической энергии не имеет смысла, поэтому одним из наших выводов явилось утверждение о невозможности использования динамической скорости среды для анализа энергетического состояния градиентно-скоростного поля.

На следующем этапе исследований анализировалось предположение, что мгновенная скорость среды на оси турбулентного потока равна удвоенной среднерасходной скорости. Этот вывод справедлив для ламинарных потоков. Для турбулентных потоков оставалось сомнение в достаточности напряженности градиентноскоростного поля при такой величине мгновенной скорости на оси потока. Для проверки правомерности принятого допущения были выполнены расчеты по взаимодействию фаз в градиентноскоростном поле. В расчетах рассматривались случаи взаимодействия, по которым были опубликованы результаты экспериментальных исследований.

В статье Е.А. Жихарева [22] описан случай подъема стеклянного шарика диаметром 5 мм в горизонтальном трубопроводе диаметром 38 мм. Трубопровод продувался воздухом. Подъем шарика происходил при скорости воздуха более 9,0 м/с. Плотность материала шарика – 750 кг/м<sup>3</sup>.

Для проверки предположения о зависимости мгновенной скорости воздуха от среднерасходной скорости в трубопроводе в виде  $V_{\rm M} = 2U$ , выполним расчет напряженности градиентно-скоростного поля для описанного случая. Цель расчета – определить напряженность поля при  $\alpha = (D - d)/D$ , здесь  $\alpha = 0,868$ . Если поперечный градиент статического давления в потоке при  $\alpha = 0,868$  совпадет с разностью удельных весов шарика и воздуха, предположение о равенстве  $V_{\rm M} = 2U$  справедливо.

На рис. 3.8 представлен график распределения поперечного градиента статического давления в потоке воздуха при среднерасходной скорости 9,0 м/с, рассчитанный по уравнению

$$dP/dr = 16 \rho U_2 \alpha (1 - \alpha^2)/D,$$

и график разности удельных весов шарика и воздуха. Графики имеют точку пересечения при  $\alpha = 0,9$ , что практически соответствует положению центра масс шарика, лежащего на нижней обра-

зующей трубопровода. Этот результат совпадает с нашим предположением о величине мгновенной скорости на оси турбулентного потока.



Рис. 3.8. Сравнение dP/dr (1) с разностью удельных весов шарика и воздуха (2)

Если предположить, что распределение мгновенной скорости воздуха соответствует распределению динамической скорости, то точка пересечения графиков сместится к стенке трубопровода при  $\alpha = 0,9999$ . В этом случае равновесие достигается при диаметре шарика 2 $\cdot 10^{-3}$  мм, что противоречит условиям эксперимента.

Наше предположение о распределении абсолютной скорости среды в турбулентном потоке можно сформулировать в виде уравнения

$$V=2U(1-\alpha^2).$$

Продольный градиент давления определяется по уравнению Навье-Стокса при  $\lambda = 0.3164/\text{Re}_x^{0.25}$ .

Мы показали, что касательные напряжения в поперечном сечении ламинарного и турбулентного цилиндрических потоков определяются линейной зависимостью от *r* 

$$\tau = r \text{ const.} \tag{3.5}$$

Рассмотрим равновесие кольцевого элемента реальной среды, находящегося в цилиндрическом потоке (рис. 3.9).

Составим уравнение сил, действующих на кольцевой элемент, в проекции на ось *х* 

 $(P + dP)2\pi r \, dr - P \, 2\pi r \, dr + 2\pi r \tau dx - (\tau + \delta \tau)2\pi (r + dr)dx = 0.$ 156

Отбросив члены, содержащие произведения *dr* на *dx*, как бесконечно малые высшего порядка, получим

 $(dP/dx)_r = d\tau/dr.$ 

Рис. 3.9. К выводу закона распределения продольного градиента давления в поперечном сечении потока

Как следует из уравнения (3.5),  $d\tau/dr = \text{const}$ , следовательно (dP/dx)r = const. Последнее уравнение показывает, что продольный градиент давления по всему поперечному сечению цилиндрического потока реальной среды равен постоянной величине. Постоянство градиента давления в комбинации с общими граничными условиями для множества элементарных струек приводят все уравнения Бернулли, составленные для множества элементарных струек, к общему виду, характеризующему поток как в продольном, так и в поперечном направлениях. Это уравнение дает ответ на вопрос о возможности применения уравнения Бернулли к поперечному сечению потока, а также устанавливает равенство продольного градиента давления поперечному градиенту касательных напряжений.

#### 3.1.3. Автомодельный режим

На графиках Кольбрука и Никурадзе область автомодельных по коэффициенту гидравлического трения режимов движения представлена полем, характеризующимся постоянством  $\lambda$ , при этом дано определенное указание на зависимость этого коэффициента от шероховатости стенок канала.

Исследованиями Миллионщикова наличие области, характеризующейся постоянным значением коэффициента гидравлического трения, не подтверждается, хотя большинство учебников и изданий по гидравлике использует именно такую модель турбулентного потока T-2.

Наши теоретические исследования однозначно указывают на независимость коэффициента гидравлического трения от шероховатости стенок трубопровода при любых скоростях движения среды.

На рис. 3.10 представлены графики распределения мгновенной и динамической скоростей, касательных напряжений, статического и скоростного давлений и градиента статического давления в поперечном сечении потока, соответствующие граничному значению среднерасходной скорости между режимами Т-1 и Т-2. Начало автомодельного режима характеризуется равенством  $V_{\rm A} = C_{\rm o}$ , динамическая скорость  $V_{\rm A}$  достигла предельного значения, дальнейший рост ее невозможен. Касательные напряжения на стенках трубопровода достигли предельного значения. Мгновенная скорость V на оси потока не достигла значения  $C_{\rm o}$ . Статическое давление на оси потока незначительно превосходит абсолютный вакуум. Полное давление по всему сечению потока равно постоянной величине. Оно немного превосходит величину скоростного давления на оси потока.

Увеличение расхода среды приведет к повышению мгновенной скорости среды на оси потока до значения  $C_0$ . Эта ситуация представлена на графиках рис. 3.11. Здесь давление на оси потока достигло абсолютного вакуума, дальнейшее увеличение расхода невозможно, так как исчерпан запас энергии, выраженный величиной статического давления в потоке. Среднерасходная скорость среды не достигла скорости звука, так как

$$C_{o}/a_{o} = (3/k)^{0.5} < 2, \quad C_{0} = (3P/\rho)^{0.5}, \quad a_{0} = (kP/\rho)^{0.5},$$

а отношение максимальной скорости к среднерасходной равно 2.

Здесь k – показатель адиабаты для газов, изменяющийся в диапазоне 1 < k < 1,67.



Рис. 3.10. Начало автомодельного режима



Рис. 3.11. Режим запирания потока

Дальнейшее увеличение среднерасходной скорости до скорости звука возможно в сужающемся сопле, а сверхзвуковое течение реализуется в расширяющейся части сопла Лаваля с формированием ядра потока с постоянной скоростью среды, равной  $C_0$ .

Результаты гидравлических исследований области автомодельных режимов носят противоречивый характер. По данным Кольбрука и Никурадзе коэффициент гидравлического трения λ равен постоянной величине и определяется шероховатостью стенок трубопровода. По данным Пустовойта и нашим исследованиям шероховатость стенок не оказывает влияния на величину λ.

Если признать постоянство  $\lambda$  во всей области существования автомодельного режима, то его величина, по нашим представлениям, не зависит от шероховатости стенок и должна определяться зависимостью

$$\lambda = 0,3164/\text{Re}_2^{0,25}$$
, где  $\text{Re}_2 = U_2 D/v$ ,  $U_2 = 10,37 (C_0 D/v)^{-0,429}$ .

Результаты расчетов коэффициентов гидравлического трения по предложенной зависимости для разных диаметров воздуховодов представлены ниже.

Параметр	Значение
Давление воздуха, кПа	100,0
Плотность воздуха, кг/м <sup>3</sup>	1,29
Коэффициент гилравлического трения λ	

при диаметре трубопровода

10 мм	
100 мм	0,0187
300 мм	
10000 мм	

По экспериментальным данным Миллионщикова с ростом скорости коэффициент гидравлического трения (КГТ)  $\lambda$  продолжает снижаться, по нашим данным он снижается от величин, представленных выше для различных диаметров воздуховодов, до  $\lambda = 64/\text{Re}_x$  т. е. до значений, определяемых зависимостью для ламинарных режимов движения.

В самом деле, правая граница существования автомодельного режима движения характеризуется следующими данными:  $U = 0.5C_0$ ,  $V_{\rm M} = C_0$ , поперечная составляющая скорости среды равна нулю. Представленные параметры характеризуют ламинарный режим движения.

Диаграмма скоростей, охватывающая все режимы движения, представлена на рис. 3.12. На этой диаграмме представлена зависимость скоростей U, V и  $V_{\pi}$  от среднерасходной скорости U. На оси U точками обозначены границы существования режимов движения: 0-1 – ламинарный режим; 1-2 – турбулентный – 1; 2-3 – турбулентный – 2 или автомодельный;  $3-a_0$  – предзвуковой режим;  $a_0-C_0$  – сверхзвуковой режим движения.

Мгновенная скорость среды на оси потока V = 2U, где U – среднерасходная скорость,  $V_{\rm d}$  – динамическая скорость на оси потока.



Рис. 3.12. Диаграмма скоростей

Переход от ламинарного режима движения к турбулентному Т-1 сопровождается появлением поперечного переноса среды, который учитывается динамической скоростью  $V_{\rm q}$ . Заштрихованная область на диаграмме скоростей соответствует разности  $V_{\rm q} - V$ . Эта разность увеличивается при переходе от ламинарного режима к турбулентному Т-2.

Режим T-2 начинается после достижения равенства  $V_{\pi} = C_0$ . С этого момента разность скоростей  $V_{\pi}-V$  уменьшается, что свидетельствует о снижении поперечной составляющей скорости движения. Снижение активности поперечного переноса с ростом среднерасходной скорости приводит к стабилизации касательных напряжений на постоянном уровне и к соответствующему изменению коэффициента гидравлического трения. Он не может сохранять постоянное значение, как это определено графиками Никурадзе и Кольбрука.

В точке 3 мгновенная скорость на оси потока достигла предельного значения – среднеквадратичной скорости теплового движения молекул. Запас статического давления в потоке полностью израсходован. Абсолютное давление на оси потока стало равным нулю. Распределение мгновенной скорости совпадает с распределением переносной скорости. Такое распределение скоростей характеризует ламинарное течение. Состояние потока в точке 3 называют режимом запирания. Дальнейшее увеличение расхода возможно только за счет изменения распределения скорости. Этот режим реализуется в сужающемся сопле. В ядре потока формируется область с постоянной скоростью движения среды, равной  $C_0$ . В критическом сечении сопла среднерасходная скорость достигает скорости звука –  $a_0$ . Дальнейшее увеличение расхода достигается при использовании сопла Лаваля. В расширяющейся части сопла ядро потока со скоростью  $C_0$  расширяется, занимая почти все поперечное сечение. Среднерасходная скорость стремится к скорости  $C_0$ .

Турбулентная диффузия приводит к увеличению касательных напряжений, с чем связано изменение зависимости продольного градиента давления от скорости среды. Если гидравлическое сопротивление ламинарного потока описывается линейной зависимостью от скорости, то в турбулентном потоке оно становится пропорциональным скорости в степени 1.75. Такая зависимость существует до начала автомодельного по коэффициенту гидравлического трения режима движения, при котором зависимость продольного градиента давления от скорости вновь изменяется. Экспериментальные исследования автомодельного режима движения дают нам существенно разные результаты. По исследованиям Никурадзе и Кольбрука [11], в данной области течений продольный градиент давления зависит от шероховатости стенок трубопровода и от скорости среды во второй степени. Исследованиями Миллионщикова квадратичная зависимость градиента давления от скорости оспаривается, приводятся экспериментальные данные, которые снижают порядок зависимости до значения меньше единицы.

По данным Б.В. Пустовойта [19], "Экспериментальными исследованиями М.Д. Миллионщикова доказана несостоятельность утверждения о том, что шероховатость труб является параметром, достаточным для полной характеристики и математического описания явлений, наблюдаемых при движении ньютоновских жидкостей в шероховатых трубах. Теми же исследованиями опровергается существование "автомодельной" турбулентной области движения ньютоновских жидкостей в трубах со скоростями, при которых коэффициент гидравлического трения становится постоянным и не зависит от числа Рейнольдса".

На рис. 3.13 представлены графики изменения параметров сверхзвукового потока: распределения мгновенной скорости V, динамической скорости  $V_{a}$ , касательных напряжений  $\tau$ , статического 162

давления *P*, скоростного давления *P*<sub>c</sub> и поперечного градиента давления *dP/dr*.



Рис. 3.12. Параметры сверхзвукового потока

Сверхзвуковой режим движения реализуется в расширяющейся части сопла Лаваля. В этом случае ядро потока движется с постоянной скоростью *C*<sub>0</sub> в абсолютном вакууме.

В пристенной области образуется тонкий градиентноскоростной слой среды. Этот режим движения характеризуется неравномерным распределением энергетического потенциала в поперечном сечении потока. Потери энергии на трение среды о стенки потока компенсируются снижением статического давления в пристенной области, где оно выше нуля. Ядро потока движется с предельной скоростью при давлении, равном нулю.

Для учета влияния турбулентной диффузии на величину касательных напряжений вводится понятие динамической скорости.

Наше предположение о распределении мгновенной и динамической скоростей среды в турбулентном потоке можно сформулировать в виде уравнения

$$V = V_{M(A)} (1 - r^2/R^2),$$
  
rge  $V_M = 2U$  (3.6)

для распределения мгновенной скорости и

$$V_{\rm g} = 0.01 U \, {\rm Re}_x^{0.75} \tag{3.7}$$

для распределения динамической скорости.

Напряженное состояние в пограничном слое активной среды характеризуется распределением статического давления и касательных напряжений. Нами установлено, что распределение статического давления соответствует уравнению Бернулли и зависит от мгновенной скорости движения среды, которая определяется уравнением (3.6). Распределение касательных напряжений в поперечном сечении потока зависит от динамической скорости, величина которой определяется уравнением (3.7).

Под динамической скоростью  $V_{\rm g}$  будем понимать скорость среды на оси ламинарного потока, соответствующую действительным касательным напряжениям на периферии турбулентного потока.

Пересчет динамической скорости в среднерасходную выполняется по уравнению

$$U = 10,37 V_{II} \text{Re}^{-0,429},$$

где  $\text{Re} = V_{\mu}D/2\nu$ ,  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости.

Для автомодельного режима движения величина динамической скорости не изменяется во всем диапазоне существования этого режима. Она определяется величиной динамической скорости на границе предшествующего диапазона, где равна среднеквадратичной скорости теплового движения молекул  $C_0$  (точка 2 на диаграмме рис. 3.12)

$$U_2 = 10,37 C_0 \text{Re}^{-0,429},$$

где Re =  $C_0 D/2\nu$ ,  $C_0 = (3P_0/\rho_0)^{0.5}$ .

На рис. 3.14 представлены графики зависимости поперечного и продольного градиентов давления от среднерасходной скорости среды для воздуховода диаметром 200 мм. На графике продольного градиента давления имеются три точки перегиба. Первая точка соответствует возникновению турбулентного режима, вторая - началу автомодельного режима движения, третья – началу режима движения со сверхзвуковой скоростью. Анализ графиков выявляет превышение продольного градиента над поперечным при низких скоростях среды. С ростом среднерасходной скорости воздуха градиенты давления увеличиваются. Поперечный градиент давления растет более активно, к моменту перехода ламинарной структуры в турбулентную он превосходит продольный градиент в сотню раз. Под влиянием высокого поперечного градиента давления в потоке возникает поперечное перемещение среды, активность которого увеличивается вплоть до предельной динамической скорости в потоке. С дальнейшим ростом расхода активность поперечных перемещений снижается и к моменту кризиса течения поток приобретает ламинарную структуру.

На рис. 3.15 представлены зависимости продольного градиент давления для воздуховода диаметром 200 мм при разных режимах 164 движения. Продольные градиенты давления определялись по двум методикам: по уравнению Навье-Стокса в зависимости от коэффициента  $\lambda$  и по величине касательных напряжений  $\tau$  на периферии потока.



Рис. 3.14. Сравнение градиентов давления для воздуховода d = 0,2 м



Рис. 3.15. Расчет продольного градиента давления, воздуховод d = 0,2 м

Продольный градиент давления можно выразить через величину касательных напряжений на периферии потока  $dP/dl = 4\tau \pi D/(\pi D^2)$ , rge  $\tau = \mu dV/dr$ ;  $dV/dr = 4V_{\pi}/D$ .

После подстановки  $dP/dl = 16\mu V_{\pi}/D^2$ .

Для автомодельной области  $V_{\mu} = C_0 = \text{const}$ , следовательно dP/dl = const.

В левой части рисунка до первой точки перегиба графиков представлена область ламинарных течений, в средней части рисунка представлена область турбулентных течений Т-1. Для этих режимов течения графики продольных градиентов давления, определенных по КГТ и касательным напряжениям, совпадают. В правой части графика представлены зависимости продольного градиента для автомодельной области.

Область автомодельного по коэффициенту гидравлического трения режима движения является спорной. По данным Кольбрука и Никурадзе продольный градиент давления зависит от шероховатости стенок трубопровода и определяется коэффициентом гидравлического трения (КГТ), по данным Пустовойта график должен проходить более полого, по нашим расчетно-теоретическим исследованиям, график имеет горизонтальное направление. Оно определяется постоянством касательных напряжений на периферии потока во всей области существования автомодельного режима движения.

Если продлить график продольного градиента давления при ламинарном режиме движения до конца автомодельной области (до режима запирания потока), он пересечется с графиком продольного градиента автомодельного режима, определенным по касательным напряжениям. Точка пересечения графиков характеризует параметры потока в режиме запирания. Этот режим характеризуется следующими показателями:

1. Мгновенная скорость среды на оси потока достигла предельного значения, равного среднеквадратичной скорости теплового движения молекул  $C_0$ .

2. Среднерасходная скорость среды, равная половине скорости на оси потока, не достигла скорости звука, дальнейшее ее увеличение в цилиндрическом канале невозможно, так как статическое давление на оси потока стало равным нулю.

3. Поперечная составляющая мгновенной скорости среды по всему сечению потока равна нулю.

- 4. Поперечный перенос энергии и вещества отсутствует.
- 5. Структура потока ламинарная.

На рис. 3.16 показано соотношение переносной, мгновенной и динамической скоростей в сравнении со среднеквадратичной скоростью теплового движения молекул на разных этапах развития потока: в начале автомодельного режима движения, в режиме запирания потока (в конце автомодельного режима движения), при движении газа со скоростью звука и при сверхзвуковой скорости движения.



Рис. 3.16. Распределение скоростей в разных режимах движения потока

В области турбулентного (T-1) режима продольный градиент давления увеличивается по сравнению с ламинарным режимом движения за счет появления турбулентной диффузии. Влияние турбулентной диффузии достигает максимального значения при динамической скорости, равной скорости теплового движения молекул. При дальнейшем увеличении расхода происходит снижение поперечной составляющей мгновенной скорости движения среды. Здесь происходит перераспределение компонентов скорости: продольная составляющая увеличивается при одновременном снижении поперечной составляющей. Снижение поперечной составляющей щей приводит к снижению турбулентной диффузии, что способствует стабилизации касательных напряжений на предельном уровне. Неизменность касательных напряжений в автомодельном режиме является причиной постоянства продольного градиента давления во всей области его существования.

Предельное значение касательных напряжений зависит от диаметра трубопровода

$$\tau_{\rm max} = 4 \ \mu \ C_0/D.$$

В режиме запирания среднерасходная скорость равна половине среднеквадратичной скорости теплового движения молекул. Среднерасходная скорость не достигла скорости звука, а увеличение расхода в цилиндрическом потоке стало невозможным из-за того, что энергетический потенциал среды израсходован полностью. Кинетическая энергия движения среды равна энергии теплового движения молекул в заторможенной среде.

## ГЛАВА 4. ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ

В данной главе представлена гидродинамика двухфазных транспортных систем, разработанная на основе распределения статического давления в поперечном сечении градиентно-скоростного поля. По итогам рассмотрения взаимодействия фаз предлагается математическая модель, позволяющая аналитически определять параметры двухфазного потока.

Предлагаемая методика гидравлического расчета не имеет аналогов, так как основана на теории взаимодействия фаз. Ранее разработанные методики игнорировали наличие сил Бернулли в поперечном сечении градиентно-скоростного поля, поэтому разрабатывались в условиях отсутствия физической модели (или не адекватного представления процессов, происходящих в потоке вязкой среды) на основе обработки серий экспериментов. Результатом экспериментального моделирования гидродинамических процессов явилась разработка большого числа методов гидравлического расчета. К настоящему времени применяемые методы гидравлического расчета однофазных транспортных систем являются удовлетворительными, погрешности их незначительны. Методы расчета двухфазных систем не выдерживают критики, так как их результаты расходятся с фактическими данными в большинстве случаев более чем на порядок.

### 4.1. Взаимодействие фаз

Механизм взаимодействия фаз при движении двухфазных систем описан в работе Е.В. Лебедевой и В.Т. Ситенкова [31]. Более детально этот вопрос рассмотрен в работах автора [3, 4]. Принятая к рассмотрению физическая модель реальной среды основана на непостоянстве мгновенной (абсолютной) скорости и статического давления в поперечном сечении потока. Переменное статическое давление является частью постоянного полного давления среды. На рис. 4.1 представлены графики распределения основных параметров потока реальной жидкости.

Полное давление в каждом поперечном сечении потока постоянно, его величина отличается от давления в других сечениях на величину гидравлических потерь между ними. Таким образом, полное давление характеризует энергетический потенциал среды, который срабатывается в процессе ее движения по трубопроводу. Расход потенциала на преодоление гидравлических сопротивлений движению выражается в снижении величины статического давления, так как скоростное давление для несжимаемой среды в трубопроводе постоянного сечения не меняется, а при движении сжимаемой среды может только возрастать вниз по течению. Увеличение скорости движения среды ограничено запасом статического давления. При достижении средой предельной скорости движения (по нашим представлениям, среднеквадратичной скорости движения ся равным нулю. В таком состоянии поток не может преодолевать дополнительные гидравлические сопротивления, следовательно оно является предельным состоянием потока.



Рис. 4.1. Параметры потока сплошной среды

# 4.2. Вывод уравнения второго закона механики для сплошной среды

Уравнение второго закона механики для материального тела записывается в виде

$$F = m dV/dt$$
,

где F – сила, действующая на тело, m – масса тела; dV/dt – ускорение тела. Величины силы и ускорения материального тела являются векторами. Направления векторов F и dV/dt совпадают.

Для исследования стационарных гидравлических систем, характеризующихся постоянными во времени параметрами потока, использование приведенного уравнения приводит к неудобствам, связанным с наличием в нем независимой переменной величины "время".

Введем в рассмотрение в качестве промежуточной переменной радиус-вектор r. Заменим ускорение dV/dt произведением 170

 $(dV/dr) \cdot (dr/dt)$ . Здесь dV/dr – градиент скорости; dr/dt = V – производная радиус-вектора по времени равна скорости перемещения материального тела. После подстановки значения ускорения в исходное уравнение оно преобразуется к виду

$$F = m V dV/dr.$$

Разделим обе части уравнения на объем материального тела. Слева получим силу, распределенную по объему тела или градиент статического давления. Справа массу, деленную на объем, обозначим плотностью тела р.

Окончательно получим

$$dP/dr = \rho V \, dV/dr.$$

Полученное уравнение является выражением второго закона механики для сплошных сред. Оно свободно от переменной величины "время", удобно для анализа динамики сплошных сред.

Для цилиндрических потоков  $V = 2U(1 - r^2/R^2)$ ,  $dV/dr = -4Ur/R^2$ .

Поперечный градиент статического давления в цилиндрическом потоке определяется зависимостью

$$dP/dr = -2\rho U^2 (1 - r^2/R^2) 4r/R^2$$
  
или  $dP/dr = -16 \rho U^2 \alpha (1 - \alpha^2)/D,$  (4.1)

здесь  $\alpha = r/R$ , где r – расстояние от оси потока до исследуемой точки поперечного сечения потока; R – радиус трубопровода, R = 0.5D;  $\rho$  – плотность дисперсионной среды.

Правая часть уравнения (4.1) имеет знак минус, что свидетельствует о разных направлениях векторов поперечного градиента давления и градиента скорости. Скорость U в этом уравнении является скаляром. Из теории векторного исчисления следует, что градиент скорости в цилиндрическом потоке направлен от стенки трубопровода к его оси, следовательно, градиент статического давления направлен от оси потока к стенке трубопровода. Это означает, что статическое давление на периферии потока имеет максимальное значение, на оси потока оно минимально.

График уравнения (4.1) представлен на рис. 4.2. Он имеет максимум на цилиндрической поверхности потока при  $\alpha = 0,577$ .

Максимальное значение поперечного градиента статического давления составляет

$$(dP/dr)_{\text{max}} = -6,158 \ \rho \ U^2/D.$$
 (4.2)

Заменим в последнем выражении плотность среды отношением удельного веса к ускорению силы свободного падения. После деления обеих частей уравнения на удельный вес, получим

$$I = 6,158 \ U^2/gD, \tag{4.3}$$

здесь  $I = (dP/dr)_{\text{мах}}/\gamma$ . I – назовем индексом напряженности пограничного слоя (ИНПОС).

Уравнение (4.3) отличается от критерия Фруда постоянным коэффициентом. Смысл этого критерия заключается в том, что он выражает отношение поперечного градиента статического давления к удельному весу сплошной среды. Критерий Фруда получен при анализе результатов эксперимента. В экспериментах исследуемая система уподоблялась "черному ящику". Процессы, происходящие в градиентно-скоростном поле, были за пределами исследований. В данной работе критерий Фруда получен аналитически, на основе известных законов физики. В частности, здесь использованы второй закон механики и закон Архимеда.

Сила взаимодействия фаз в градиентно-скоростном поле определяется интегралом

 $S = \int_{-\infty}^{\infty} \rho V dV/dr d\phi$  по объему  $\Phi$  частицы дисперсной фазы.

В опытах Е.А. Жихарева [22] была определена критическая скорость воздуха в горизонтальном трубопроводе диаметром 38,0 мм, при которой стеклянный шарик диаметром 5 мм плотностью 750 кг/м<sup>3</sup> увлекался в ядро воздушного потока и следовал далее в нем, не опускаясь на дно трубопровода. Критическая скорость воздуха, определенная в экспериментах Е.А. Жихарева, лежит в диапазоне 9...12 м/с.

Относительная координата центра шарика, лежащего на дне трубопровода, равна 0,868. Для расчета критической скорости воздуха решим уравнение (4.1) относительно U после замены dP/dr разностью удельных весов фаз

$$U = [(\gamma_{\text{III}} - \gamma_{\text{B}})D/(\gamma_{\text{B}}16.0,868(1 - 0,868^2)]^{0.5}.$$

После подстановки значений, получаем  $U_{\rm kp} = 8,03$  м/с.

Градиент статического давления у центра массы шарика при скорости воздуха 8,03 м/с равен разности удельных весов шарика и воздуха, т. е. 7345 Па/м. Максимальное значение градиента статического давления в потоке воздуха при скорости 8,03 м/с составляет 10450 Па/м, что в 1,4 раза больше разности удельных весов фаз.

На рис. 4.2 представлена схема взаимодействия потока с шариком. Положение оси динамического равновесия (ОДР) шарика в потоке находится ниже оси трубопровода при  $\alpha$  близком к нулю. Ниже этого положения шарик опуститься не может, так как этому препятствует энергетический барьер, характеризующийся неравенством  $\gamma_{\rm w} - \gamma_{\rm B} < dP/dr$ .



Рис. 4.2. Параметры уноса шарика в ядро потока

### 4.3. Структурные формы двухфазного потока

Многообразие структурных форм движения газожидкостной смеси можно разделить на 2 основные группы:

1. Расслоенная форма движения, когда обе фазы существуют раздельно. В этом случае обе фазы являются сплошными или дисперсионными.

2. Эмульсионная или диспергированная форма движения, когда одна фаза является сплошной или дисперсионной, а вторая дисперсной фазой, распределенной в сплошной фазе в виде отдельных элементов. Расслоенный режим движения реализуется в горизонтальных или слабо наклонных трубопроводах при условии:  $(dP/dr)_{M} < \gamma_{R} - \gamma_{c}$ .

Эмульсионный режим движения наблюдается при  $(dP/dr)_{M} > \gamma_{II} - \gamma_{c}$ .

Диапазон изменения поперечного градиента статического давления очень широк. Он изменяется от нуля при  $\alpha = 0$ , проходит через максимум при  $\alpha = 0,577$  и далее опять снижается до нуля при  $\alpha = 1$ . Сравнение разности удельных весов фаз с максимальным значением поперечного градиента давления является грубой оценкой режима движения. Более точную оценку можно сделать, руководствуясь значением поперечного градиента давления при  $\alpha = 0,8$ . Если при этом значении  $\alpha$  будет достигнуто равенство  $dP/dr = \gamma_{\rm A} - \gamma_{\rm c}$ , то можно утверждать, что основная площадь поперечного сечения потока занята гомогенной смесью, часть сечения потока, примыкающая к нижней образующей трубопровода, может находиться в жидкой фазе, примыкающая к верхней образующей может состоять из газа без включения жидкости.

При исследовании структурных форм движения двухфазной смеси следует представить механизм перехода расслоенной структуры в волновую, пробковую и дисперсную.

Сценарий перехода форм движения можно представить в следующем виде.

### Переход расслоенного течения в волновую и пробковую структуры течения

Этот сценарий рассматривается при постепенном увеличении расхода смеси в горизонтальном трубопроводе.

При малой скорости движения смеси, когда поперечный градиент статического давления мал, по сравнению с разностью удельных весов фаз, реализуется расслоенная структура движения. При увеличении скорости смеси напряженность слоя возрастает пропорционально квадрату скорости.

На границе раздела фаз напряженность градиентно-скоростного поля у газа и жидкости различная. Это различие связано с разной плотностью фаз, с разной вязкостью фаз и, как следствие, с разными градиентами скорости. Вязкость жидкости больше вязкости газа. Плотность жидкости больше плотности газа. Поперечный градиент скорости в газе у границы раздела фаз больше, чем у 174 жидкости. Сравнивая параметры жидкостного и газового потоков, приходим к выводу, что поперечный градиент давления в жидкости на порядок больше градиента давления в газе.

Наличие напряженности поля приводит к формированию волны на границе раздела. Формирование волны начинается задолго до появления равенства поперечного градиента давления и разности удельных весов фаз.

Граница раздела фаз при малой напряженности поля имеет плоскую горизонтальную поверхность. Это результат действия сил гравитации. По мере увеличения поперечного градиента давления пограничный слой оказывается в поле действия сил гравитации и сил Бернулли, имеющих противоположные направления действия. Слой жидкости, прилегающий к границе раздела фаз, под действием сил Бернулли оказывает меньшее давление на нижележащие слои. Чем больше градиент давления, тем меньше давление этого слоя. При появлении признаков нестабильности в потоке некоторые участки слоя оказываются более нагруженными силой Бернулли, чем соседние участки слоя. Это обстоятельство вызывает поднятие более нагруженных участков слоя над горизонтом раздела фаз. Появление выпуклых участков на границе раздела приводит к резкому увеличению градиента скорости, так как градиентноскоростной слой в области выпуклого участка получает дополнительную деформацию за счет сил лобового давления газа на поверхность волны. Кроме того, выпуклая область волны подвергается дополнительному давлению снизу вверх из-за движения газа над волной по криволинейной траектории. Это состояние соответствует второму закону механики.

Рассмотрим параметры газовой струи, огибающей выпуклую поверхность границы раздела фаз (ГРФ) на незначительном удалении от поверхности раздела. Разложим вектор мгновенной скорости V газа на горизонтальную и вертикальную составляющие: U и W. На рис 4.3 представлены графики изменения поперечной скорости и поперечного ускорения газа. В поперечном направлении газ движется с переменными скоростью и ускорением. Если весь путь газовой струи над выпуклой поверхностью ГРФ разделить на 4 отрезка, то на первом – поперечная скорость увеличивается от нуля

до максимального значения, на втором – уменьшается до нуля, на третьем – направление поперечной скорости изменилось на обратное, скорость увеличивается, на четвертом – уменьшается до нуля. Изменение скорости газовой струи связано с наличием поперечного ускорения. В соответствии со вторым законом механики на газ, перемещающийся с ускорением, действует сила инерции, направленная против вектора ускорения. На втором и третьем участках пути ускорение направлено сверху вниз, на первом и четвертом – снизу вверх (см. графики скоростей и ускорений на рис. 4.3). В соответствии с третьим законом механики на жидкость действуют силы обратного направления. На первом и четвертом участках пути сила действует сверху вниз, на вершине волны – снизу вверх. Эти сила дополнительное инерционное давление на границу раздела фаз. Такое распределение сил увеличивает высоту волны, делает волновое движение незатухающим.



Рис. 4.3. Возникновение инерционного давления на вершине волны

Участки границы раздела фаз, находящиеся на выпуклой части волны, создают меньшее гидростатическое давление на нижележащие слои и вытесняются этой жидкостью над горизонтальной поверхностью. Появление выступа жидкости над плоской поверхностью ГРФ приводит к уменьшению сечения газового потока. Это в свою очередь приводит к увеличению скорости и градиента скорости в газовом потоке. 176 Совпадение направлений действия сил Бернулли в газе и жидкости у ГРФ приводит к интенсивному росту волны. Вскоре она оказывается способной перекрыть сечение газового потока, после чего возможно возникновение пробкового режима движения газожидкостной смеси.

### Переход раздельной структуры движения в дисперсно-кольцевую

Этот сценарий рассматривается при постоянном расходе смеси в рельефном трубопроводе.

Рассмотрим случай раздельного движения фаз в восходящем трубопроводе. При малом расходе фаз напряженность потоков газа и жидкости недостаточна для создания эмульсионной структуры движения. В начальный момент работы трубопровода происходит полное разделение фаз. В этом случае жидкость не может перемещаться по трубопроводу вверх, так как сечение трубопровода не замкнуто жидкой фазой, а газовый поток из-за малой напряженности не в состоянии удерживать жидкую фазу в своем ядре. При неизменном расходе газа и жидкости газ проходит над жидкостью, жидкость накапливается в трубопроводе, перекрывая его поперечное сечение. Процесс накопления жидкости в восходящем трубопроводе сопровождается изменением геометрии газового канала. Поперечное сечение газового потока со временем уменьшается, скорость движения газа увеличивается. В соответствии с уравнением (4.1) происходит увеличение поперечного градиента статического давления. Чем больше жидкости в трубопроводе, тем меньше поперечный размер газового потока d, тем больше величина среднерасходной скорости газа U. Изменение этих параметров потока с накоплением жидкости в трубопроводе будет продолжаться до тех пор, пока величина напряженности газового потока не станет достаточной для захвата жидкости в свое ядро. Это состояние наступает при выполнении условия  $(dP/dr)_{M} > \gamma_{\pi} - \gamma_{c}$ .

В этом случае жидкость переходит во взвешенное состояние. Она разделяется на отдельные элементы и в виде капель переходит в ядро газового потока. Плотность газового потока увеличивается, в соответствии с уравнением (4.1) относительная координата равновесного состояния α газожидкостного потока и слоя жидкости возрастает. Граница раздела фаз перемещается вниз к нижней образующей трубопровода. Газовый поток еще больше насыщается жидкостью. Такое изменение параметров потока будет продолжаться до тех пор, пока не наступит новое состояние равновесия фаз, или пока не будет израсходован весь запас накопившейся в трубопроводе жидкости. После выноса жидкости за перевальную точку трубопровода вновь наступает период полной сепарации фаз. Жидкая фаза вновь накапливается в трубопроводе, газ движется с малой скоростью над жидкостью в однофазном состоянии.

Захват жидкости газом и снижение границы раздела фаз в трубопроводе объясняют причину периодичности изменения параметров потока. Газожидкостной поток движется в пульсирующем режиме с удивительным постоянством частоты изменения параметров.

Движение газожидкостного смеси над слоем жидкости является типичным примером дисперсно-кольцевой структуры потока. Эта структура возникает в результате накопления жидкой фазы в низких точках трассы трубопровода. Дисперсно-кольцевая структура потока реализуется и при более высоком расходе смеси, когда величина поперечного градиента статического давления в потоке соответствуют обозначенной разности удельных весов жидкости и газожидкостной смеси в ядре газового потока.

Описанный сценарий изменения параметров газожидкостного потока характерен для движения конденсирующегося газа или при движении смеси с высоким расходным газосодержанием.

Аналогичная картина наблюдается при движении вскипающей жидкости или смеси с малым расходным газосодержанием. В этом случае, в отличие от предыдущего, активной фазой является жидкость, а газ накапливается в нисходящих ветвях, запирая верхние участки трубопровода. Накопление газа приводит к снижению площади поперечного сечения жидкостного потока. Далее все происходит аналогичным образом, как и в ранее рассмотренном случае. Накопление газа происходит до тех пор, пока напряженность жидкостного потока достигнет разности удельных весов фаз. В этом случае жидкость захватывает газовые элементы в свое ядро и выносит их в следующий подъемный участок трубопровода. Захват газа сопровождается ростом объема газожидкостной смеси, увеличением среднерасходной скорости движения и поперечного градиента давления в жидкостном потоке. В этом сценарии также наблюдается цикличность смены параметров движения, что приводит к низкочастотной пульсации газожидкостного потока.

### Профиль трассы трубопровода

Реальный профиль трассы повторяет профиль рельефа местности, поэтому его иногда называют рельефным профилем.

Профиль трассы состоит из ряда чередующихся горизонтальных, восходящих и нисходящих участков трубопровода. При движении двухфазной смеси распределение фаз на участках трассы зависит от направления уклона и структуры потока. При дисперсной структуре среда представляет собой гомогенную смесь. Распределение фаз по участкам трассы не зависит от направления ее уклона. При расслоенной структуре потока происходит полное разделение фаз. Под действием сил гравитации жидкая фаза накапливается в низких участках трубопровода, газовая – в верхних участках. На рис. 4.4. представлены профили трасс, характеризующиеся разным отношением длин восходящих ( $l_e$ ) участков к общей длине трассы *L*. Назовем это отношение коэффициентом рельефа трассы  $R = l_{\rm b}/L$ .



Рис. 4.4. Профили трасс трубопроводов при различных значениях коэффициента рельефа трассы: *a* - *R* = 0,5; *б* - *R* > 0,5; *в* - *R* < 0,5; *г* - *R* > 0,5; *д* - *R* < 0,5

Рассматривая влияние профиля трассы на величину гидравлического сопротивления, следует выделить некоторые особенности двухфазного транспорта по сравнению с однофазным:

1. При однофазном движении на подъемных участках силы гравитации увеличивают сопротивление движению, на опускных участках – уменьшают сопротивление трубопровода за счет существования сифона. Общее влияние сил гравитации определяется разностью высот конца и начала трассы.

2. При расслоенном режиме движения смесь не представляет собой сплошной среды, сифоны разорваны, поэтому все участки трассы (подъемные, опускные и горизонтальные) работают самостоятельно, увеличивая общее сопротивление сети.

3. При малой скорости движения смеси низкие участки профиля заполнены жидкостью, верхние – газом.

4. Жидкость в низких участках профиля создает дополнительное сопротивление движению газа. Жидкость увлекается газом за счет сил трения вниз по течению, под действием сил гравитации она возвращается вверх по течению. Таким образом, на подъемных участках трассы создается циркуляционное движение жидкости.

5. Газ в верхних участках профиля создает дополнительное сопротивление движению жидкости. Газ увлекается жидкостью вниз по течению за счет сил трения. Силами гравитации газ возвращается вверх по течению, таким образом, на нисходящих участках профиля создается циркуляционное движение газа.

6. Чем больше протяженность подъемных участков трассы, тем выше затраты энергии на циркуляцию жидкости.

7. Чем больше протяженность нисходящих участков трассы, тем больше затраты энергии на циркуляцию газа.

Для смесей с высоким газосодержанием при малых скоростях движения потока, чем больше протяженность восходящих участков трассы, тем больше гидравлическое сопротивление движению двухфазной смеси. Это влияние можно учитывать величиной коэффициента рельефа трассы

$$R=l_{\rm B}/L,$$

где  $l_{\rm B}$  – длина восходящих участков трассы, L – общая длина трассы трубопровода.

180
На рис. 4.4. представлены разные значения коэффициентов R профили трасс. Для случая a - R = 0.5;  $\delta - R > 0.5$ ; e - R < 0.5. Интересно сравнить случаи  $\epsilon$  и  $\delta$ . Если горизонтальный участок заканчивается восходящим участком трассы, то весь горизонтальный участок должен быть отнесен к числу восходящих участков. Можно искусственно завершать горизонтальные участки большой протяженности перед восходящими участками трассы малыми нисходящими участками на глубину не менее диаметра трубопровода. Тогда весь горизонтальный участок трассы должен быть отнесен к нисходящим участками (см. случай  $\delta$ ).

#### 4.4. Гидравлическая характеристика двухфазного потока

Общий вид гидравлической характеристики двухфазного трубопровода представлен на рис 4.5.



#### Рис. 4.5. Гидравлическая характеристика трубопровода:

Характеристика однофазного газового трубопровода существенно отличается от характеристики газожидкостного трубопровода. Основное отличие характеристик заключается в наличии минимума на характеристике двухфазного трубопровода и высокого давления на входе трубопровода при малых расходах смеси. Если сравнивать давление на входе однофазного и двухфазного трубопроводов, то выявляется большое различие в сопротивлении трубопроводов при малых расходах, соответствующих расслоенному режиму движения, и незначительное различие в сопротивлениях при больших расходах, соответствующих диспергированной структуре потока.

В опубликованных источниках можно найти следующее объяснение этому факту: при малых расходах смеси жидкость не выносится газом из восходящих участков трубопровода, а накапливается в них, перекрывая поперечное сечение потока трубопровода, что является причиной увеличения сопротивления. Такая трактовка различий в характере изменения гидравлических потерь однофазного и двухфазного трубопроводов при расслоенном режиме движения смеси отражает физическую сущность процесса. Однако такой подход не позволяет получить аналитическую зависимость гидравлических потерь от расхода. Попытки привлечь к разработке математической модели двухфазного потока богатейший экспериментальный материал не привели к успеху. Существующие в настоящее время математические модели расчета гидравлических потерь двухфазных трубопроводов в области малых расходов дают противоречивые результаты. Погрешность расчета достигает 500 % и более. Проблема экспериментальных методов расчета заключается в недостоверности определения величины истинного газосодержания смеси при расслоенном режиме движения.

На рисунке 4.5 представлена гидравлическая характеристика нефтегазопровода, рассчитанная по разным методикам: однофазного транспорта гомогенной смеси, по программам Корсапр, газкондойл, труба-1, радвус. Из анализа характеристик следует, что методы расчета, использованные в программах газкондойл (Украинского института Газа) и труба-1 (институт Гипротюменнефтегаз), основаны на однофазной гидравлике. Эти характеристики дают минимальное значение давления на входе трубопровода в точке нулевого расхода, равное давлению на выходе трубопровода. Равенство давлений на концах трубопровода, транспортирующего двухфахзную смесь, не соответствует результатам экспериментальных исследований Гужова А.И. [38] и института ВНИИГаз

[39]. Это несоответствие является свидетельством непригодности расчетных методик и программ расчета, выполненных на их основе для расчета двухфазных систем. Программа Корсапр дает завышенные значения гидравлического сопротивления трубопровода в значительной области расходов, кроме области малых расходов, где она занижает величину гидравлических сопротивлений. Программа Корсапр является достаточно надежным инструментом трубопроводов, гидравлического расчета транспортирующих двухфазные смеси. Однако отсутствие минимума давлений, смещенного в область расхода смеси, отличного от нуля, не позволяет использовать ее при транспорте конденсирующегося газа. Указанные методы расчета разрабатывались на основе экспериментов в условиях отсутствия теории взаимодействия фаз.

Методика гидравлического расчета трубопроводов двухфазной смеси и программа «радвус» (расчет двухфазных смесей), разработанные автором на базе предлагаемой теории взаимодействия фаз в градиентно-скоростном поле, в настоящее время являются единственным представителем методик, имеющих аналитическую основу. Эта методика согласуется с результатами экспериментальных исследований, как по количественным, так и особенно по качественным показателям. Гидравлическая характеристика трубопровода имеет смещенный от нулевого расхода минимум давления.

Математическая модель двухфазного потока, построенная на взаимодействии фаз в градиентно-скоростном поле, позволяет аналитически найти зависимость гидравлического сопротивления двухфазного трубопровода от расхода двухфазной смеси. Эта модель основана на законе сохранения энергии в потоке сплошной среды, выражением которого является уравнение Бернулли.

Использование теории градиентно-скоростного поля позволяет представить математическую модель двухфазного потока в простой и наглядной форме. Суть этой модели не отличается от известной модели однофазного потока.

### Определение положения границы раздела фаз

Рассмотрим 2 случая движения газожидкостной смеси, отличающиеся напряженностью градиентно-скоростного поля.

**1-й случай**. Напряженность пограничного слоя достаточна для реализации гомогенной структуры потока.

По условию задачи

$$6,16U^{2} \rho_{c} / D > (\gamma_{x} - \gamma_{r}).$$
(4.4)

Записанное условие обеспечивает транспорт смеси в виде однородной консистенции. При высоком газосодержании ( $\beta > 0,7$ ) дисперсионной средой является газ, дисперсной фазой – жидкость. Если расходное газосодержание  $\beta \le 0,5$ , то дисперсионной средой является жидкость, газ будет распределен в жидкости в виде дисперсной фазы. В левой части неравенства (4.4) используется плотность дисперсионной среды.

Развернем левую часть неравенства (4.4) и выразим напряженность градиентно-скоростного поля через α.

$$16 U^{2} \rho_{c} \alpha (1-\alpha^{2})/D = (\gamma_{x} - \gamma_{r}) \qquad (4.5)$$

Заменим неравенство (4.4) равенством (4.5) и решим его относительно альфа.

Обозначим комплекс  $\alpha(1-\alpha^2)$  через *х*. Тогда уравнение (4.5) перепишется в виде

$$x = (\gamma_{\rm sc} - \gamma_{\rm r}) D/16U^2 \rho_{\rm c}.$$

На рис. 4.6 представлены графики распределения поперечного градиента статического давления *dP/dr* и разности удельных весов фаз.



Рис. 4.6. Распределение dP/dr в поперечном сечении потока

Здесь представлены 2 случая распределения градиента статического давления. Случай малой напряженности поля и случай большой напряженности поля.

При малой скорости смеси величина градиента статического давления по всему поперечному сечению потока меньше разности удельных весов фаз. График dP/dr не имеет общих точек с графиком разности удельных весов. Смесь движется в расслоенном режиме, так как дисперсионная среда не в состоянии захватить и переместить жидкую фазу в ядро газового потока.

При высокой скорости газа напряженность градиентноскоростного поля оказывается больше разности удельных весов фаз, графики dP/dr и разности удельных весов пересекаются в 4 точках. Нижней точке пересечения соответствует равенство (4.5). Выше этой точки градиент статического давления больше разности удельных весов. При равенстве (4.5) жидкая фаза становится "невесомой", так как в этом месте постоянная гравитации компенсирована ускорением градиентно-скоростного поля. Невесомая жидкость не является сплошным телом, она разделяется на отдельные капли, форма которых поддерживается поверхностным натяжением. Капли перемещаются вверх в поперечном сечении потока, при этом их движение до  $\alpha = 0.577$  происходит с возрастающим ускорением. Далее до оси динамического равновесия (ОДР) ускорение снижается. Выше ОДР частицы перемещаются по инерции с замедлением. Выше оси потока на частицы действует градиентноскоростное поле обратного знака, приводящее к возрастающему торможению частиц. В верхней мертвой точке, координата которой немного меньше альфа уноса, частицы начинают ускоренное движение вниз, завершая цикл колебательного движения около оси динамического равновесия. Колебательное движение частиц дискретной фазы в потоке газа происходит с затуханием амплитуды колебаний. Через несколько циклов частицы займут положение у ОДР и далее будут следовать в ядре потока. Возвращению частиц жидкости на дно трубопровода препятствует энергетический барьер, где поперечный градиент статического давления больше разности удельных весов фаз.

Целью данного исследования является определение координаты, соответствующей равновесию напряженности поля и разности весов фаз у нижней образующей трубопровода. Положение равновесия в дальнейшем будем называть "альфа уноса".

Из 4 решений нас интересует нижняя точка пересечения графиков.

В этой точке значение альфа лежит в диапазоне

$$0,6 < \alpha < 1,0.$$
 (4.6)

Решением уравнения (4.5) будет

$$\alpha = 1 - 0.9372x^2 - 0.4245x. \tag{4.7}$$

Величина альфа уноса зависит от скорости потока, которая скрыта в значении переменной *x*.

Решение уравнения (4.7) имеет смысл только при выполнении условия (4.6). Если это условие не выполнено, напряженность поля недостаточна для реализации дисперсной структуры потока

На рис. 4.7 представлена схема распределения фаз при дисперсной и дисперсно-кольцевой структурах потока.

Сечение трубопровода, занятое смесью  $\mathcal{H} + c$ , будем называть ядром дисперсного потока.





**2-й случай**. Напряженность пограничного слоя недостаточна для реализации дисперсной структуры потока.

В этом случае реализуется расслоенная структура движения смеси, характеризующаяся цикличностью, связанной с периодом накопления жидкости в нижних точках трубопровода и периодическим выносом ее за перевальные точки, находящиеся вниз по течению смеси. Этот случай также требует определения равновесного положения границы раздела фаз, предшествующего началу уноса жидкости. Для понимания физической сущности процессов, происходящих в поперечном сечении двухфазного потока, рассмотрим схему, представленную на рис. 4.8. На нем представлена типичная картина распределения скорости и поперечного градиента статического давления в расслоенном потоке газожидкостной смеси. Такая картина наблюдается при восходящем направлении движения смеси.

Газ перемещается выше границы раздела фаз (ГРФ), жидкость движется ниже ГРФ.

Силами трения жидкость увлекается вниз по течению. Силами гравитации она возвращается назад. Таким образом, в жидкости имеются восходящий и нисходящий потоки. Она циркулирует на восходящих участках трассы трубопровода. Жидкость не может транспортироваться газом за счет сил трения, так как силы гравитации вернут ее обратно. Такое состояние будет сопровождаться накоплением жидкости в низких участках трассы до тех пор, пока газовый поток не сможет захватить частицы жидкости в свое ядро. Захват жидкости газом определяется напряженностью поля газового потока.



Рис. 4.8. Параметры расслоенного потока

Для определения положения ГРФ, соответствующего началу уноса жидкости, необходимо определить поперечный размер газового потока *d*, способного переносить жидкость в своем ядре. Определение критического диаметра ядра газового потока выполня-

ется по уравнению (4.1). Заменим в этом уравнении значение диаметра трубопровода *D* на диаметр ядра газового потока *d*. Приравняем максимальное значение поперечного градиента статического давления к разности удельных весов фаз, введем соотношение  $(dP/dr)_{\rm M} = 2,22 (\gamma_{\rm ж} - \gamma_{\rm r})$ . Скорость газа в ядре выразим через расход  $U_{\rm g} = 4Q_{\rm r}/\pi d^2$ . После подстановки значений в уравнение (4.1), решим его относительно *d*. В результате будем иметь

$$d = [2,772U^{2}\rho_{\rm r}D^{4}/(\gamma_{\rm w} - \gamma_{\rm r})]^{0,2}, \qquad (4.8)$$

здесь U – скорость смеси на все сечение трубопровода.

Начало уноса жидкости газом изменяет плотность смеси в ядре потока. Это обстоятельство приводит к расширению ядра с изменением положения ГРФ. Предельное значение отметки ГРФ можно найти по уравнению (4.8) после замены в нем плотности газа на плотность газожидкостной смеси. Она будет больше среднерасходной плотности, поскольку вынос жидкости в ядре происходит периодически, а не равномерно. После завершения выноса жидкости ГРФ приобретает плоскую форму. Начинается новый цикл накопления жидкости с последующим ее выносом.

Движение капель жидкости в ядре газового потока продолжается до места с малым наполнением трубопровода жидкостью. Там скорость газа снижается, поперечный градиент статического давления оказывается меньше разности удельных весов, капли жидкости выпадают на поверхность жидкой фазы или на дно трубопровода.

На рис. 4.9 представлена схема поперечного сечения расслоенного потока.



Рис. 4.9. *Сечение расслоенного потока:* ГРФ-1, ГРФ-2 – соответственно начало и окончание выноса жидкости

Положение ГРФ определяется диаметром ядра газового потока. Толщина слоя жидкости равна разности диаметров трубопровода и ядра.

### Определение коэффициента гидравлического трения

Гидравлический расчет двухфазного трубопровода выполняется по известным формулам гидравлики. Вначале расчета следует определить, какая среда (жидкость или газ) является активной дисперсионной средой. Обычно для этого достаточно знать расходное газосодержание смеси. Если газосодержание больше 0,7, трубопровод рассчитывается по газовым формулам, с учетом сжимаемости среды, вязкости газа.

$$P_2 = [P_1^2 + (4200\lambda \rho_{\rm cm} Q^2 T_{\rm cp} L)/D^5]^{0.5}$$
(4.9)

при расчете от конца к началу или

$$P_2 = [P_1^2 - (4200\lambda\rho_{\rm cm}Q^2T_{\rm cp}L)/D^5]^{0.5}$$

при расчете от начала к концу трассы.

В этих формулах  $P_1$  и  $P_2$  – давление по манометру (избыточное) на концах расчетного участка трубопровода; Q – расход газа в нормальных м<sup>3</sup>/ч;  $T_{\rm cp}$  – средняя температура смеси по трассе трубопровода, К; L – длина трубопровода, км;  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения;  $\rho_{\rm см}$  – плотность смеси.

Если газосодержание  $\beta < 0.5$ , то расчет ведется по жидкости с учетом ее вязкости. В расчетах следует использовать плотность смеси.

Расчет должен выполняться по участкам малой протяженности, при этом в газовых расчетах допускается использовать зависимость для несжимаемой среды. В этом случае сжимаемость среды учитывается изменением давления смеси по участкам расчета

$$\Delta P = (\lambda l/d) \cdot (\rho U^2/2). \tag{4.10}$$

Выбор метода расчета потоков с высоким газосодержанием в общем случае определяется отношением давлений на концах расчетного участка. Если отношение давлений более 1,3, то следует

использовать формулу (4.9) или разбить расчетный участок на несколько коротких отрезков и использовать формулу (4.10).

Коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  определяется уравнениями:  $\lambda = 64/\text{Re}$  при Re < 2300,  $\lambda = 0,3164/\text{Re}^{0,25}$  при Re > 2300.

Значение критерия Рейнольдса определяется по уравнению  $\text{Re} = UD\rho/\mu$ , при этом используются скорость движения смеси, плотность смеси и вязкость дисперсионной среды (жидкости или газа в зависимости от расходного газосодержания).

При истечении смеси через короткие насадки или отверстия (например, при аварийном разрушении трубопровода), скорость истечения следует определять по формуле Вуда [1]

$$U_{\rm \kappa p} = \left(\frac{P}{\alpha(1-\alpha)\rho_{\rm sc}}\right)^{0.5}$$

где  $\alpha$  – объемная доля содержания газа в потоке; P – давление в трубопроводе;  $\rho_{\pi}$  – плотность жидкости.

Учитывая противоречивые данные изменения коэффициента гидравлического трения в автомодельном режиме движения, считаем недопустимым учитывать шероховатость стенок трубопровода при определении коэффициента  $\lambda$ .

Как следует из работы [37] существование автомодельного режима определяется не шероховатостью стенок канала, а предельным значением динамической скорости движения среды на оси потока, равной среднеквадратичной скорости теплового движения молекул. Во всей области существования автомодельного режима движения постоянное значение имеют касательные напряжения на периферии потока, а не коэффициент гидравлического трения.

При выполнении инженерных расчетов двухфазных трубопроводных систем следует ограничиться использованием двух зависимостей коэффициента  $\lambda$  для ламинарного и турбулентного режимов движения.

### 4.5. Гидравлический расчет двухфазного потока

Математическая модель двухфазного потока пригодна только для равнинных трасс, характеризующихся небольшими углами наклона (не более 15°) оси трубопровода к горизонтальной плоскости. Это ограничение связано с тем, что силы Бернулли противостоят силам гравитации только при параллельности их векторов. В вертикальном трубопроводе направления действия этих сил взаимно перпендикулярны. Силы гравитации не препятствуют захвату жидкости газом, в этом случае ГРФ не может располагаться горизонтально. В вертикальном трубопроводе особое значение приобретает скольжение фаз. Механизм перемещения дискретной фазы основан на силах динамического давления (лобового давления), возникающего на границе раздела в точках, где направление векторов скорости фаз параллельны. Скольжение фаз приводит к накоплению жидкости в подъемнике, истинное газосодержание в трубопроводе существенно ниже расходного. Это обстоятельство приводит к дополнительным гидравлическим потерям. Аналитический метод расчета двухфазного подъемника не является предметом рассмотрения данной работы. По нашим представлениям, он должен разрабатываться на основе взаимодействия фаз в стесненных условиях. Теория этого вопроса рассмотрена в работе автора [42] в 1978 г.

Гидравлический расчет равнинного двухфазного трубопровода выполняется в последовательности:

1. Подготовка исходных данных. В состав исходных данных входят:

- расход жидкой и газовой фаз;

плотность и вязкость фаз;

– длина трассы;

– характеристика трассы оценивается коэффициентом  $R = l_{\rm n}/L;$ 

- давление на одном конце трассы.

2. Определяется расходное газосодержание смеси по тому концу трассы, для которого имеется информация по давлению.

3. Делается прогноз по изменению расходного газосодержания на трассе.

4. Определяется дисперсионная среда. Если расходное газосодержание  $\beta > 0,7$  расчет проводится по газу. Если  $\beta < 0,5$  – расчет проводится по жидкости. В промежуточном положении следует выполнить 2 расчета – по газу и по жидкости. При проектировании системы принять результат, обосновывающий наибольший перепад давления на трассе. 5. Гидравлический расчет выполняется как поверочный. Для этого предварительно выбирается диаметр трубопровода.

6. Определяется режим движения смеси. По уравнению (4.4) определяется максимальная напряженность поля и сравнивается с разностью удельных весов фаз. Расчет напряженности проводится при значении среднерасходной плотности смеси. Если напряженность выше разности удельных весов, производится расчет альфа уноса для дисперсной структуры потока.

7. Гидравлическое сопротивление трубопровода определяется по известным формулам однофазной гидравлики с учетом расчетного диаметра трубопровода. Значение расчетного диаметра принимается равным  $D_p = 0.5D(1 + \alpha)$ . При большой протяженности трассы и значительном изменении давления трассу следует разбить на 10...20 участков и расчет выполнить последовательно от одного конца трассы, для которого задано давление, к другому концу трассы.

8. Если режим движения расслоенный, определить диаметр ядра по уравнению (4.8).

9. Гидравлическое сопротивление трубопровода определяется по известным формулам однофазной гидравлики с учетом расчетного диаметра трубопровода. Значение расчетного диаметра принимается равным  $D_{\rm p} = d$ .

10. Для учета рельефа местности результат расчета должен корректироваться умножением перепада давления на величину коэффициента R рельефа при высоком расходном газосодержании или на разность (1 - R) при низком расходном газосодержании.

11. К полученному значению перепада давления при расслоенной структуре потока следует прибавить сопротивление нисходящих участков (1 – R), определенное при однофазном движении газа при расходном газосодержании  $\beta > 0,7$ . При малом газосодержании необходимо прибавить сопротивление восходящих (R) участков при однофазном движении жидкости.

## Анализ результатов расчета

Результат гидравлического расчета анализируется на предмет соответствия давления на входе или выходе трубопровода пара-

метрам технологической схемы. Если результат расчета оказался неприемлемым, проводится следующий расчет системы на измененный диаметр трубопровода. Аналогично можно рассматривать экономические задачи, учитывающие затраты на строительство и эксплуатацию системы транспорта.

При расчете нефтесборных сетей требованиями норм предписывается выбор параметров движения смеси, исключающих активную коррозию трубопровода. При выборе диаметра трубопровода скорость движения смеси должна обеспечивать дисперсную структуру потока.

Изложенная в данной работе методика расчета пригодна для определения параметров потока, обеспечивающего расслоение водонефтяной эмульсии, или напротив, обеспечивающего эмульсионный режим водонефтяной смеси. Она позволяет определить параметры сепарации капельной жидкости из потока газа в газопроводе при его сбросе на факел или на свечу рассеивания.

Таким образом, гидравлический расчет трубопровода, транспортирующего двухфазную смесь, производится аналогично расчету однофазного трубопровода. Различие в расчетах заключается в том, что расчетный диаметр трубопровода корректируется в зависимости от распределения жидкости и газа на участках трассы трубопровода.

Характер изменения давления в сети с расслоенным движением фаз соответствует фактическим данным. При снижении расхода смеси расчетный диаметр ядра существенно уменьшается, он оказывается меньше диаметра трубопровода. Это приводит к значительному росту гидравлического сопротивления трубопровода с уменьшением расхода смеси.

Необходимость разбиения длинных трубопроводов на большое число участков не позволяет оперативно решать задачи двухфазной гидравлики в ручном режиме. Такие задачи легко решаются на персональном компьютере.

В таблице представлен результат расчета подземного газопровода диаметром 300 мм, транспортирующего конденсирующийся газ на расстояние 25 км. Доля конденсации газа определена отдельным расчетом при параметрах максимальной конденсации. Эти параметры определяются методом анализа распределения давления, температуры газа и температуры точки росы по трассе трубопровода. Массовая доля конденсации составляет 0,018 доли единицы. Представленная таблица является распечаткой результата расчета, выполненного на компьютере по программе РАДВУС (расчет двухфазных систем).

ОАО «Славнеф	ТЬ-						
Мегионнефтега Заказчик	РАДВУС						
Объект Система сбора и транс	Заказ №	96-ONC					
Сооружение газопровод ЛНС1-ГТЭС		Вариант 1	Табл №				
Исходные данные							
Расход	конденс	м3/час	0,844				
	вода	м3/час	0,000				
	газ	нм3/час	28538,813				
Плотность	конденс	кг/мЗ	507				
	вода	кг/мЗ	1000				
	газ	кг/нмЗ	0,853				
Вязкость	конденс	Па с	0,001				
	вода	Па с	0,001				
	газ	Па с	0,00002				
Удельная теплоемкость	конденс	ккал/кг/оС	0,44				
	вода	ккал/кг/оС	1				
	газ	ккал/кг/оС	0,4				
Молекулярная масса газа	кг/кмоль	23					
диаметр трубопровода	м	0,3					
Длина трубопровода		м	25000				
Отметка оси трубопровода, h	М	-0,8					
Скорость ветра при h=10 м	м/с	6,1					
Коэффициент теплопередачи	ккал/(м2ч						
		oC)	2,9643				
Гемпература окружающей среды	К	273					
I емпература начальная	К	288					
давление на выходе	ата	3					
		12					
Толшина теплоизопяции (надземная		,۲					
ка)	М	0,05					

				ккал/(мчас	
Коэфф теплопроводности изоляции (лямбда)				oC)	0,05
Объем жидкости в трубопроводе			мЗ	111,08	
Время заполнения трубопровода			час	131	
	Гидраты Ра-	Темпер,		Р1 фаза,	Р2фазы,
Пикет, м	та	оС	Структура	ата	ата
0	6826,27	40,00	диспергир	14,090	15,347
1250	5688,70	38,71	диспергир	13,759	14,942
2500	4746,94	37,45	диспергир	13,420	14,532
3750	3967,55	36,24	диспергир	13,072	14,114
5000	3322,70	35,07	диспергир	12,715	13,687
6250	2789,22	33,93	диспергир	12,347	13,250
7500	2347,88	32,83	диспергир	11,967	12,802
8750	1982,68	31,76	диспергир	11,574	12,343
10000	1680,37	30,73	диспергир	11,167	11,870
11250	1429,96	29,73	диспергир	10,744	11,382
12500	1222,33	28,76	диспергир	10,303	10,878
13750	1049,97	27,82	диспергир	9,841	10,353
15000	906,65	26,91	диспергир	9,356	9,806
16250	787,23	26,03	диспергир	8,842	9,232
17500	687,47	25,18	диспергир	8,294	8,624
18750	603,87	24,35	диспергир	7,704	7,977
20000	533,57	23,55	диспергир	7,060	7,276
21250	474,18	22,77	диспергир	6,344	6,504
22500	423,75	22,02	диспергир	5,521	5,627
23750	380,62	21,28	диспергир	4,515	4,568
25000	343,21	20,56	диспергир	3,000	3,000

Ситенков В.Т.

По результатам расчета на графиках рисунка 4.10 представлены гидравлические характеристики газопровода при транспорте газа (1 фаза) и газоконденсатной смеси (2 фазы). На рис. 4.11 представлены графики распределения давления по трассе трубопровода при однофазном и двухфазном траснспорте, а также дан график распределения параметров гидратообразования, из анализа которого следует, что участок трубопровода между с шестым и восемнадцатым километрами находится в области образования гидратов.





Программа «РАДВУС» производит расчет коэффициента теплопередачи в зависимости от глубины прокладки трубопровода под землей, коэффициента теплопроводности грунта, диаметра трубопровода. При надземной прокладке программа учитывает высоту трубопровода над землей, скорость ветра, толщину слоя теплоизоляции, коэффициент теплопроводности изоляционного материала, диаметр трубопровода. Программа определяет распределение давления однофазного и двухфазного транспорта по трассе, температуру продукта и условия образования гидратов в зависимости от температуры продукции. Результаты расчетов представляются как в табличной, так и в графической формах.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсуждая результаты разработки теории градиентноскоростного поля, основанной на зависимости статического давления от локальной скорости среды, вынуждены констатировать тот факт, что разработанная нами физическая модель поля оказалась удовлетворительной, так как она в состоянии объяснить суть процессов, происходящих практически во всех известных нам явлениях, классифицированных ранее как гидродинамические парадоксы. Разработка динамики пограничного слоя проводилась нами с целью объяснить необъясненное, в то же время сама эта цель служила средством продвижения в поисках истины, так как оригинальность подхода к проблеме лишила нас возможности общения с ученым миром, не позволяла нам получить подтверждение или отрицание наших постулатов. Наши разработки базируются на известных законах механики. Основным инструментом явилось модифицированное уравнение второго закона механики, позволившее применить его к анализу динамики сплошной среды.

В первой главе уточнены понятия статического, скоростного и динамического давлений, вопреки устоявшимся взглядам, доказана несостоятельность попыток измерения статического давления в потоках с помощью неподвижных приборов, доказано постоянство энергетического потенциала в поперечном сечении потока вязкой среды. Обоснована зависимость распределения статического давления от локальной скорости движения среды. Анализ параметров пограничного слоя на молекулярном уровне выявил взаимосвязь скорости движения среды со скоростью теплового движения молекул, полного и статического давлений в потоке. Подтверждена известная зависимость полного давления среды от уровня кинетической энергии движения молекул, показана зависимость статического и скоростного давлений среды от абсолютной скорости ее движения. Эти зависимости аналогичны, как и в молекулярнокинетичекой теории газа, все виды давления равны двум третям кинетической энергии соответствующего им механического движения среды как сплошного тела или как множества дискретных частиц, представленных молекулами этого тела.

Показана ошибочность графического представления уравнения Бернулли в учебниках по гидравлике в части величины скоростного давления и использования полного давления в передней критической точке тел, введенных в поток, вместо динамического давления.

Представлен векторный анализ уравнения Бернулли, определивший скорость движения среды V, как величину скалярную. В учебниках это уравнение используется в проекциях на координатные оси, где скорость проектируется на координатные оси, как величина векторная.

Представлен и обоснован механизм взаимодействия дисперсной среды с частицами дисперсной фазы в градиентно-скоростном потоке. Этот механизм подводит черту под многолетней дискуссией о том, какие силы обеспечивают перенос частиц дисперсной фазы в ядро дисперсионной среды.

Выполнен анализ распределения абсолютной и динамической скоростей движения среды в потоке, показана зависимость распределения поперечного градиента статического давления от абсолютной скорости движения среды, одновременно указано на то, что распределение касательных напряжений в пограничном слое определяется динамической скоростью среды. Рассмотрены два режима турбулентного потока. Дано новое представление автомодельного (по коэффициенту гидравлического трения) режима движения среды. Показано, что существование этого режима и величина касательных напряжений не зависят от шероховатости стенок, ограничивающих поток. Началу автомодельного режима соответствует значение динамической скорости среды, равное среднеквадратичной скорости теплового движения молекул.

Рассмотрены различные механизмы взаимодействия среды с телами по признаку активности. Показано, что уравнение Бернулли применимо к потокам по всему его поперечному сечению (а не к отдельной элементарной струйке) только для активной среды. При взаимодействии активного тела с пассивной средой распределение энергетического потенциала в поперечном сечении потока переменное, уравнение Бернулли для такого случая взаимодействия не применимо.

Выявлен механизм и причины перехода ламинарной структуры течения в турбулентную, показано, что критерий Рейнольдса

характеризует отношение поперечного градиента давления к продольному.

Во второй главе рассмотрены вопросы взаимодействия фаз в градиентно-скоростном поле и дается обзор экспериментальных исследований по взаимодействию. Рассматриваются вопросы взаимодействия сплошной среды с пластиной. Рассматриваются деформации эпюры скоростей градиентно-скоростного потока при взаимодействии с телами различного профиля. Показана неизбежность возникновения вторичных течений, стабилизирующих область возмущения сплошной среды, показана некорректность трактовки результатов пневмометрических исследований.

Указано на несогласованность теории пневмометрии с результатами экспериментов по исследованию распределения давлений на поверхность, введенных в поток тел.

**Третья глава** посвящена разработке физической и математической моделей потока вязкой среды. Показана низкая эффективность разработки математических моделей в условиях отсутствия или низкого качества физической модели процесса или явления. Наличие физической модели является основой для разработки аналитической модели этого процесса. Дано описание ламинарного, турбулентного и автомодельного режимов движения среды с позиций градиентно-скоростного поля.

**В четвертой главе** представлена теория и расчет трубопроводов, транспортирующих двухфазные смеси. Эта глава демонстрирует пример реализации разработанной теории для создания методики гидравлического расчета на строгой аналитической основе. Такая методика разработана впервые, аналогов она не имеет.

В данной работе мы ограничились анализом распределения параметров в пограничном слое и возникновения различного рода динамических эффектов. Нами была оставлена без внимания такая большая область науки, как тепло- и массообмен в пограничном слое. Надеемся, что представленная здесь модель пограничного слоя явится основательной базой для дальнейшего развития теории гидродинамики, тепло и массообмена, теории многофазных течений.

# ЛИТЕРАТУРА

1. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. – 848 с.

2. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976. – 888 с.

3. *Ситенков В.Т.* Теория и расчет двухфазных систем (продолжение). НТЖ. "Нефтегазовые технологии". – 2003. – № 6. – С. 110–115. (Начало см. журнал "Нефть, газ и СРП". – 2003. № 3. – С. 54–59).

4. *Ситенков В.Т.* Теория и расчет двухфазных систем. – Нефть, газ и СРП. 2003. – № 3. – С. 54–59. (Приложение к НТЖ "Нефтегазовые технологии")

5. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1987. – 360 с.

6. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1976. – 352 с.

7. Пэнхерст Р., Холдер Д. Техника эксперимента в аэродинамических трубах. М.: Изд-во. иностр. лит-ры., 1995.

8. *Рабинович Е.З.* Гидравлика. М.: Недра, 1977. – 304 с.

9. Лобачев П.В., Шевелев Ф.А. Измерение расхода жидкостей и газов в системах водоснабжения и канализации. М.: Стройиздат, 1985.

10. Альтиуль А.Д., Калицун В.И. Гидравлические сопротивления трубопроводов. М.: Стройиздат, 1964. – 171 с.

11. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с.

12. *Броунштейн Б.И., Тодес О.М.* Журнал прикладной физики. 1953. – Т. 23. – Вып. 1. – 110 с.

13. *Шлихтинг Г*. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. – 712 с.

14. Альтиуль А.Д., Киселев П.Г. Гидравлика и аэродинамика. М.: Стройиздат, 1975.

15. *Калинушкин М.П.* Обеспыливающие установки. М.: Изд-во мин-ва. коммун. хоз-ва РСФСР, 1957.

16. *Кочин Н.Е.* Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965. – 427 с.

17. Ситенков В.Т. Определение критической скорости пневмоагента в горизонтальных трубопроводах. НТЖ "Химия и технология топлив и масел". – Гостоптехниздат, 1963. – № 9. – С. 51–54.

18. Ситенков В.Т. Расчет количества опасного вещества в аварийном выбросе// НТЖ "Безопасность труда в промышленности". 2003. – № 12. – С. 33–38.

19. *Пустовойт Б.В.* Механика движения жидкостей в трубах. Л.: Недра, 1980. – 160 с.

20. Гринев А.П., Крашенников М.Н., Кротков А.П. Пневматический транспорт в цементной промышленности. М.: Промстройиздат, 1951.

21. Левинсон В.Н. Транспортные установки непрерывного действия. М.: Машгиз, 1960.

22. Жихарев Е.А. Экспериментальное исследование характера движения частиц в трубопроводах пневматического транспорта. Инж.-Физ. Журнал АН БССР. 1959. – № 2.

23. Страхович К.И. Основы теории и расчета пневматических транспортных установок. М.: ОНТИ, 1934.

24. *Разумов И.М.* Псевдоожижение и пневмотранспорт сыпучих материалов. М.: Химия, 1972. – 240 с.

25. *Вдовенко О.П.* Пневматический транспорт на предприятиях химической промышленности. М.: Машиностроение, 1966. – 140 с.

26. Островский Г.М. Пневматический транспорт сыпучих материалов в химической промышленности. Л.: Химия, 1984.

27. Тарьян И. Физика для врачей и биологов. Будапешт, 1969.

28. Гидродинамика кровообращения. Сб. перев. под редакцией *Регирера С.А.* М.: Мир, 1971

29. Ричардсон Э. Динамика реальных жидкостей. М.: Мир, 1965.

30. Внутренняя коррозия и защита трубопроводов на нефтяных месторождениях Западной Сибири / Маричев Ф.Н., Гетманский М.Д., Тетерина О.П., Вавер В.И., Ярмизин В.Г., Эйгенсон С.А., Редько В.П. М.: ВНИИОЭНГ. Серия "Коррозия и защита в нефтегазовой промышленности", 1981. – Вып. 8. – 44 с.

31. Лебедева Е.В., Ситенков В.Т. Обоснование механизма взаимодействия фаз в градиентно-скоростном поле. НТЖ "Химия и технология масел и топлив". – 1999. – № 1. – С. 17–18.

32. Эффективность применения многофазной технологии при сборе, подготовке и транспорте нефти / Ситенков В.Т., Перевозченко В.И., Осипов Е.Г., Титова Г.П. НТЖ "Нефтегазовые технологии". 2000. – № 6. – С. 5–9.

33. *Репин Н.Н., Пелевин Л.А.* Возникновение турбулентности. Уфа: Башкирское книжное изд-во, 1977. – 96 с.

34. Ван-Дайк. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986. – 184 с.

35. Турбулентность, принципы и приложения. Под редакцией Фроста У., Моулдена Т. М.: Изд-во "Мир", 1980. – 536 с.

36. *Касаткин А.Г.* Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Гос. научно-технич. изд. хим. лит., 1960. – 832 с.

37. Ситенков В.Т. Сравнение пропускной способности гладких и шероховатых труб. НТЖ "Нефтегазовые технологии" 2001. – № 6. – С. 29–32.

38. *Гужов А.И*. Совместный сбор и транспорт нефти и газа. М.: Недра, 1973.

39. Движение газожидкостных смесей в трубах / Мамаев В.А., Одишария Г.Э., Клапчук О.В., Точигин А.А., Семенов Н.И. М.: Недра, 1978. – 272 с.

40. Рамм В.М. Абсорбция газов. Изд-во "Химия". М.: 1976. – 656 с.

41. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. М.: Наука. – Главная редакция физико-матем. лит-ры, 1978. – 480 с.

42. Ситенков В.Т. Гидродинамика стесненного обтекания частиц. НТЖ "Химия и технология топлив и масел" 1978. – № 8. – С. 43–46.