ЧАСТЬ 2. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

2.1. Физические свойства нефтей и нефтепродуктов

1. Коэффициент ξ теплового расширения данной нефти согласно таблице составляет 0,000831. Используя формулу (1), получаем

$$\rho_5 = 845\cdot\left[1+0{,}000831\cdot(20-5)\right] = 855{,}5 \text{ кг/м}^3.$$

2. Согласно (1.1) имеем уравнение:

$$875 = \rho_{20}\cdot\left[1+\xi(20-5)\right].$$

Коэффициент ξ полагаем сначала соответствующим плотности нефти при $T = 5$ ^{0}С: $\xi = 0{,}000782$. Тогда

$$\rho_{20} = 875/[1+0{,}000782\cdot 15] \cong 864{,}9 \text{ кг/м}^3.$$

Поскольку найденное значение ρ_{20} плотности принадлежит тому же интервалу, для которого принято значение коэффициента ξ, то полученный результат в дальнейшем уточнении не нуждается.

3. Согласно (1) имеем:

$$840 = \rho_{20}\cdot\left[1+\xi(20-12)\right];\ \rho_{18} = \rho_{20}\cdot\left[1+\xi(20-18)\right].$$

Отсюда получаем:

$$\frac{840}{\rho_{18}} = \frac{1+8\xi}{1+2\xi};\rho_{18} = 840\cdot\frac{1+2\xi}{1+8\xi}.$$

Если положить $\xi = 0{,}000882$ таким же, как и для нефти с плотностью $820-839$ кг/ м^3, то для ρ_{18} получаем:

$$\rho_{18} = 840(1+2\cdot 0{,}000882)/(1+8\cdot 0{,}000882) = 835{,}6 \text{ кг/ м}^3.$$

Тогда $\rho_{20} = 840/[1+0{,}000882\cdot(20-12)] = 834{,}1$ кг/ м^3. Это значение находится в том же диапазоне плотностей, для которого справедливо выбранное значение $\xi = 0{,}000882$, следовательно, полученный результат в дальнейшем уточнении не нуждается. Итак, $\rho_{18} = 835{,}6$ кг/ м^3.

4. Имеем следующие равенства:

$$\rho_1 = 825 \cdot \left[1 + 0{,}000882 \cdot \left(20 - T_1\right)\right],\ \rho_2 = 825 \cdot \left[1 + 0{,}00082 \cdot \left(20 - T_2\right)\right].$$

Отсюда получаем:

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_{20}} = \frac{825 \cdot 0{,}000882 \cdot (T_2 - T_1)}{825} = 0{,}000882 \cdot 8 \cong 0{,}71 \cdot 10^{-2}.$$

Итак, плотность топлива увеличилась примерно на 0, 71 %.

5. Запишем уравнение (1) для двух значений плотности нефти - утренней и дневной:

$$\rho_{ут.} = \rho_{20} \cdot \left[1 + \xi\left(20 - T_{ут.}\right)\right],\ \rho_{дн.} = \rho_{20} \cdot \left[1 + \xi\left(20 - T_{дн.}\right)\right],$$

где $\rho_{ут.}, \rho_{дн.}$ и $T_{ут.}, T_{дн.} -$ утренние и дневные плотности нефти и температуры, соответственно. Из этих уравнений находим изменение $\Delta\rho$ плотности:

$$\Delta\rho = \rho_{ут.} - \rho_{дн.} = \rho_{20}\xi \cdot \left(T_{дн.} - T_{ут.}\right) = 850 \cdot 0{,}000831 \cdot 7 \cong 4{,}94 \text{ кг/ м}^3.$$

Поскольку масса нефти в резервуаре не изменилась, то должны иметь место равенства:

$$\rho_{ут.} H_{ут} S = \rho_{дн.} H_{дн.} S \ \Rightarrow\ \rho_{ут.} H_{ут} = \rho_{дн.} H_{дн.},$$

где $S -$ площадь дна и $H -$ уровень нефти в резервуаре.

Далее можно записать:

$$\rho_{ут.} H_{ут} = \rho_{дн.}\left(H_{ут.} + \Delta H\right),$$

где $\Delta H -$ изменение уровня нефти в резервуаре. Тогда

$$\Delta H = H_{ут.}\left(\rho_{ут.} - \rho_{дн.}\right)/\rho_{ут.} = H_{ут.} \Delta\rho/\rho_{дн.}.$$

Вообще говоря, дневная плотность $\rho_{дн.}$ нефти неизвестна, но она не сильно отклоняется от номинальной плотности ρ_{20} нефти при 20 ^{0}С, то есть от 850 кг/ м^3, поэтому с достаточной степенью точности имеет место равенство

$$\Delta\rho/\rho_{дн.} = 4{,}94/850 \cong 5{,}812 \cdot 10^{-3}.$$

Отсюда находим:

$$\Delta H = 9 \cdot 5{,}812 \cdot 10^{-3} = 52{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Таким образом, уровень нефти повысится на 5,23 см.

6. Задача решается аналогично предыдущей. Имеем:

$$\Delta H = H_0(\rho_0 - \rho_1)/\rho_1 = -H_0 \Delta\rho/\rho_1,$$

где $H_0 = 6$ м - начальный уровень нефти в резервуаре; ρ_0, ρ_1 – плотности нефти: начальная и сутки спустя, соответственно; $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0$.

$$\Delta\rho = 870 \cdot 0{,}000782 \cdot 10 \cong 6{,}8 \text{ кг/ м}^3.$$

Если принять $\rho_1 \cong \rho_{20} = 870$ кг/ м^3, то $\Delta\rho/\rho_1 \cong 0{,}00782$, откуда находим: $\Delta H \cong -0{,}047$ м. Это означает, что уровень нефти в резервуаре понизится примерно на 4,7 см.

7. Сначала вычисляем объем бензина в резервуаре:

$$V_{Б,15} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot L + \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = \frac{3{,}14 \cdot 5^2}{4} \cdot 50 + \frac{3{,}14 \cdot 2^2}{4} \cdot (3-1) \cong 987{,}53 \text{ м}^3.$$

Затем из условия неизменности массы топлива при изменении температуры вычислим объем бензина при температуре 10 ^{0}С:

$$\rho_{15} V_{Б,15} = \rho_{10} V_{Б,10} \Rightarrow V_{Б,10} = V_{Б,15} \cdot \rho_{15}/\rho_{10}.$$

Согласно (1), имеем:

$$\rho_{10} = \rho_{20} \cdot [1 + \xi(20-10)], \ \rho_{15} = \rho_{20} \cdot [1 + \xi(20-15)],$$

откуда находим: $\rho_{15}/\rho_{10} = (1+5\xi)/(1+10\xi)$. Для нефтепродуктов с плотностью 730 кг/м^3 $\xi = 0{,}001183$, поэтому $\rho_{15}/\rho_{10} = (1 + 5 \cdot 0{,}00183)/(1 + 10 \cdot 0{,}00183) \cong 0{,}99415$. Отсюда следует, что $V_{Б,10} = 987{,}53 \cdot 0{,}99415 \cong 981{,}75$ м^3, т. е. объем бензина уменьшился на 5,78 м^3.

Площадь S сечения горловины цистерны составляет: $S = 3{,}14 \cdot 2^2/4 = 3{,}14$ м^2, поэтому уровень бензина в горловине понизится на $5{,}78/3{,}14 \cong 1{,}84$ м и будет находиться на

2,84 м ниже ее верхнего края, т. е. почти вся горловина освободится от жидкости.

Замечание. При решении этой задачи пренебрегалось тепловой усадкой самой цистерны. Если принять, что температура цистерны также понизится на 5 ^{0}C, то уменьшение ΔV ее объема составит, согласно (14), следующую величину: $\Delta V = \alpha_T (T - T_0) \cdot V_0 = 3{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 981{,}25 \cong 0{,}16$ м^3. В пересчете на изменение уровня жидкости в горловине цистерны это дает $\approx +0{,}05$ м. Таким образом, уточненный результат показывает не 1,84, а 1,79 м.

8. Температура бензина в емкости после слива уменьшилась на 10 ^{0}C, поэтому плотности ρ_{25} и ρ_{10} вычисляются по следующим формулам:

$$\rho_{25} = 730 \cdot \left[1 + 0{,}001183 \cdot (20 - 25)\right] \cong 725{,}68 \text{ кг/м}^3,$$

$$\rho_{10} = 730 \cdot \left[1 + 0{,}001183 \cdot (20 - 10)\right] \cong 738{,}64 \text{ кг/м}^3.$$

Поскольку масса топлива после слива, естественно, сохранилась, то имеет место равенство

$$\rho_{10} V_{10} = \rho_{25} V_{25} \Rightarrow V_{10} = V_{25} \cdot \rho_{25} / \rho_{10},$$

из которого находим:

$$V_{10} = 10 \cdot 725{,}68 / 738{,}64 \cong 9{,}825 \text{ м}^3,$$

т. е. объем бензина, зафиксированный в подземной емкости АЗС, будет примерно на 175 л меньше, чем в цистерне бензовоза.

9. Изменение ΔV объема трубопровода при повышении в нем давления на величину Δp находится с помощью формулы (13). Имеем:

$$\Delta V = \frac{\pi d_0^3 L}{4\delta \cdot E} \cdot \Delta p = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}8^3 \cdot 100000}{4 \cdot 0{,}01 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \cdot 10 \cdot 98100 \cong 19{,}7 \text{ м}^3.$$

10. Изменение ΔV объема трубопровода при изменении температуры трубы на величину ΔT находится с помощью формулы (14). Имеем:

$$\Delta V = \alpha_T (T - T_0) \cdot V_0 = 3{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot (10) \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}8^2}{4} \cdot 10^5 \cong 16{,}6\,\text{м}^3.$$

11. Сначала вычислим объем V участка нефтепродуктопровода с поправкой на давление:

$$V_0 = \frac{\pi d_0^{\ 2}}{4} \cdot L = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}514^2}{4} \cdot 120000 \cong 24887{,}3\,\text{м}^3,$$

$$\Delta V = \frac{\pi d_0^{\ 3} L}{4 \cdot \delta \cdot E} \cdot \Delta p = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}514^3 \cdot 120000}{4 \cdot 0{,}008 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \cdot 19 \cdot 98100 \cong 14{,}9\,\text{м}^3,$$

$$V = V_0 + \Delta V = 24887{,}3 + 14{,}9 = 24902{,}2\ \text{м}^3.$$

Затем вычислим плотность дизельного топлива с поправками на давление и температуру:

$$\rho_{15} = 840 \cdot \left[1 + 0{,}000831 \cdot (20 - 15) + (20 - 1) \cdot 98100 / 1{,}5 \cdot 10^9\right] \cong$$
$$\cong 840 \cdot (1 + 0{,}004155 + 0{,}001243) \cong 844{,}534\ \text{кг/м}^3.$$

Наконец, вычисляем массу M топлива:

$$M = \rho_{15} V = 844{,}534 \cdot 24902{,}2 = 21030754{,}6\ \text{кг}.$$

Таким образом, масса дизельного топлива в рассматриваемом участке трубопровода составляет $\approx 21030{,}8$ т.

12. Эта задача решается аналогично предыдущей. При снижении давления с 20 до 10 атм. объем V участка трубопровода уменьшится. Имеем:

$$V_0 = \frac{\pi d_0^{\ 2}}{4} \cdot L = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}514^2}{4} \cdot 120000 \cong 24887{,}3\,\text{м}^3,$$

$$\Delta V = \frac{\pi d_0^{\ 3} L}{4 \cdot \delta \cdot E} \cdot \Delta p = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}514^3 \cdot 120000}{4 \cdot 0{,}008 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \cdot 9 \cdot 98100 \cong 7{,}1\,\text{м}^3,$$

$$V = V_0 + \Delta V = 24887{,}3 + 7{,}1 = 24894{,}4\ \text{м}^3.$$

Плотность дизельного топлива с учетом поправок на давление и температуру также уменьшится:

$$\rho_{15} = 840 \cdot \left[1 + 0{,}000831 \cdot (20 - 15) + (10 - 1) \cdot 98100 / 1{,}5 \cdot 10^9\right] \cong$$
$$\cong 840 \cdot (1 + 0{,}004155 + 0{,}000589) \cong 843{,}985\ \text{кг/м}^3.$$

Вычислим массу M дизельного топлива на участке трубопровода:

$$M = \rho_{15} V = 843{,}985 \cdot 24894{,}4 = 21010500{,}2 \text{ кг или } \approx 21010{,}5 \text{ т.}$$

Таким образом, для того чтобы снизить давление в трубопроводе с 20 до 10 атм., необходимо откачать из него (см. решение задачи 11) 21030,8 - 21010,5 = 20,3 т. дизельного топлива.

13. Рассчитаем сначала массу бензина в трубопроводе на 01 апреля. Имеем:

$$V_0 = \frac{\pi d_0{}^2}{4} \cdot L = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}361^2}{4} \cdot 140000 \cong 14322{,}3 \text{ м}^3,$$

$$\Delta V_p = \frac{\pi d_0^3 L}{4 \cdot \delta \cdot E} \cdot \Delta p = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}361^3 \cdot 140000}{4 \cdot 0{,}008 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \cdot \left(\frac{35+3}{2} - 1\right) \cdot 98100 \cong 5{,}7 \text{ м}^3.$$

Здесь ΔV_p – дополнительное увеличение объема трубопровода из-за превышения среднего давления в трубе над атмосферным (поправка на давление).

$$V = V_0 + \Delta V_p = 14322{,}3 + 5{,}7 = 14328 \text{ м}^3.$$

Затем рассчитаем плотность бензина с поправками на давление и температуру:

$$\rho_7 = 750 \cdot \left[1 + 0{,}001118 \cdot (20 - 7) + (19 - 1) \cdot 98100 / 1{,}0 \cdot 10^9\right] \cong$$
$$\cong 750 \cdot (1 + 0{,}014534 + 0{,}001766) \cong 762{,}225 \text{ кг/м}^3.$$

Наконец, вычисляем массу M бензина:

$$M = \rho_7 V = 762{,}225 \cdot 14328 = 10921159{,}8 \text{ кг.}$$

Таким образом, масса бензина в рассматриваемом участке трубопровода составляет $\approx 10921{,}160$ т.

Аналогично рассчитываем массу бензина на 01 мая.

$$\Delta V_p = \frac{\pi d_0^3 L}{4 \cdot \delta \cdot E} \cdot \Delta p = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}361^3 \cdot 140000}{4 \cdot 0{,}008 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \cdot \left(\frac{45+5}{2} - 1\right) \cdot 98100 \cong 7{,}6 \text{ м}^3,$$

$$\Delta V_T = 3{,}3 \cdot 10^{-5} \cdot (15 - 7) \cdot 14322{,}3 \cong 3{,}8 \text{ м}^3, \; V_0 \cong 14322{,}3 \text{ м}^3.$$

Здесь ΔV_T – дополнительное увеличение объема трубопровода из-за повышения его температуры на 8 ^{0}С (поправка на температуру).

$$V = V_0 + \Delta V_p + \Delta V_T = 14322{,}3 + 7{,}6 + 3{,}8 = 14333{,}7 \text{ м}^3.$$

Затем рассчитаем плотность бензина с поправками на давление и температуру:

$$\rho_{15} = 750 \cdot \left[1 + 0{,}001118 \cdot (20 - 15) + (25 - 1) \cdot 98100 / 1{,}0 \cdot 10^9\right] \cong$$
$$\cong 750 \cdot \left(1 + 0{,}00559 + 0{,}002354\right) \cong 755{,}958 \text{ кг/м}^3.$$

Вычисляем массу M бензина:

$$M = \rho_{15} V = 755{,}958 \cdot 14333{,}7 = 10835675{,}2 \text{ кг}.$$

Таким образом, масса бензина в рассматриваемом участке трубопровода равна $\approx 10835{,}675$ т. Изменение массы бензина составило $10835{,}675 - 10921{,}160 = -85{,}485$ т.

14. Если участок трубопровода полностью заполнен жидкостью, находящейся под давлением p_1 и имеющей температуру T_1, то масса жидкости в нем рассчитывается следующим образом:

плотность жидкости определяется формулой (13):

$$\rho_1 = \rho_0 \left[1 + \xi \cdot (20 - T_1) - \frac{p_{атм.} - p_1}{K}\right];$$

объем участка трубопровода – формулой (15):

$$V_1 = V_0 \cdot \left[1 - \alpha_T (20 - T_1) - \frac{p_{атм.} - p_1}{\kappa}\right], \text{ где } \kappa = \delta \cdot E / d_0 \;;$$

масса жидкости (с точностью до малых высшего порядка):

$$M_1 = \rho_1 V_1 = \rho_0 V_0 \cdot [1 + (\xi - \alpha_T)(20 - T_1) - (1/K + 1/\kappa)(p_{атм.} - p_1)].$$

При охлаждении жидкости от температуры T_1 до температуры T_2 его плотность ρ_2 определяется равенством:

$$\rho_2 = \rho_0 \left[1 + \xi \cdot (20 - T_2) - \frac{p_{атм.} - p_2}{K}\right],$$

а объем рассматриваемого участка - равенством:

$$V_2 = V_0 \cdot \left[1 - \alpha_T(20 - T_2) - \frac{p_{атм.} - p_2}{\kappa}\right].$$

В то же время масса жидкости, естественно, не изменяется.

Если предположить, что и после снижения температуры трубопровод остается полностью заполненным жидкостью, то масса жидкости в нем определится формулой:

$$M_2 = \rho_2 V_2 = \rho_0 V_0 \cdot [1 + (\xi - \alpha_T)(20 - T_2) - (1/K + 1/\kappa)(p_{атм.} - p_2)].$$

Поскольку $M_1 = M_2$, то имеет место равенство:

$$1 + (\xi - \alpha_T)(20 - T_1) - (1/K + 1/\kappa)(p_{атм.} - p_1) =$$

$$= 1 + (\xi - \alpha_T)(20 - T_2) - (1/K + 1/\kappa)(p_{атм.} - p_2) \text{ или}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\xi - \alpha_T}{1/K + 1/\kappa} \cdot (T_2 - T_1). \quad (*)$$

15. Решение этой задачи основывается на формуле

$$p_2 - p_1 = \frac{\xi - \alpha_T}{1/K + 1/\kappa} \cdot (T_2 - T_1),$$

полученной при решении предыдущей задачи № 14.

Подставив исходные данные из условия, получим:

$$p_2 - 2{,}5 \cdot 10^6 = \frac{(83 - 3{,}3) \cdot 10^{-5}}{1/\left(1{,}5 \cdot 10^9\right) + 514/\left(8 \cdot 2 \cdot 10^{11}\right)} \cdot (7 - 10) \cong 0{,}06 \cdot 10^6.$$

Таким образом, падение температуры в остановленном трубопроводе всего на 3 ^{0}C приводит к падению давления почти на 25 атм. Если бы в рассматриваемом случае температура снизилась больше, чем на 3 ^{0}C, то в трубопроводе могли бы возникнуть пустоты, заполненные парами дизельного топлива.

16. Обозначим через t время истечения из камеры порции нефти объемом V. Тогда $V = Q \cdot t$. Используя для расхода Q формулу (6), находим:

$$V=\frac{\pi\cdot d^4\rho g}{128\mu}\cdot t\Rightarrow\mu=\frac{3{,}14\cdot 0{,}002^4\cdot 9{,}81\cdot 900\cdot 500}{128\cdot 0{,}0003}\cong 5{,}78\cdot 10^{-3}\ \text{кг/(м·с)},$$

что составляет 5,78 сПз.

17. Обозначим через t время истечения из камеры порции нефти объемом V. Тогда $V=Q\cdot t$. Используя для расхода Q формулу (6), находим:

$$V=\frac{\pi\cdot d^4 g}{128\nu}\cdot t\Rightarrow\ \nu=\frac{3{,}14\cdot 0{,}002^4\cdot 9{,}81\cdot 240}{128\cdot 0{,}00005}\cong 18{,}5\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с},$$

что составляет примерно 18,5 сСт.

18. В формулу (7) Стокса $F=3\pi\cdot\mu v d$ следует подставить разность веса дробинки и выталкивающей силы $F=(\rho-\rho_н)g\cdot\pi d^3/6$ Архимеда. Из получившейся формулы найдем:

$$\mu=\frac{gd^2\cdot(\rho-\rho_н)}{18\cdot v}.$$

Подставив сюда исходные данные, получим:

$$\mu=\frac{9{,}81\cdot 0{,}0005^2\cdot(7800-900)}{18\cdot 0{,}005}\cong 0{,}188\ \text{кг/(м·с)}$$

или 188 сПз. Разделив μ на плотность нефти, получим кинематическую вязкость ν:

$$\nu=\mu/\rho=0{,}188/900\cong 209\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с}$$

или 209 сСт.

19. Из формулы (10) следует, что $Q_1/Q_2=(r_1/r_2)^{3+1/n}$. Поскольку отношение расходов истечения обратно пропорционально временам истечения, получаем уравнение:

$$\frac{150}{3000}=\left(\frac{1}{2}\right)^{3+1/n}\ \Rightarrow\ 3+1/n=log_{1/2}(1/20)\cong 4{,}322\ \Rightarrow n\cong 0{,}756.$$

Используя результаты первого эксперимента, на основе формулы (10) получаем уравнение для определения k/ρ:

$$Q_1 = \frac{0{,}0002}{3000} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}001^3 \cdot 0{,}756}{3 \cdot 0{,}756 + 1} \cdot \left(\frac{0{,}001 \cdot 9{,}81}{2 \cdot k/\rho} \right)^{1/0{,}756}.$$

Из этого уравнения находим: $k/\rho \cong 1{,}61 \cdot 10^{-4}$ м^2/с$^{1{,}244}$.

20. Запишем формулу (12) для расхода вязкопластичной жидкости через рассматриваемую трубку для двух данных в условии пар значений расхода и перепада давлений:

$$Q_1 = \frac{\pi r_0{}^4 \Delta p_1/L}{8\mu} \left[1 - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1/L} \right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1/L} \right)^4 \right],$$

$$Q_2 = \frac{\pi r_0{}^4 \Delta p_2/L}{8\mu} \left[1 - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_2/L} \right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_2/L} \right)^4 \right].$$

Разделив почленно эти равенства друг на друга, получим:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \cdot \frac{1 - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1/L} \right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1/L} \right)^4}{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1/L} \right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \right)^4 \cdot \left(\frac{2\tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1/L} \right)^4}.$$

Обозначая $2\tau_0/(r_0 \cdot \Delta p_1/L) = x$, получаем:

$$\frac{1}{2} = \frac{150}{200} \cdot \frac{1 - \frac{4}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x^4}{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{150}{200} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{150}{200} \right)^4 \cdot x^4},$$

т. е. имеем уравнение для нахождения неизвестной величины x:

$$0{,}5 \cong 0{,}75 \cdot \frac{1 - 4/3 \cdot x + 1/3 \cdot x^4}{1 - x + 1{,}105 \cdot x^4} \Rightarrow x \cong 0{,}53.$$

Теперь нетрудно найти значение τ_0 предельного напряжения сдвига. Имеем:

$$\frac{2L \cdot \tau_0}{r_0 \cdot \Delta p_1} = 0{,}53 \Rightarrow \tau_0 = 0{,}53 \cdot \frac{0{,}0025 \cdot 150000}{2 \cdot 0{,}5} \cong 199 \text{ Па}.$$

2.2. Гидравлические режимы работы нефте- и нефтепродуктопроводов

21. Внутренний диаметр d нефтепровода равен 1000 мм ($d = D - 2\delta = 1020 - 2 \cdot 10 = 1000$ мм), поэтому годовую пропускную способность G нефтепровода можно найти по формуле: $G = 8400 \cdot 3600 \cdot Q_M = 8400 \cdot 3600 \cdot \rho v \cdot S$ или

$$G = 8400 \cdot 3600 \cdot 900 \cdot 1{,}0 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}0^2 / 4 \cong 21{,}365 \cdot 10^9 \text{ кг/год},$$

что составляет 21,365 млн. т/год. Здесь 8400 - годовое число часов работы нефтепровода (350 дней).

22. Из уравнения (17) сохранения массы следует, что $v_1 S_1 = v_2 S_2$ или $v_1 d_1{}^2 = v_2 d_2{}^2$. Отсюда находим:

$$v_2 = v_1 \cdot (d_1/d_2)^2 = 1{,}2 \cdot [(530 - 2 \cdot 8)/(377 - 2 \cdot 6)]^2 \cong 2{,}38 \text{ м/с}.$$

23. Находим внутренний диаметр d трубопровода:

$$d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2 \cdot 0{,}008 = 0{,}514 \text{ м}.$$

Кинематическая вязкость ν равна μ/ρ:

$$\nu = 0{,}015/890 \cong 16{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2\text{/с или 16,9 сСт}.$$

Далее вычисляем скорость v перекачки

$$v = 4Q/\pi d^2 = 4 \cdot 800 / \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2\right) \cong 1{,}07 \text{ м/с}.$$

и число Рейнольдса Re:

$$Re = vd/\nu = 1{,}07 \cdot 0{,}514 / \left(16{,}9 \cdot 10^{-6}\right) \cong 32543.$$

Отсюда видно, что течение нефти происходит в режиме *гидравлически гладких труб* и, следовательно, λ вычисляется по формуле (25) Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{32543}} \cong 0{,}0236.$$

24. Внутренний диаметр d нефтепродуктопровода:

$$d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2 \cdot 0{,}008 = 0{,}514 \text{ м}.$$

Кинематическая вязкость ν бензина равна μ/ρ:

$\nu = 0{,}5\cdot10^{-3}/750 \cong 0{,}67\cdot10^{-6}$ м^2/с или 0,67 сСт.

Вычисляем скорость v перекачки

$v = 4Q/\pi d^2 = 4\cdot1100/\left(3600\cdot3{,}14\cdot0{,}514^2\right) \cong 1{,}47$ м/с

и число Re Рейнольдса:

$Re = vd/\nu = 1{,}47\cdot0{,}514/\left(0{,}67\cdot10^{-6}\right) \cong 1127731$.

Отсюда видно, что течение бензина происходит в режиме *квадратичного трения* и, следовательно, λ вычисляется по формуле (27) Шифринсона:

$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}22/514)^{0,25} \cong 0{,}016$.

25. Внутренний диаметр d нефтепродуктопровода:

$d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2\cdot0{,}008 = 0{,}514$ м.

Кинематическая вязкость ν дизельного топлива равна μ/ρ. Следовательно, $\nu = 4\cdot10^{-3}/840 \cong 4{,}76\cdot10^{-6}$ м^2/с или 4,76 сСт.

Скорость v перекачки составляет:

$v = 4Q/\pi d^2 = 4\cdot700/\left(3600\cdot3{,}14\cdot0{,}514^2\right) \cong 0{,}94$ м/с,

а число Re Рейнольдса:

$Re = vd/\nu = 0{,}94\cdot0{,}514/\left(4{,}76\cdot10^{-6}\right) \cong 101504$.

Отсюда видно, что течение дизельного топлива происходит в режиме *смешанного трения* и, следовательно, λ вычисляется по формуле (24) Альтшуля:

$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}22/514 + 68/101504)^{0,25} \cong 0{,}020$.

26. Находим сначала скорость v течения дизельного топлива:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4\cdot250}{3600\cdot3{,}14\cdot(0{,}377-2\cdot0{,}008)^2} \cong 0{,}679 \text{ м/с}.$$

Затем вычисляем число Re Рейнольдса:

$Re = 0{,}679\cdot0{,}361/\left(5\cdot10^{-6}\right) \cong 49024$

и далее - коэффициент λ гидравлического сопротивления:

$$\lambda = 0{,}3164 / \sqrt[4]{49024} \cong 0{,}021\,.$$

После этого находим гидравлический уклон i, см. (21):

$$i = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}021 \cdot \frac{1}{0{,}361} \cdot \frac{0{,}679^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 0{,}00137\,.$$

Это означает, что уменьшение напора составляет 1,37 м на каждый км протяженности трубопровода.

27. Вычисляем напоры H_0 и $H_к$ в начале и в конце участка трубопровода. Имеем:

$$H_0 = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} = 100 + \frac{5 \cdot 10^6}{850 \cdot 9{,}81} \cong 699{,}6\,м.,$$

$$H_к = z_к + \frac{p_к}{\rho g} = 150 + \frac{0{,}5 \cdot 10^6}{850 \cdot 9{,}81} \cong 210{,}0\,м.$$

После этого можно найти гидравлический уклон i на участке нефтепровода: $i = (699{,}6 - 210{,}0)/120000 \cong 0{,}00408$ или 4,08 м/км.

На 20 км падение напора составляет $4{,}08 \cdot 20 = 81{,}6$ м, поэтому напоры в остальных сечениях трубопровода составляют:

$H(20) = 699{,}6 - 81{,}6 = 618{,}0$ м;

$H(40) = 618{,}0 - 81{,}6 = 536{,}4$ м;

$H(60) = 536{,}4 - 81{,}6 = 454{,}8$ м;

$H(80) = 454{,}8 - 81{,}6 = 373{,}2$ м;

$H(100) = 373{,}2 - 81{,}6 = 291{,}6$ м.

Поскольку линия гидравлического уклона проходит всюду значительно выше профиля трубопровода, то давление во всех его сечениях выше упругости насыщенных паров транспортируемой жидкости и парогазовые полости в трубопроводе отсутствуют.

Рассчитываем давления в заданных сечениях:

$p(20)=\rho g\cdot[H(20)-z(20)]=850\cdot 9{,}81\cdot(618{,}6-150)\cong 3{,}907\cdot 10^6$ Па;

$p(40)=\rho g\cdot[H(40)-z(40)]=850\cdot 9{,}81\cdot(536{,}4-200)\cong 2{,}805\cdot 10^6$ Па;

$p(60)=\rho g\cdot[H(60)-z(60)]=850\cdot 9{,}81\cdot(454{,}8-100)\cong 2{,}958\cdot 10^6$ Па;

$p(80)=\rho g\cdot[H(80)-z(80)]=850\cdot 9{,}81\cdot(373{,}2-50)\cong 2{,}695\cdot 10^6$ Па;

$p(100)=\rho g\cdot[H(100)-z(100)]=850\cdot 9{,}81\cdot(291{,}6-50)\cong 2{,}015\cdot 10^6$ Па.

28. Вычисляем напоры $H(20)$ и $H(60)$ в сечениях 20 и 60 км:

$$H(20)=z_{20}+\frac{p_{20}}{\rho g}=120+\frac{3{,}8\cdot 10^6}{735\cdot 9{,}81}\cong 647{,}0\,\text{м.},$$

$$H(60)=z_{60}+\frac{p_{60}}{\rho g}=160+\frac{2{,}6\cdot 10^6}{735\cdot 9{,}81}\cong 520{,}6\,\text{м.}$$

Тогда гидравлический уклон i на участке нефтепровода равен: $i=(647{,}0-520{,}6)/40000\cong 0{,}00316$ или 3,16 м/км.

На 20 км падение напора составляет $3{,}16\cdot 20=63{,}2$ м, поэтому напоры в остальных сечениях трубопровода составляют:

$H(0)=647{,}0+63{,}2=710{,}2$ м;

$H(40)=647{,}0-63{,}2=583{,}8$ м;

$H(80)=520{,}6-63{,}2=457{,}4$ м;

$H(100)=457{,}4-63{,}2=394{,}2$ м.

Поскольку линия гидравлического уклона проходит всюду значительно выше профиля трубопровода, то давление во всех его сечениях выше упругости насыщенных паров бензина ($p_{у.}\cong 0{,}07$ МПа) и парогазовые полости в трубопроводе отсутствуют.

Рассчитываем давления в заданных сечениях:

$p(0)=\rho g\cdot\left[H(0)-z_0\right]=735\cdot 9{,}81\cdot(710{,}2-75)\cong 4{,}58\cdot 10^6$ Па;

$p(40)=\rho g\cdot\left[H(40)-z_{40}\right]=735\cdot 9{,}81\cdot(583{,}8-180)\cong 2{,}91\cdot 10^6$ Па;

$$p(80)=\rho g\cdot\left[H(80)-z_{80}\right]=735\cdot 9{,}81\cdot(457{,}4-130)\cong 2{,}36\cdot 10^6 \text{ Па;}$$

$$p(100)=\rho g\cdot\left[H(100)-z_{100}\right]=735\cdot 9{,}81\cdot(394{,}2-30)\cong 2{,}63\cdot 10^6 \text{ Па.}$$

29. Решение задачи, см. (22), понятно из таблицы:

Q, м^3/ч	100	150	200	250	300
v, м/с	0,37	0,56	0,74	0,93	1,11
Re	5717	8652	11433	14369	17150
λ	0,03	0,033	0,031	0,029	0,028
h_τ, м	122	407	504	745	1024
$h_\tau+\Delta z$, м	22	307	404	645	924

30. Решение задачи, см. (22), понятно из таблицы:

Q, м^3/ч	800	900	1000	1100	1200
v, м/с	1,063	1,196	1,329	1,462	1,595
Re	60945	68571	76196	83821	91447
λ	0,0217	0,0212	0,0208	0,0205	0,0202
h_τ, м	302,8	374,4	454	541	635
$h_\tau+\Delta z$, м	408	479	559	646	740

31. Сначала определяем скорость бензина во втором участке:

$$v_1\cdot\pi d_1^{\,2}/4=v_2\cdot\pi d_2^{\,2}/4 \Rightarrow\ v_2=1{,}2\cdot(514/365)^2\cong 2{,}38 \text{ м/с.}$$

Эти скорости соответствуют числам Рейнольдса:

$$Re_1=1{,}2\cdot 0{,}514\big/\left(0{,}6\cdot 10^{-6}\right)=1028000 \text{ и}$$

$$Re_2=2{,}38\cdot 0{,}361\big/\left(0{,}6\cdot 10^{-6}\right)\cong 1431967\,.$$

Далее по формуле (27) Шифринсона рассчитываем коэффициенты гидравлического сопротивления:

$$\lambda_1=0{,}11\cdot(0{,}15/514)^{0{,}25}\cong 0{,}0144\,;$$

$$\lambda_2=0{,}11\cdot(0{,}15/361)^{0{,}25}\cong 0{,}0157\,.$$

И, наконец, вычисляем потери напора на трение:

$$(h_\tau)_1=0{,}0144\cdot 60000/0{,}514\cdot 1{,}2^2/(2\cdot 9{,}81)\cong 123{,}4 \text{ м,}$$

$(h_\tau)_2 = 0{,}0157 \cdot 30000 / 0{,}361 \cdot 2{,}38^2 / (2 \cdot 9{,}81) \cong 376{,}7$ м.

Общие потери напора в трубопроводе определяются суммой $123{,}4 + 376{,}7 \cong 501$ м.

32. Сначала определяем скорость v течения нефти:

$$v = 4Q / \pi d^2 = 4 \cdot 2500 / \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}804^2\right) \cong 1{,}369 \text{ м/с}.$$

Затем вычисляем число Re Рейнольдса:

$$Re = vd/\nu = 1{,}369 \cdot 0{,}804 / \left(7 \cdot 10^{-6}\right) \cong 157239,$$

коэффициент λ гидравлического сопротивления:

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}2/804 + 68/157239)^{0,25} \cong 0{,}0178$$

и потери напора h_τ на трение:

$$h_\tau = 0{,}0178 \cdot 140000 / 0{,}804 \cdot 1{,}369^2 / (2 \cdot 9{,}81) \cong 296{,}1 \text{ м}.$$

Из уравнения (16) Бернулли находим:

$$\frac{(p_н - 3) \cdot 98100}{850 \cdot 9{,}81} + (120 - 160) = 296{,}1 \Rightarrow p \cong 31{,}6 \text{ атм}.$$

Таким образом, давление в начале участка составляет 31,6 атм. ($\approx 3{,}1$ МПа).

33. Уравнение Бернулли в данном случае имеет вид:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = h_{1-2} = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Отсюда получаем уравнение для скорости v течения:

$$\frac{15 \cdot 98100}{890 \cdot 9{,}81} = \lambda \cdot \frac{140000}{0{,}8} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot 9{,}81} \Rightarrow \lambda \cdot v^2 \cong 0{,}0189.$$

Решаем полученное уравнение методом итераций (последовательных приближений).

Первое приближение: полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$, тогда $v^{(1)} = \sqrt{0{,}0189/0{,}02}$, или $\cong 0{,}972$ м/с. Число Рейнольдса: $Re = 0{,}972 \cdot 0{,}8 / \left(10 \cdot 10^{-6}\right) = 77760$. Используя формулу Блазиуса (1.23), имеем: $\lambda = 0{,}3164 / \sqrt[4]{77760} \cong 0{,}0189 < \lambda^{(1)}$.

Второе приближение: полагаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0189$, тогда $v^{(2)} = \sqrt{0{,}0189/0{,}0189}$, или 1,0 м/с. Число Рейнольдса $Re: Re = 1{,}0 \cdot 0{,}8 / \left(10 \cdot 10^{-6}\right) = 80000$. Используя формулу (1.25), имеем: $\lambda = 0{,}3164 / \sqrt[4]{80000} \cong 0{,}0188 \approx \lambda^{(2)}$. Таким образом, в результате второго приближения достигнуто хорошее совпадение взятого и полученного λ, поэтому третьей итерации не требуется.

Далее имеем: $Q = v \cdot \pi d^2/4 = 1{,}0 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^2/4 \cong 0{,}5024$ м^3/с или 1809 м^3/ч.

34. Уравнение Бернулли в данном случае имеет вид:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + z_н - z_к = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Отсюда получаем уравнение для скорости v течения:

$$\frac{(55-3) \cdot 98100}{740 \cdot 9{,}81} + (50-100) = \lambda \cdot \frac{120000}{0{,}516} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot 9{,}81} \Rightarrow \lambda \cdot v^2 \cong 0{,}0589.$$

Полученное уравнение решаем методом итераций.

Первое приближение: полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$; тогда $v^{(1)} = \sqrt{0{,}0589/0{,}02}$, или $\cong 1{,}716$ м/с. Вычисляем число Рейнольдса: $Re = 1{,}716 \cdot 0{,}516 / \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) = 1475760$. Используя формулу Шифринсона (1.27), имеем:

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}2/516)^{0{,}25} \cong 0{,}0154 < \lambda^{(1)} = 0{,}02.$$

Второе приближение: полагаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0154$; тогда $v^{(2)} = \sqrt{0{,}0589/0{,}0154}$, или $v^{(2)} = 1{,}96$ м/с. Вычисляем число Рейнольдса: $Re = 1{,}96 \cdot 0{,}516 / \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) = 1685600$. Это означает, что режим течения и в этой итерации будет квадратичным, значит, коэффициент λ вычислен правильно: $\lambda = 0{,}0154$. Далее находим:

$$Q = 1{,}96 \cdot 3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}516^2/4 \cong 1475 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

35. Запишем уравнение Бернулли в следующем виде:

$$(p_н - p_к) + \rho_Б g(z_н - z_к) = \lambda_Б \cdot L/d \cdot \rho_Б v_Б{}^2/2,$$

$$(p_н - p_к) + \rho_Д g(z_н - z_к) = \lambda_Д \cdot L/d \cdot \rho_Д v_Д{}^2/2.$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем:

$$(\rho_Б - \rho_Д) g(z_н - z_к) = L/2d \cdot \left(\rho_Б \lambda_Б v_Б{}^2 - \rho_Д \lambda_Д v_Д{}^2\right)$$

Подставляя исходные данные, имеем:

$$100 \cdot 9{,}81 \cdot 100 = 125000/(2 \cdot 0{,}514)\left(740\lambda_Б v_Б{}^2 - 840\lambda_Д v_Д{}^2\right),$$

откуда находим: $740\lambda_Б v_Б{}^2 - 840\lambda_Д v_Д{}^2 \cong 0{,}8068$.

Последовательно вычисляя

$$v_Б = 4Q/\pi d^2 = 4 \cdot 8 \cdot 10^9 / \left(8400 \cdot 3600 \cdot 740 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2\right) \cong 1{,}724 \text{ м/с},$$

$$Re_Б = 1{,}724 \cdot 0{,}514 / \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) \cong 1476893,$$

$$\lambda_Б = 0{,}11 \cdot (0{,}15/514)^{0{,}25} \cong 0{,}0144 \text{ и } \lambda_Б v_Д{}^2 \cong 0{,}0428,$$

получаем: $\lambda_Д v_Д{}^2 \cong 0{,}0367$.

Это уравнение решаем методом итераций. В качестве нулевого приближения полагаем $\lambda_{Д0} = 0{,}02$, тогда имеем:

$$v_{Д0} \cong 1{,}355 \text{ м/с} \Rightarrow Re_{Д0} = 1{,}355 \cdot 0{,}514 / \left(6 \cdot 10^{-6}\right) \cong 116078.$$

$$\lambda_{Д1} = 0{,}11 \cdot (0{,}15/514 + 68/11607)^{0{,}25} \cong 0{,}0189.$$

В следующем приближении полагаем $\lambda_{Д1} = 0{,}0189$:

$$v_{Д1} \cong 1{,}393 \text{ м/с} \Rightarrow Re_{Д1} = 1{,}393 \cdot 0{,}514 / \left(6 \cdot 10^{-6}\right) \cong 119334,$$

$$\lambda_{Д2} = 0{,}11 \cdot (0{,}15/514 + 68/119334)^{0{,}25} \cong 0{,}0188,$$

что практически не отличается от принятого значения $\lambda_{Д1}$.

Находим:

$$G_Д = 840 \cdot 8400 \cdot 3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2 / 4 \cdot 1{,}393 \cong 7{,}3385 \cdot 10^9 \text{ кг/год},$$

что составляет $\approx 7{,}34$ млн.т/год.

2.3. Трубопроводы с самотечными участками; вставки, лупинги, отводы

36. Изобразив профиль трубопровода на чертеже, заметим, что самотечный участок прежде всего может возникнуть в сечении $x = 40$ км. При этом гидравлический уклон i находится так:

$$i = \frac{H(40) - H(120)}{(120-40)\cdot 10^3} = \frac{\left(200 + 0{,}01\cdot 10^6/840\cdot 9{,}81\right) - 0{,}3\cdot 10^6/840\cdot 9{,}81}{80000},$$

откуда находим: $i \cong 2{,}06\cdot 10^{-3}$ или 2,06 м/км.

Уравнение

$$0{,}00206 = \lambda\cdot\frac{1}{0{,}514}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81} \text{ или } \lambda\cdot v^2 \cong 0{,}0208$$

решаем методом итераций (последовательных приближений).

В качестве *первого приближения* берем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$. Тогда находим $v^{(1)} \cong 1{,}02$ м/с. Вычисляем число Рейнольдса:

$Re^{(1)} = 1{,}02\cdot 0{,}514\big/\left(5\cdot 10^{-6}\right) = 104856$ и далее λ:

$\lambda^{(2)} = 0{,}11\cdot(0{,}15/514 + 68/104856)^{0{,}25} \cong 0{,}0193$.

В качестве *второго приближения* берем найденное значение $\lambda^{(2)} = 0{,}0193$. Имеем: $v^{(2)} \cong 1{,}038$ м/с. Вычисляем число Рейнольдса: $Re^{(2)} = 1{,}038\cdot 0{,}514\big/\left(5\cdot 10^{-6}\right) \cong 106706$ и далее новое значение коэффициента гидравлического сопротивления: $\lambda^{(3)} = 0{,}11\cdot(0{,}15/514 + 68/106706)^{0{,}25} \cong 0{,}0192$.

Поскольку $\lambda^{(3)} \cong \lambda^{(2)}$, то итерационный процесс закончен.

Итак, $v \cong 1{,}038$ м/с, что соответствует $Q \cong 775$ м^3/ч.

37. Решение предыдущей задачи показало, что минимальный расход дизельного топлива, необходимый для перекачки без самотечных участков составляет 775 м^3/ч. Отсюда следует, что при меньшем расходе 650 $м^3$/ч такой самотечный участок имеется, причем перевальная точка, очевидно, расположена в сечении $x = 40$ км. Найдем координату конца самотечного участка.

Параметры перекачки топлива таковы:

$$v = 4\cdot 600\Big/\left(3600\cdot 3{,}14\cdot 0{,}514^2\right) \cong 0{,}804 \text{ м/с},$$

$$Re = 0{,}804\cdot 0{,}514\Big/\left(5\cdot 10^{-6}\right) \cong 82651,$$

$$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}15/514 + 68/82651)^{0{,}25} \cong 0{,}0201,$$

$$i = 0{,}0201\cdot 1\big/0{,}514\cdot 0{,}804^2\big/(2\cdot 9{,}81) \cong 1{,}288\cdot 10^{-3}$$

или 1,288 м/км.

Давление в конце участка трубопровода равно 0,3 МПа, что составляет $0{,}3\cdot 10^6\big/\left(840\cdot 9{,}81\right) \cong 36{,}41$ м столба дизельного топлива, поэтому напор в сечении $x = 60$ км равен:

$$0 + 36{,}41 + \left(120 - 60\right)\cdot 1{,}288 \cong 113{,}69 \text{ м}.$$

Расчет координаты конца самотечного участка, находящегося между сечениями 40 и 60 км, понятен из рис. 2.1.

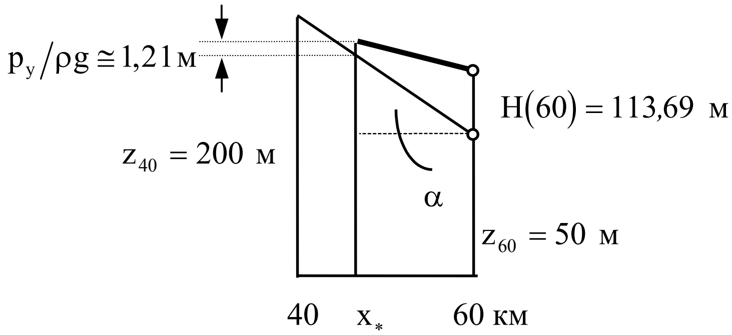


Рис. **2.1.** К решению задачи № 37.

Обозначим координату конца самотечного участка через x_*. Поскольку тангенс угла α наклона профиля трубо-

провода на сегменте (40-60) км известен и равен: $(200-50)/20000 = 7{,}5\cdot 10^{-3}$, то можно составить уравнение:
$50 + 7{,}5\cdot 10^{-3}\cdot\left(60000 - x_*\right) + 1{,}21 = 113{,}69 + 1{,}288\cdot 10^{-3}\left(60000 - x_*\right)$,
из которого находим $x_* \cong 49942$ м или $\approx 49{,}942$ км. Таким образом, в рассматриваемом трубопроводе существует один самотечный участок, начало которого находится в сечении 40 км, а конец, в сечении 49,942 км.

38. Вычисляем параметры перекачки:

$v = 4Q/\pi d^2 = 4\cdot 500/\left(3{,}14\cdot 0{,}516^2\cdot 3600\right) \cong 0{,}665$ м/с,

$Re = vd/\nu = 0{,}665\cdot 0{,}516/\left(15\cdot 10^{-6}\right) \cong 22876$,

$\lambda = 0{,}3164/\sqrt[4]{22876} \cong 0{,}0257$;

$i = 0{,}0257\cdot 1/0{,}516\cdot 0{,}665^2/(2\cdot 9{,}81) \cong 1{,}123\cdot 10^{-3}$ или $1{,}123$ м/км.

$p_у/\rho g = 0{,}03\cdot 10^6/(850\cdot 9{,}81) \cong 3{,}60$ м.

Вычисляем напор $H(150)$ в конце трубопровода:

$H(150) = z_{150} + p_к/\rho g = 50 + 0{,}3\cdot 10^6/(850\cdot 9{,}81) \cong 85{,}98$ м.

Затем последовательно определяем напоры в заданных сечениях трубопровода, начиная с конечного. Имеем:

$H(125) = H(150) + 25\cdot i = 85{,}98 + 1{,}123\cdot 25 \cong 114{,}06 > 0 + 3{,}6$ м.

$H(100) = H(125) + 25\cdot i = 114{,}06 + 1{,}123\cdot 25 \cong 142{,}14 > 50 + 3{,}6$ м.

$H(75) = H(100) + 25\cdot i = 142{,}14 + 1{,}123\cdot 25 \cong 170{,}22 < 200$ м.

Поскольку полный напор в сечении не может быть меньше высотной отметки этого сечения, то между 75 и 100 км должен быть самотечный участок, причем сечение $x = 75$ км является перевальной точкой.

Для того чтобы найти конец самотечного участка, обратимся к рис. 2.2.

Обозначим координату конца самотечного участка через x_*. Поскольку тангенс угла α наклона профиля трубопровода на сегменте (75-100) км известен: $(200-50)/25000=6\cdot10^{-3}$, то можно составить уравнение:

$$50+6\cdot10^{-3}\cdot(100000-x_*)+3{,}6=142{,}14+1{,}123\cdot10^{-3}(100000-x_*),$$

из которого находим $x_*\cong 81845$ м или $\approx 81{,}845$ км. Таким образом, в рассматриваемом трубопроводе существует самотечный участок начало которого находится в сечении 75 км, а конец, в сечении 81,845 км.

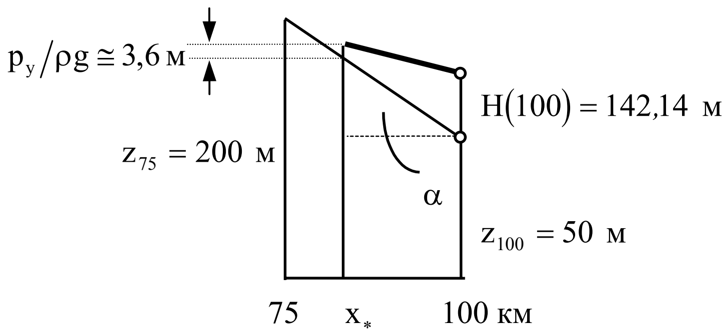


Рис. **2.2**. К решению задачи № 38.

Далее проверяем оставшиеся сечения:

$$H(50)=H(75)+25\cdot i=200+3{,}6+1{,}123\cdot25\cong231{,}68>150+3{,}6 \text{ м},$$

$$H(25)=H(50)+25\cdot i=231{,}68+1{,}123\cdot25\cong259{,}76>100+3{,}6 \text{ м},$$

$$H(0)=H(25)+25\cdot i=259{,}76+1{,}123\cdot25\cong287{,}84>100+3{,}6 \text{ м}.$$

Следовательно, других самотечных участков в трубопроводе нет. Теперь рассчитаем давление $p_н$ в начале участка трубопровода:

$$p_н=\rho g\cdot\left[H(0)-z_0\right]=850\cdot9{,}81\cdot187{,}84\cong1{,}57\cdot10^6 \text{ Па}.$$

39. Сначала определяем гидравлический уклон i участка трубопровода. Имеем:

$$d=0{,}513 \text{ мм},\ v=4Q/\pi d^2=4\cdot500/\left(3600\cdot3{,}14\cdot0{,}513^2\right)\cong0{,}672 \text{ м/с},$$

$$Re=0{,}672\cdot0{,}513/\left(3\cdot10^{-6}\right)=114912,\ \varepsilon=0{,}2/513\cong0{,}39\cdot10^{-3},$$

$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(0{,}39 \cdot 10^{-3} + 68/114912\right)^{0{,}25} \cong 0{,}0195$,

$i = 0{,}0195 \cdot 1/0{,}513 \cdot 0{,}672^2/(2 \cdot 9{,}81) \cong 0{,}875 \cdot 10^{-3}$

или $0{,}875$ м/км.

Можно заметить, что потери напора на участке между концом трубопровода ($x = 120$ км) и сечением $x = 80$ км составляют: $H(80) - H(120) = i \cdot 40 = 0{,}875 \cdot 40 = 35$ м. Если учесть, что напор $H(120)$ в конце трубопровода равен примерно 52,8 м ($40 + 1{,}0 \cdot 98100/(780 \cdot 9{,}81) \cong 52{,}82$), то напор $H(80)$ составлял бы 52,8 + 35 = 87,8 м. Однако одна только высотная отметка сечения $x = 80$ км, согласно условию, составляет 200 м, поэтому на сегменте $[80;120]$ км имеется самотечный участок, а сечение $x = 80$ км является перевальной точкой. При этом следует заметить, что разность высот начала самотечного участка ($z_{80} = 200$ м) и его конца больше, чем $200 - 87{,}8 = 112{,}2$ м. Таким образом, очевидно, что увеличение давления в конце участка на 5 атм., что составляет $5 \cdot 98100/(780 \cdot 9{,}81) \cong 64{,}1$ м, не способно ликвидировать самотечный участок полностью, а лишь сокращает его длину. Поэтому расход перекачки от увеличения давления в конце участка на 5 атм. не изменится.

40. Гидравлический уклон *i* на полностью заполненных сегментах участка трубопровода, данного в условии предыдущей задачи № 39, составляет 0,875 м/км. Найдем напор $H(80)$ в сечении $x = 80$ км:

$$H(80) = z_{80} + p_{у.}/\rho g = 200 + 20000/(780 \cdot 9{,}81) \cong 202{,}61\,\text{м}.$$

Теперь можно рассчитать напор $H(0)$ и давление $p_н$ в начале участка:

$$H(0) = H(80) + 0{,}875 \cdot 80 = 202{,}61 + 70 \cong 272{,}6 \text{ м},$$

$$p_н = \rho g \cdot \left[H(0) - z_н\right] = 780 \cdot 9{,}81 \cdot (272{,}6 - 50) = 1{,}703 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Для того чтобы самотечного участка в трубопроводе не стало, нужно, чтобы гидравлический уклон составил:

$$i_{\otimes} = \frac{H(80) - H(120)}{40000} = \frac{202{,}61 - 52{,}82}{40000} \cong 3{,}745 \cdot 10^{-3}$$

или 3,745 м/км. Это означает, что напор $H(0)$ и давление $p_н$ в начале участка должны быть равны:

$$H(0) = H(120) + i_{\otimes} \cdot L = 52{,}82 + 3{,}745 \cdot 120 \cong 502{,}2 \text{ м},$$

$$p_{н.} = \rho g \cdot [H(0) - z_{н.}] = 780 \cdot 9{,}81 \cdot (502{,}2 - 50) \cong 3{,}460 \cdot 10^6 \text{ Па},$$

то есть давление $p_н$ должно быть увеличено примерно на $3{,}460 - 1{,}703 = 1{,}757$ МПа (или $\approx 17{,}9$ атм.).

41. Вычислим сначала напоры H_1 и H_2 в начале и конце участка, соответственно:

$$H_1 = z_1 + p_1/\rho g = 75 + 3{,}2 \cdot 10^6/(735 \cdot 9{,}81) \cong 518{,}8 \text{ м},$$

$$H_2 = z_2 + p_2/\rho g = 50 + 0{,}3 \cdot 10^6/(735 \cdot 9{,}81) \cong 91{,}6 \text{ м}.$$

Если бы самотечные участки в трубопроводе отсутствовали, то гидравлический уклон *i* составил бы

$$i = \frac{518{,}8 - 91{,}6}{100} = 4{,}272 \text{ м/км}.$$

Это означает, что на первых 20 км трубопровода терялось бы $4{,}272 \cdot 20 = 85{,}44$ м напора; на 40 км. - 170,88 м; на 60 км - 256,32 м, поэтому напоры в соответствующих сечениях были бы равны:

$$H(20) = 518{,}8 - 85{,}44 = 433{,}36 > 180 \text{ м};$$

$$H(40) = 518{,}8 - 170{,}88 = 347{,}92 > 250 \text{ м};$$

$$H(60) = 518{,}8 - 256{,}32 = 262{,}48 < 350 \text{ м}.$$

Отсюда видно, что если в первых двух сечениях линия гидравлического уклона проходит значительно выше профиля трубопровода (во всяком случае, больше, чем на величину $p_{у.}/\rho g = 7000/(735 \cdot 9{,}81) \cong 9{,}7$ м), то в третьем сечении она проходит уже ниже профиля трубопровода. Следовательно, линия гидравлического уклона построена не правильно; в трубопроводе имеется самотечный участок и его начало (перевальная точка) находится в сечении $x_1 = 60$ км.

Находим напор $H(60)$ в сечении $x_1 = 60$ км:

$$H(60) = z_{60} + p_{у.}/\rho g = 350 + 9{,}7 = 359{,}7 \text{ м.}$$

Вычисляем гидравлический уклон:

$$i = (518{,}8 - 359{,}7)/60000 \cong 2{,}652 \cdot 10^{-3} \text{ или } 2{,}652 \text{ м/км.}$$

Теперь можно вычислить напоры и давления в сечениях 20 и 40 км: $H(20) = 518{,}8 - 20 \cdot 2{,}652 \cong 465{,}76$ м;

$$p(20) = 735 \cdot 9{,}81 \cdot (465{,}76 - 180) \cong 2{,}060 \cdot 10^6 \text{ Па;}$$

$$H(40) = 518{,}8 - 40 \cdot 2{,}652 \cong 412{,}72 \text{ м;}$$

$$p(40) = 735 \cdot 9{,}81 \cdot (412{,}72 - 250) \cong 1{,}173 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Поскольку гидравлический уклон на всех заполненных сечениях трубопровода одинаков, то далее линию гидравлического уклона строим с конца трубопровода, то есть с сечения, в котором напор известен. Если бы на участке трубопровода между сечениями $x = 80$ и $x = 100$ км самотечных участков не было, то $H(80) = 91{,}6 + 20 \cdot 2{,}652 = 144{,}64$ м. Однако эта величина существенно меньше $z_{80} = 230$ м, поэтому на участке (80-100 км) также есть самотечный участок. Поскольку $z_{80} = 230 < z_{60} = 350$ м, то речь идет о продолжении самотечного участка, начавшегося в сечении $x = 60$ км.

Найдем конец самотечного участка. Обозначим координату конца самотечного участка через x_*, рис. 2.3. Поскольку тангенс угла α наклона профиля трубопровода на сегменте (80-100) км известен: $(230 - 50)/20000 = 9 \cdot 10^{-3}$, то можно составить уравнение:

$$50 + 9 \cdot 10^{-3} \cdot (100000 - x_*) + 9{,}7 = 91{,}6 + 2{,}652 \cdot 10^{-3} \cdot (100000 - x_*),$$

из которого находим $x_* \cong 94974{,}8$ м или $\approx 94{,}975$ км. Таким образом, в рассматриваемом трубопроводе существует один самотечный участок, начало которого находится в сечении 60 км, а конец - в сечении 94,975 км.

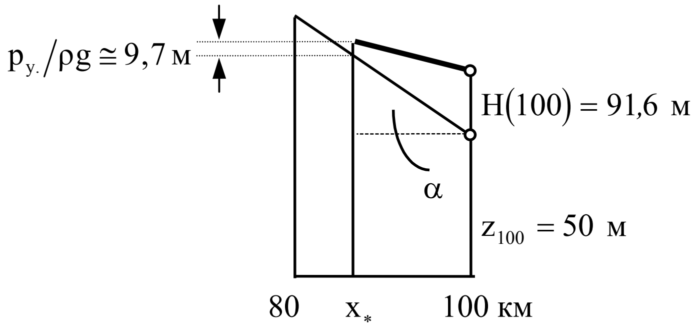


Рис. **2.3.** К решению задачи № 41.

42. Рассчитаем параметры перекачки на участке трубопровода, в котором нефть течет полным сечением:

$$v = 4Q/\pi d^2 = 4 \cdot 2000/\left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}7^2\right) \cong 1{,}444 \text{ м/с},$$

$$Re = 1{,}444 \cdot 0{,}7/\left(25 \cdot 10^{-6}\right) \cong 40432,$$

$$\lambda_0 = 0{,}3164/\sqrt[4]{40432} \cong 0{,}0223,$$

$$i = \lambda_0 \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0223 \cdot \frac{1}{0{,}7} \cdot \frac{1{,}444^2}{2 \cdot 9{,}81} = 3{,}386 \cdot 10^{-3},\ tg1^0 = 0{,}0175,$$

$$\gamma = i/tg\beta = 3{,}386 \cdot 10^{-3}/0{,}0175 \cong 0{,}193.$$

Поскольку $4{,}87 \cdot \lambda_0 = 4{,}87 \cdot 0{,}0223 \cong 1{,}109 < \gamma = 0{,}193$, то согласно (29), степень σ заполнения сечения трубы находится по формуле:

$$\sigma = 9{,}39 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{2 \cdot 0{,}193/0{,}0223} + 0{,}113 = 0{,}504$$

или 50,4 %.

43. Если бы сечение трубопровода было заполнено полностью, то скорость v перекачки равнялась бы

$$v = 4 \cdot 700/\left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2\right) \cong 0{,}938 \text{ м/с}.$$

Далее находим:

$Re = 0{,}938 \cdot 0{,}514 \big/ \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) \cong 803553$,

$\lambda_0 = 0{,}11 \cdot (0{,}3/514)^{0{,}25} \cong 0{,}0171$,

$i = \lambda_0 \dfrac{1}{d} \cdot \dfrac{v^2}{2g} = 0{,}0171 \cdot \dfrac{1}{0{,}514} \cdot \dfrac{0{,}938^2}{2 \cdot 9{,}81} = 1{,}492 \cdot 10^{-3}$, $tg5^0 = 0{,}0875$,

$\gamma = i \big/ tg\beta = 1{,}492 \cdot 10^{-3} \big/ 0{,}0875 \cong 0{,}01705$.

Используя формулу (29) для расчета степени σ заполнения сечения трубы, находим:

$$\sigma = 0{,}1825 \cdot \left(2\gamma/\lambda_0\right)^{0{,}356} = 0{,}1825 \cdot \left(2 \cdot 0{,}01705/0{,}0171\right)^{0{,}356} \cong 0{,}233.$$

Таким образом, площадь S сечения, занятого жидкостью составляет 23,3 % от площади S_0 сечения нефтепровода, а объем $V_{п.}$ пустот находится следующим расчетом:

$$V_{п.} = (S_0 - S) \cdot 2000 = 0{,}767 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2 \big/ 4 \cdot 2000 \cong 318\,м^3.$$

44. Существующий режим перекачки характеризуется следующими параметрами:

$v_0 = 4Q \big/ \pi \cdot d^2 = 4 \cdot 1000 \big/ \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}516^2\right) \cong 1{,}329$ м/с,

$Re = v_0 d \big/ \nu = 1{,}329 \cdot 0{,}516 \big/ \left(8 \cdot 10^{-6}\right) \cong 85721$,

$\lambda_0 = 0{,}11 \cdot (\varepsilon + 68/Re)^{0{,}25} = 0{,}11 \cdot (0{,}2/516 + 68/85721)^{0{,}25} \cong 0{,}0204$,

$h_{A-C} = \lambda_0 \cdot L \big/ d \cdot {v_0}^2 \big/ 2g = 0{,}0204 \cdot 125000 \big/ 0{,}516 \cdot 1{,}329^2 \big/ 2 \cdot 9{,}81 \cong 445$ м.

Итак, располагаемый на перекачку напор составляет 445 м.

Пусть искомая вставка имеет длину x м, а новый расход составляет 1200 м^3/ч. Тогда скорости v_1 и v_2 течения нефти в основной магистрали и вставке будут соответственно равны:

$v_1 = 4 \cdot 1200 \big/ \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}516^2\right) \cong 1{,}595$ м/с,

$Re_1 = 102878$, $\lambda_1 \cong 0{,}0198$,

$v_2 = 4 \cdot 1200 \big/ \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}7^2\right) \cong 0{,}867$ м/с,

$Re_2 = 75863$, $\lambda_2 \cong 0{,}0201$.

На основе второго равенства (30) составляем уравнение:

$$445 = 0{,}0198 \cdot \frac{125000 - x}{0{,}516} \cdot \frac{1{,}595^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}0201 \cdot \frac{x}{0{,}7} \cdot \frac{0{,}867^2}{2 \cdot 9{,}81},$$

из которого находим: $x \cong 45655$ м или $\approx 45{,}7$ км.

45. Параметры существующего режима таковы:

$d = 0{,}313$ мм, $\varepsilon = 4{,}792 \cdot 10^{-4}$, $v \cong 1{,}084$ м/с,

$Re = 135717$, $\lambda \cong 0{,}11 \cdot \left(4{,}792 \cdot 10^{-4} + 68/135717\right)^{0{,}25} \cong 0{,}0195$,

$h_\tau = 0{,}0195 \cdot 120000 / 0{,}313 \cdot 1{,}084^2 / (2 \cdot 9{,}81) \cong 447{,}75$ м.

После реконструкции участка параметры режима должны стать:

$d = 0{,}313$ мм, $\varepsilon = 4{,}792 \cdot 10^{-4}$, $1{,}354$ м/с,

$Re = 169521, \lambda \cong 0{,}11 \cdot \left(4{,}792 \cdot 10^{-4} + 68/169521\right)^{0{,}25} \cong 0{,}0189$

на старой части участка трубопровода, и

$d = 0{,}363$ мм, $\varepsilon = 5{,}510 \cdot 10^{-4}$, $v \cong 1{,}007$ м/с,

$Re = 146222$, $\lambda \cong 0{,}11 \cdot \left(5{,}51 \cdot 10^{-4} + 68/146222\right)^{0{,}25} \cong 0{,}0196$ -

на новой части участка.

Обозначим длину вставки через x (м). Тогда имеет место уравнение:

$$447{,}75 = 0{,}0189 \cdot \frac{120000 - x}{0{,}313} \cdot \frac{1{,}354^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}0196 \frac{x}{0{,}363} \cdot \frac{1{,}007^2}{2 \cdot 9{,}81},$$

откуда находим: $x \cong 80420$ м или 80,42 км.

46. По определению, эквивалентные параметры $d_э, \lambda_э$ трубопровода вводятся согласно равенству

$$\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{2gd_1} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d_1^{\,2}}\right)^2 + \lambda_2 \cdot \frac{L_2}{2gd_2} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d_2^{\,2}}\right)^2 + \lambda_3 \cdot \frac{L_1}{2gd_3} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d_3^{\,2}}\right)^2 =$$

$$= \lambda_э \cdot \frac{L}{2gd_э} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d_э}\right)^2,$$

где $L = L_1 + L_2 + L_3$. Отсюда получаем:

$$\frac{\lambda_1 L_1}{d_1^{\ 5}}+\frac{\lambda_2 L_2}{d_2^{\ 5}}+\frac{\lambda_3 L_3}{d_3^{\ 5}}=\frac{\lambda_э L}{d_э^{\ 5}}.$$

Нетрудно проверить, что режим течения на всех участках трубопровода соответствует области квадратичного трения, то есть коэффициент λ гидравлического сопротивления зависит не от скорости течения жидкости, а от относительной шероховатости внутренней поверхности. Поэтому все λ, согласно формуле (27) Шифринсона, пропорциональны $d^{-0,25}$, откуда получаем:

$$\frac{L_1}{d_1^{\ 5,25}}+\frac{L_2}{d_2^{\ 5,25}}+\frac{L_3}{d_3^{\ 5,25}}=\frac{L}{d_э^{\ 5,25}}.$$

Далее находим эквивалентный диаметр $d_э$ трубопровода:

$$d_э=\left(\frac{L}{L_1/d_1^{\ 5,25}+L_2/d_2^{\ 5,25}+L_3/d_3^{\ 5,25}}\right)^{4/21}.$$

Подставляя в эту формулу исходные данные, находим: $d_э \cong 502$ мм.

47. Воспользуемся формулой (35):

$$d_э=700\cdot\left[1+(514/700)^{19/7}\right]^{7/19}\cong 799 \text{ мм.}$$

48. Сначала вычислим потери h_{1-2} напора на участке нефтепровода:

$$v=4Q/\pi d^2=4\cdot 2000/\left(3{,}14\cdot 0{,}8^2 3600\right)\cong 1{,}106 \text{ м/с},$$

$$Re=vd/\nu=1{,}106\cdot 0{,}8/\left(25\cdot 10^{-6}\right)=35392,$$

$$\lambda=0{,}3164/\sqrt[4]{35392}\cong 0{,}0231,$$

$$h_{1-2}=\lambda\cdot L/d\cdot u^2/2g=0{,}0231\cdot 120000/0{,}8\cdot 1{,}106^2/2\cdot 9{,}81\cong 216 \text{ м.}$$

Таким образом, располагаемый напор для обоих вариантов равен 216 м.

Новый расход перекачки должен составлять 2400 м^3/ч, что соответствует скоростям 1,327 м/с на участке без лупинга и 0,663 м/с в каждой из ветвей лупинга.

Вычисляем коэффициенты λ_0 и λ_1 гидравлического сопротивления на участке нефтепровода без лупинга и с лупингом, соответственно:

$$Re_0 = v_0 d/\nu = 1{,}327 \cdot 0{,}8/\left(25 \cdot 10^{-6}\right) = 42464,$$

$$\lambda_0 = 0{,}3164/\sqrt[4]{42464} \cong 0{,}0220,$$

$$Re_1 = 21232\,; \lambda_1 = 0{,}3164/\sqrt[4]{21232} \cong 0{,}0262.$$

Вычисляем гидравлические уклоны на этих участках:

$$i_0 = \lambda_0 \cdot 1/d \cdot v_0^2/2g = 0{,}022 \cdot 1{,}327^2/(0{,}8 \cdot 19{,}62) \cong 2{,}468 \cdot 10^{-3},$$

$$i_1 = \lambda_1 \cdot 1/d \cdot v_1^2/2g = 0{,}0262 \cdot 0{,}663^2/(0{,}8 \cdot 19{,}62) \cong \cdot 0{,}734 \cdot 10^{-3}.$$

Обозначив длину лупинга через x, составим следующее уравнение:

$$h_{1-2} = i_0 \cdot (L - x) + i_1 \cdot x\,;$$

$$216 = 2{,}468 \cdot 10^{-3}(120000 - x) + 0{,}734 \cdot 10^{-3} \cdot x,$$

откуда $x \cong 46228$ м.

49. Запишем уравнение Бернулли для сегментов участка *до* сечения подкачки и *после* этого сечения:

$$\left(z_н + \frac{p_н}{\rho g}\right) - \left(z_{от} + \frac{p_{от}}{\rho g}\right) = \lambda_1(Q)\frac{40000}{2gd} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2,$$

$$\left(z_{от} + \frac{p_{от}}{\rho g}\right) - \left(z_к + \frac{p_к}{\rho g}\right) = \lambda_2(Q+q)\frac{80000}{2gd} \cdot \left[\frac{4(Q+q)}{\pi d^2}\right]^2.$$

Сложив эти уравнения почленно, получим:

$$\left(z_н + \frac{p_н}{\rho g}\right) - \left(z_к + \frac{p_к}{\rho g}\right) = \lambda_1 v_1^2 \frac{40000}{2gd} + \lambda_2 v_2^2 \frac{80000}{2gd},$$

где индекс (1) относится к параметрам потока до сечения подкачки, а индекс (2) - к параметрам после него.

Далее находим:

$$v_1 = 4 \cdot 2000/\left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^2\right) \cong 1{,}106 \text{ м/с}, \; Re = 35392,$$

$$\lambda_1 = 0{,}0231;$$

$v_2 = 4 \cdot 2500 \big/ \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^2\right) \cong 1{,}382$ м/с, $Re = 44224$,

$\lambda_2 = 0{,}0218$.

Подставляя эти результаты в уравнение Бернулли, получаем:

$$\frac{p_н}{900 \cdot 9{,}81} = \frac{0{,}5 \cdot 10^6}{900 \cdot 9{,}81} + 0{,}0231 \cdot \frac{1{,}106^2 \cdot 40000}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8} + 0{,}0218 \cdot \frac{1{,}382^2 \cdot 80000}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8},$$

откуда находим: $p_н \cong 30{,}1$ МПа.

50. Запишем уравнение Бернулли для 3-х участков трубопровода, рис 2.4:

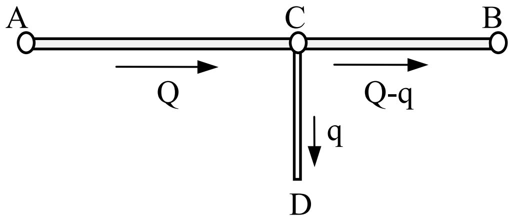


Рис. 2.4. К решению задачи № 50

$$\left(z_A + \frac{p_A}{\rho g}\right) - \left(z_C + \frac{p_C}{\rho g}\right) = \lambda(Q) \cdot \frac{AC}{2gd} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2,$$

$$\left(z_C + \frac{p_C}{\rho g}\right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\rho g}\right) = \lambda(Q-q) \cdot \frac{CB}{2gd} \cdot \left[\frac{4(Q-q)}{\pi d^2}\right]^2, \quad (*)$$

$$\left(z_C + \frac{p_C}{\rho g}\right) - \left(z_D + \frac{p_D}{\rho g}\right) = \lambda_0(q) \cdot \frac{CD}{2gd_0} \cdot \left(\frac{4q}{\pi {d_0}^2}\right)^2,$$

где $Q, q -$ расходы жидкости в начале основной магистрали и в отводе, соответственно; $\lambda(Q), \lambda(Q-q), \lambda_0(q) -$ коэффициенты гидравлического сопротивления в соответствующих трубопроводах. В этой системе из 3 уравнений 3 неизвестные величины: Q,q и p_C - давление в узле разветвления..

Будем решать систему уравнений (*) методом последовательных приближений.

Положим сначала $q = 0$. Тогда из исходной системы уравнений можно найти Q. Имеем:

$$\left(z_A + \frac{p_A}{\rho g}\right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\rho g}\right) = \lambda(Q) \cdot \frac{AB}{2gd} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2,$$

$$\left(25 + \frac{5{,}5 \cdot 10^6}{840 \cdot 9{,}81}\right) - \left(100 + \frac{0{,}3 \cdot 10^6}{840 \cdot 9{,}81}\right) = \lambda v^2 \cdot \frac{125000}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}514},$$

откуда находим: $\lambda v^2 \cong 0{,}04486$. Решая это уравнения итерациями, находим $v \cong 1{,}61$ м/с или $Q \cong 1200$ м^3/ч, $i \cong 4{,}45 \cdot 10^{-3}$. Теперь можно вычислить напор H_C в узле разветвления:

$$H_C = \left(z_A + \frac{p_A}{\rho g}\right) - i_{AC} \cdot AC = \left(25 + \frac{5{,}5 \cdot 10^6}{840 \cdot 9{,}81}\right) - 4{,}45 \cdot 80 \cong 336{,}4 \text{ м}.$$

Записав уравнение Бернулли для отвода CD, получим:

$$H_C - \left(z_D + \frac{p_D}{\rho g}\right) = \lambda_0 \frac{l_0}{d_0} \cdot \frac{{v_0}^2}{2g},$$

$$336{,}4 - \left(75 + \frac{0{,}2 \cdot 10^6}{840 \cdot 9{,}81}\right) = \lambda_0 v_0^2 \cdot \frac{4000}{0{,}146 \cdot 2 \cdot 9{,}81} \Rightarrow \lambda_0 {v_0}^2 \cong 0{,}1698.$$

Решив это уравнение так же, как и предыдущее, методом итераций, найдем: $v_0 \cong 2{,}84$ м/с или $q \cong 171$ м^3/ч. В трубопроводе $D = 530 \times 8$ мм этот расход дает изменение скорости течения на $4 \cdot 171 / (3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2) \cong 0{,}23$ м/с.

В качестве второго приближения положим $q \cong 171$ м^3/ч. Тогда из исходной системы уравнений (*) имеем:

$$\left(z_A + \frac{p_A}{\rho g}\right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\rho g}\right) = \lambda(v) \cdot v^2 \frac{AC}{2gd} \cdot + \lambda(v - 0{,}23) \cdot (v - 0{,}23)^2 \frac{CB}{2gd}^2$$

или

$$\left(25+\frac{5{,}5\cdot 10^6}{840\cdot 9{,}81}\right)-\left(100+\frac{0{,}3\cdot 10^6}{840\cdot 9{,}81}\right)=$$

$$=\lambda_{AC}v_{AC}{}^2\cdot\frac{80000}{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}514}+\lambda_{CB}v_{CB}{}^2\cdot\frac{45000}{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}514}\text{ или}$$

$$1{,}1215=16\cdot\lambda_{AC}v_{AC}{}^2+9\cdot\lambda_{CB}v_{CB}{}^2,$$

где $v_{CB}=v_{AC}-0{,}23$ м/с.

Решив это уравнение методом итераций, найдем второе приближение:

$v_{AC}{}^{(2)}\cong 1{,}675$ м/с, $\lambda_{AC}{}^{(2)}\cong 0{,}0173$, $i_{AC}{}^{(2)}\cong 4{,}813\cdot 10^{-3}$;

$v_{CB}{}^{(2)}\cong 1{,}445$ м/с, $\lambda_{CB}{}^{(2)}\cong 0{,}0176$, $i_{CB}{}^{(2)}\cong 3{,}644\cdot 10^{-3}$.

Теперь можно вычислить напор $H_C{}^{(2)}$ в узле разветвления:

$$H_C^{(2)}=\left(z_A+\frac{p_A}{\rho g}\right)-i_{AC}^{(2)}\cdot AC=\left(25+\frac{5{,}5\cdot 10^6}{840\cdot 9{,}81}\right)-4{,}813\cdot 80\cong 307{,}4\text{ м.}$$

Записав уравнение Бернулли для отвода CD, получим:

$$H_C^{(2)}-\left(z_D+\frac{p_D}{\rho g}\right)=\lambda_0^{(2)}\frac{l_0}{d_0}\cdot\frac{v_0^{(2)\,2}}{2g},$$

$$307{,}4-\left(75+\frac{0{,}2\cdot 10^6}{840\cdot 9{,}81}\right)=\lambda_0^{(2)}v_0^{(2)2}\cdot\frac{4000}{0{,}146\cdot 2\cdot 9{,}81}\Rightarrow$$

$$\lambda_0{}^{(2)}v_0{}^{(2)^2}\cong 0{,}1490.$$

Решив это уравнение так же, как и предыдущее, методом итераций, найдем: $v_0{}^{(2)}\cong 2{,}65$ м/с или $q\cong 160$ м^3/ч.

Попутно заметим, что первое приближение, в котором расход в отвод рассчитывался по распределению давления, существующему в трубопроводе с закрытым отводом, дало завышенное значение расхода на $(171-160)/160\times 100\cong 7\%$.

2.4. Гидравлические характеристики работы насосов и насосных станций

51. Сначала вычисляем суммы:

$$\sum_{i=1}^{5} Q_i^2 = 3{,}4375 \cdot 10^6\ ,\ \sum_{i=1}^{5} Q_i^4 = 3{,}8242 \cdot 10^{12}\ ,$$

$$\sum_{i=1}^{i=5} H_i = 1499\ ,\ \sum_{i=1}^{i=5} H_i Q_i^2 = 0{,}964 \cdot 10^9\ .$$

Затем подставляем значения вычисленных сумм в формулы (45) для аппроксимационных коэффициентов. В результате находим: $a \cong 331$, $b \cong 0{,}451 \cdot 10^{-4}$, так что $(Q - H)-$ характеристика насоса может быть представлена зависимостью $H = 331 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$. Сопоставляя полученный результат с таблицей 2, видим, что мы имеем дело с центробежным нефтяным насосом НМ 1250-260.

Аналогично вычисляем суммы:

$$\sum_{i=1}^{i=5} Q_i^3 = 3{,}516 \cdot 10^9\ ;\ \sum_{i=1}^{i=5} \eta_i Q_i = 2{,}77 \cdot 10^3\ ;\ \sum_{i=1}^{i=5} \eta_i Q_i^2 = 2{,}65 \cdot 10^6\ .$$

Подставляя найденные значения в аппроксимационные формулы (45), находим: $k \cong 1{,}62 \cdot 10^{-3}$, $k_1 \cong 0{,}81 \cdot 10^{-6}$, так что $(Q - \eta)-$ характеристика насоса НМ 1250-260 может быть представлена зависимостью $\eta = 1{,}62 \cdot 10^{-3} Q - 0{,}81 \cdot 10^{-6} Q^2$.

52. Решается аналогично предыдущей. Сначала вычисляем суммы:

$$\sum_{i=1}^{5} Q_i^2 = 0{,}316 \cdot 10^9\ ,\ \sum_{i=1}^{5} Q_i^3 = 3{,}544 \cdot 10^{12}\ ;\ \sum_{i=1}^{5} Q_i^4 = 44{,}08 \cdot 10^{15}\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{i=5} H_i = 1570\ ,\ \sum_{i=1}^{i=5} H_i Q_i^2 = 74{,}64 \cdot 10^9\ .$$

Затем подставляем значения вычисленных сумм в формулы (45) для аппроксимационных коэффициентов. В результате находим: $a \cong 378$, $b \cong 1{,}02 \cdot 10^{-6}$, так что $(Q - H)-$ характеристика насоса может быть представлена зависимостью $H = 378 - 1{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2$.

Аналогично вычисляем суммы:

$$\sum_{i=1}^{i=5} \eta_i Q_i = 26{,}06 \cdot 10^3; \ \sum_{i=1}^{i=5} \eta_i Q_i^{\ 2} = 254{,}2 \cdot 10^6 .$$

Подставляя найденные значения в аппроксимационные формулы (45), находим: $k \cong 0{,}181 \cdot 10^{-3}$, $k_1 \cong 0{,}88 \cdot 10^{-8}$, так что $(Q - \eta)-$ характеристика насоса может быть представлена зависимостью $\eta = 0{,}181 \cdot 10^{-3} Q - 0{,}88 \cdot 10^{-8} Q^2$.

53. Гидравлическая $(Q - H)-$ характеристика насоса НМ 2500-230, рассчитанного на подачу 1800 м^3/ч, согласно таблице 2, имеет вид $H = 251 - 0{,}812 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2$, где Q измеряется в м^3/ч. Развиваемый насосом напор H представляется в следующем виде:

$$H = \frac{p_н - p_в}{\rho g} = \frac{20 \cdot 98100}{880 \cdot 9{,}81} \cong 227{,}3 \text{ м}.$$

Составляя и решая уравнение $227{,}3 = 251 - 0{,}812 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2$, находим: $Q \cong 1708$ м^3/ч.

54. Согласно таблице 2, характеристика данного насоса имеет вид: $H = 331 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$. Отсюда получаем:

$$p_н - p_в = \rho g \cdot \left(331 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} Q^2\right),$$

где Q измеряется в м^3/ч. Подставляя сюда исходные данные, имеем: $p_н = 0{,}3 \cdot 10^6 + 840 \cdot 9{,}81 \cdot \left(331 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot 900^2\right)$. Выполнив вычисления, получим: $p_н \cong 2{,}73$ МПа.

55. Согласно формуле (46), имеем:

$$H = (331 + 301) - (0{,}451 + 0{,}387) \cdot 10^{-4} Q^2 = 632 - 0{,}838 \cdot Q^2.$$

56. Последовательно соединенные насосы имеют одинаковую подачу, а развиваемые ими напоры суммируются. Отсюда имеем уравнение $420/2 = 272 - 0{,}260 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2$, из которого находим: $Q \cong 4883$ м^3/ч.

57. Обозначим подачи первого и второго насосов через q_1 и q_2, соответственно. Тогда $H_1 = 331 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot {q_1}^2$ и $H_2 = 301 - 0{,}387 \cdot 10^{-4} \cdot {q_2}^2$. Поскольку при параллельном соединении насосов $H_1 = H_2 = H$, а $q_1 + q_2 = Q$, имеем:

$$\sqrt{\frac{H - 331}{0{,}451 \cdot 10^{-4}}} + \sqrt{\frac{H - 301}{0{,}387 \cdot 10^{-4}}} = Q\,.$$

Это и есть характеристика системы двух параллельно соединенных насосов.

58. При параллельном соединении насосов развиваемый ими напор одинаков, а подачи суммируются, поэтому имеем:

$$240 = 270 - 0{,}465 \cdot 10^{-4} \cdot {q_1}^2 \;\Rightarrow\; q_1 \cong 803 \quad \text{м}^3/\text{ч};$$

$$240 = 260 - 0{,}430 \cdot 10^{-4} \cdot {q_2}^2 \;\Rightarrow\; q_2 \cong 682 \quad \text{м}^3/\text{ч};$$

$$Q = q_1 + q_2 = 803 + 682 = 1485 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

59. При параллельном соединении насосов общая подача Q складывается из подач q_1 и q_2 отдельных насосов, а напоры, развиваемые насосами, одинаковы:

$$H = 330 - 0{,}415 \cdot 10^{-4} \cdot {q_1}^2 = 280 - 0{,}315 \cdot 10^{-4} \cdot {q_2}^2\,.$$

Поскольку $q_2 = Q - q_1 = 2000 - q_1$, получаем квадратное уравнение

$$330 - 0{,}415 \cdot 10^{-4} \cdot {q_1}^2 = 280 - 0{,}315 \cdot 10^{-4} \cdot (2000 - q_1)^2$$

для определения подачи q_1 первого насоса. Далее имеем:

$$0{,}1 \cdot {q_1}^2 + 1260 \cdot q_1 - 1760000 = 0$$

или

$${q_1}^2 + 12600 \cdot q_1 - 17600000 = 0\,,$$

откуда находим: $q_1 \cong 1269$ м^3/ч. После этого вычисляем подачу второго насоса: $q_2 = 2000 - 1269 = 731$ м^3/ч.

Напор, развиваемый системой насосов, можно найти, подставив либо q_1 в выражение характеристики 1-го насоса, либо q_2 – в характеристику 2-го насоса. Имеем:

$$H = 330 - 0{,}415 \cdot 10^{-4} \cdot 1269^2 \cong 263{,}2 \text{ м}.$$

60. Решается аналогично предыдущей задаче. Обозначая подачи насосов соответственно через q_1 и $q_2 = 8000 - q_1$, получаем уравнение:

$$272 - 0{,}260 \cdot 10^{-5} \cdot q_1^{\,2} = 250 - 0{,}203 \cdot 10^{-5} \cdot (8000 - q_1)^2$$

для определения подачи q_1 первого насоса. Преобразуя это уравнение, получаем:

$$0{,}057 \cdot q_1^{\,2} + 3248 \cdot q_1 - 15192000 = 0,$$

откуда находим: $q_1 \cong 4346$ м^3/ч. После этого вычисляем подачу второго насоса: $q_2 = 8000 - 4346 = 3654$ м^3/ч.

Напор, развиваемый системой насосов, можно найти, подставив либо q_1 в выражение характеристики 1-го насоса, либо q_2 – в характеристику 2-го насоса. Имеем:

$$H = 272 - 0{,}260 \cdot 10^{-5} \cdot 4346^2 \cong 222{,}9 \text{ м}.$$

61. Суммарная мощность двух насосов, соединенных последовательно, определяется равенствами:

$$\begin{cases} \dfrac{\rho g H Q}{\eta} = \dfrac{\rho g H_1 q_1}{\eta_1} + \dfrac{\rho g H_2 q_2}{\eta_2}, \\ H = H_1 + H_2, \ q_1 = q_2 = Q. \end{cases}$$

Отсюда находим:

$$\eta = \frac{H_1 + H_2}{H_1/\eta_1 + H_2/\eta_2}.$$

При $Q=1800$ м^3/ч развиваемые насосами напоры H_1 и H_2 рассчитываются по характеристикам:

$$H_1 = 273 - 0{,}125\cdot 10^{-4}\cdot 1800^2 \cong 232{,}5 \text{ м},$$

$$H_2 = 251 - 0{,}812\cdot 10^{-5}\cdot 1800^2 \cong 224{,}7 .$$

Отсюда имеем:

$$\eta = \frac{232{,}5 + 224{,}7}{232{,}5/0{,}78 + 224{,}7/0{,}83} \cong 0{,}80 .$$

62. Суммарная мощность двух насосов, соединенных параллельно, определяется равенствами:

$$\begin{cases} \dfrac{\rho g H Q}{\eta} = \dfrac{\rho g H_1 q_1}{\eta_1} + \dfrac{\rho g H_2 q_2}{\eta_2}, \\ H_1 = H_2 = H,\ q_1 + q_2 = Q. \end{cases}$$

Отсюда находим:

$$\eta = \frac{Q}{q_1/\eta_1 + q_2/\eta_2} = \frac{Q}{q_1/\eta_1 + (Q - q_1)/\eta_2} .$$

Для определения заранее неизвестных подач q_1 и q_2 каждого из насосов системы, составляем квадратное уравнение:

$$245 - 0{,}16\cdot 10^{-4}\cdot {q_1}^2 = 295 - 0{,}363\cdot 10^{-4}\cdot (Q - q_1)^2 .$$

После упрощений имеем:

$${q_1}^2 - 6437 q_1 + 3330000 = 0 .$$

Отсюда находим два значения: $(q_1)_1 \cong 567{,}5$ и $(q_1)_2 \cong 5869{,}5$. Поскольку, однако, $q_1 \le Q = 1800$ м^3/ч, то следует взять только первый корень уравнения, то есть $q_1 = 567{,}5$ м^3/ч.

Теперь можно вычислить суммарный коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{1800}{567{,}5/0{,}72 + (1800 - 567{,}5)/0{,}8} \cong 0{,}733\,.$$

63. Гидравлическую $(Q - H)-$ характеристику насоса НМ 3600-230 с подачей на 1800 м^3/ч и диаметром рабочего колеса 450 мм находим в таблице 2:

$$H = 273 - 0{,}125 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2\,.$$

Затем находим напор, развиваемый насосом:

$$H = 273 - 0{,}125 \cdot 10^{-4} \cdot 1650^2 \cong 239 \text{ м}.$$

Наконец, согласно (42) вычисляем мощность на валу насоса:

$$N_{в} = \frac{\rho g Q H}{\eta_{в}} = \frac{890 \cdot 9{,}81 \cdot (1650/3600) \cdot 239}{0{,}80} \cong 1195{,}5 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

64. Сначала определяем напор, развиваемый насосом:

$$H = 295 - 0{,}363 \cdot 10^{-4} \cdot 900^2 \cong 265{,}6 \text{ м}.$$

Согласно формуле (43) имеем:

$$N_{ну} = \frac{N_{в}}{\eta_{пр}} = \frac{\rho g Q H}{\eta_{н} \cdot \eta_{пр}} = \frac{840 \cdot 9{,}81 \cdot (900/3600) \cdot 265{,}6}{0{,}82 \cdot 0{,}95} \cong 702{,}4 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

или 702,4 кВт.

65. При подаче 400 м^3/ч напоры и коэффициенты полезного действия насосов таковы:

НМ 360-460: $H \cong 441{,}3$ м, $\eta = 0{,}8112$;

НМ 500-300: $H \cong 343{,}2$ м, $\eta = 0{,}7872$.

Таким образом, по напору к условиям перекачки лучше подходит второй насос, но у него при заданной подаче относительно низкий коэффициент полезного действия. У первого насоса этот коэффициент значительно выше, но он дает излишек напора, который придется дросселировать более чем на 115 м. Поэтому оба насоса, строго говоря, не подходят к условиям перекачки.

Выберем, однако, из двух насосов лучший. Для этого вычислим мощности на валу насосов. Согласно (42), для первого насоса эта мощность составляет:

$$N_1 = \frac{\rho g Q H_1}{\eta_1(Q)} = \frac{\rho g \cdot (400/3600) \cdot 441{,}3}{0{,}8112},$$

для второго:

$$N_2 = \frac{\rho g Q H_2}{\eta_2(Q)} = \frac{\rho g \cdot (400/3600) \cdot 343{,}2}{0{,}7872}.$$

Составив отношение N_1/N_2, получим:

$\dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{441{,}3/0{,}8112}{343{,}2/0{,}7872} \cong 1{,}25$, то есть $N_1 > N_2$.

Следовательно, второй насос НМ 500-300 в данном случае более экономичен, чем первый - НМ 360-460.

66. В общем случае гидравлическая характеристика насоса с диаметром D_0 рабочего колеса, определяемая функцией $H = F(Q)$, при замене этого колеса на рабочее колесо с другим диаметром $D'_к$ изменяется и приобретает вид $H = (D'_к/D_0)^2 \cdot F(D_0/D'_к \cdot Q)$. В частном случае, когда гидравлическая характеристика насоса определяется квадратичной зависимостью вида $H = a - b \cdot Q^2$, измененная форма характеристики имеет вид: $H = a \cdot (D'_к/D_0)^2 - b \cdot Q^2$ - см. формулу (48). Поэтому имеем:

$$H = 331 \cdot (418/441)^2 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$$

или $H = 299 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$.

67. Аналогично решению предыдущей задачи имеем:

$$273 \cdot (D'_к/450)^2 - 0{,}125 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 = 273 - 25 - 0{,}125 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2.$$

откуда находим: $D'_к \cong 428{,}9$ мм. Это означает, что рабочее колесо насоса следует обточить примерно на 21 мм.

68. Согласно второй из формул (48) имеем:

$$1)\ H = 280 \cdot \left(\frac{2900}{3200}\right)^2 - 0{,}795 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \cong 230 - 0{,}795 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2,$$

$$2)\ H = 280 \cdot \left(\frac{2600}{3200}\right)^2 - 0{,}795 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \cong 185 - 0{,}795 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2.$$

69. В общем случае гидравлическая характеристика насоса с частотой ω_0 вращения рабочего колеса, определяемая функцией $H = F(Q)$, при изменении частоты вращения вала на другую частоту ω' изменяется и приобретает вид $H = (\omega'/\omega_0)^2 \cdot F(\omega_0/\omega' \cdot Q)$. Поэтому имеем:

$$1)\ H = 280 \cdot \left(\frac{2900}{3200}\right)^2 - 0{,}775 \cdot 10^{-2} \cdot \left(Q \cdot \frac{3200}{2900}\right)^{1{,}75} \text{ или}$$

$$H = 230 - 0{,}756 \cdot 10^{-2} \cdot Q^{1{,}75};$$

$$2)\ H = 280 \cdot \left(\frac{2600}{3200}\right)^2 - 0{,}775 \cdot 10^{-2} \cdot \left(Q \cdot \frac{3200}{2600}\right)^{1{,}75} \text{ или}$$

$$H = 185 - 0{,}736 \cdot 10^{-2} \cdot Q^{1{,}75}.$$

70. Используя формулу (48), можно составить уравнение:

$$280 \cdot \left(\frac{\omega}{3200}\right)^2 - 0{,}795 \cdot 10^{-4} \cdot 1000^2 = 220.$$

Решив уравнение, найдем: $\omega \cong 3310$ об/мин., то есть число оборотов нужно увеличить примерно на 110.

2.5. Совместная работа нефтеперекачивающих станций и трубопровода

71. Запишем уравнение баланса напоров ($49'$):

$$[z_н + h_п + F(Q)] - [z_к + h_к] = h_{н-к} = \lambda(Re, \varepsilon) \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Подставляя в него исходные данные, получаем:

$$\left[50+30+2\cdot\left(331-0{,}451\cdot10^{-4}\cdot Q^2\right)\right]-\left[100+\frac{0{,}3\cdot10^6}{830\cdot9{,}81}\right]=$$

$$=\lambda\cdot\frac{120000}{0{,}514}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81}.$$

Если при этом учесть, что Q (м^3/ч) $=3600\cdot v\cdot\left(\pi\cdot0{,}514^2/4\right)$, где $v-$ в м/с, то полученное уравнение можно представить в виде:

$$605{,}2=v^2\cdot\left(11899{,}2\cdot\lambda+50{,}3\right).$$

Уравнение решаем методом последовательных приближений (итераций). Сначала полагаем $\lambda^{(1)}=0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v=1{,}449$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re=1{,}449\cdot0{,}514/\left(9\cdot10^{-6}\right)=82754;$$

$$\lambda=0{,}11\cdot(0{,}2/514+68/82754)^{0{,}25}\cong0{,}0205>0{,}02.$$

Можно было бы ограничиться этим приближением, но можно найти и более точный результат. В качестве второго приближения принимаем $\lambda^{(2)}=0{,}0205$. Тогда из уравнения находим: $v=1{,}434$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re=1{,}434\cdot0{,}514/\left(9\cdot10^{-6}\right)\cong81897;$$

$$\lambda=0{,}11\cdot(0{,}2/514+68/81897)^{0{,}25}\cong0{,}0206\approx\lambda^{(2)}=0{,}0205.$$

Таким образом, $v\cong1{,}434$ м/с или $Q\cong1071$ м^3/ч.

Давление $p_н$ в начале трубопровода находим по формуле:

$$p_н=\rho g\cdot[h_п+F(Q)]=830\cdot9{,}81\cdot\left[30+2\cdot\left(331-0{,}451\cdot10^{-4}\cdot1071^2\right)\right]=$$

$$\cong4{,}79\cdot10^6 \text{ Па или } 4{,}79 \text{ МПа}.$$

72. Составим уравнение баланса напоров ($49'$):

$$\left[0 + h_н + 2\cdot\left(365 - 0{,}797\cdot 10^{-3}\cdot Q^2\right)\right] - \left[0 + h_к\right] = \lambda\cdot\frac{140000}{0{,}311}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}.$$

Учитывая, что Q (м^3/ч) $= 3600\cdot v\cdot\left(\pi\cdot 0{,}311^2/4\right)$, где v – в м/с, и что $h_н = h_к$, полученное уравнение можно представить виде:

$730 = v^2\left(22944\cdot\lambda + 119\right)$.

Это уравнение решаем методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v = 1{,}124$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$Re = 1{,}124\cdot 0{,}311/\left(5\cdot 10^{-6}\right) = 69913$,

$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}1/311 + 68/69913)^{0{,}25} \cong 0{,}0209 > 0{,}02$.

В качестве второго приближения принимаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0209$. Тогда из уравнения находим: $v = 1{,}104$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$Re = 1{,}104\cdot 0{,}311/\left(5\cdot 10^{-6}\right) \cong 68669$;

$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}1/311 + 68/68669)^{0{,}25} \cong 0{,}0209 \approx \lambda^{(2)}$.

Таким образом, $v \cong 1{,}104$ м/с или $Q \cong 301{,}8$ м^3/ч.

Если один из насосов отключить, то уравнение баланса напоров примет вид:

$365 = v^2\left(22944\cdot\lambda + 59{,}5\right)$.

Решив его аналогично предыдущему уравнению, получим: $v \cong 0{,}799$ м/с, $Q = 0{,}799\cdot 3{,}14\cdot 0{,}311^2/4\cdot 3600 \cong 218{,}4$ м^3/ч.

Таким образом, при отключении одного из насосов расход перекачки уменьшится с 301,8 до 218,4 м^3/ч.

73. Составим уравнение баланса напоров ($49'$):

$$\left[75+40+2\cdot\left(285-0{,}644\cdot10^{-5}\cdot Q^2\right)\right]-[140+30]=\lambda\cdot\frac{125000}{0{,}800}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81}.$$

Учитывая, что Q (м³/ч) $=3600\cdot v\cdot\left(\pi\cdot0{,}311^2/4\right)$, где $v-$ в м/с, полученное уравнение можно представить в виде:

$$515=v^2\left(7964\cdot\lambda+42{,}1\right).$$

Это уравнение решаем методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)}=0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v=1{,}599$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re=1{,}599\cdot0{,}8/\left(9\cdot10^{-6}\right)=142133,$$

$$\lambda=0{,}11\cdot(0{,}2/800+68/142133)^{0,25}\cong0{,}0181<0{,}02.$$

В качестве второго приближения принимаем $\lambda^{(2)}=0{,}0181$. Тогда из уравнения находим: $v=1{,}663$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re=1{,}663\cdot0{,}800/\left(9\cdot10^{-6}\right)\cong147822;$$

$$\lambda=0{,}11\cdot(0{,}2/800+68/147822)^{0,25}\cong0{,}0180\approx\lambda^{(2)}.$$

Таким образом, $v\cong1{,}663$ м/с или $Q\cong3008$ м³/ч.

74. Если $Q-$ расход перекачки, то подача каждого из одинаковых насосов, соединенных параллельно, составляет $Q/2$, поэтому характеристика системы двух параллельно включенных насосов имеет вид:

$$H=280-0{,}253\cdot10^{-3}\cdot(Q/2)^2=280-0{,}0635\cdot10^{-3}\cdot Q^2.$$

Составляем уравнение баланса напоров:

$$\left[25+40+280-0{,}0635\cdot10^{-3}Q^2\right]-\left[117+\frac{0{,}22\cdot10^6}{735\cdot9{,}81}\right]=\lambda\cdot\frac{130000}{0{,}516}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81}.$$

Будучи преобразованным, это уравнение имеет вид:

$$197{,}5=v^2\cdot\left(12841\cdot\lambda+36\right).$$

Как и в предыдущих задачах, решаем уравнение методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v = 0{,}821$ м/с. Проверяем, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re = 0{,}821 \cdot 0{,}516 \Big/ \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) = 706060;$$

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}15/516 + 68/706060)^{0{,}25} \cong 0{,}0154 < 0{,}02.$$

В качестве второй итерации принимаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0154$. Тогда из уравнения находим: $v = 0{,}919$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re = 0{,}919 \cdot 0{,}516 \Big/ \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) \cong 790340;$$

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}15/516 + 68/790340)^{0{,}25} \cong 0{,}0153 \approx \lambda^{(2)} = 0{,}0154.$$

Таким образом, $v \cong 0{,}919$ м/с или $Q \cong 691{,}5$ м^3/ч.

75. Уравнение баланса напоров имеет вид:

$$\left[80 + 70 + \left(251 - 0{,}812 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2\right) + \left(273 - 0{,}125 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2\right) - 0{,}15 \cdot 10^{-4} Q^2\right] -$$

$$-[120 + 40] = 1{,}02 \cdot \lambda \cdot \frac{150000}{0{,}800} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot 9{,}81}.$$

После упрощений это уравнение можно представить следующим образом: $514 = v^2 \cdot \left(9748 \cdot \lambda + 116{,}6\right)$.

Уравнение решаем методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v = 1{,}284$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re = 1{,}284 \cdot 0{,}8 \Big/ \left(25 \cdot 10^{-6}\right) = 41088,$$

$$\lambda = 0{,}3164 \Big/ \sqrt[4]{41088} \cong 0{,}0222 > \lambda^{(1)} = 0{,}02.$$

В качестве второго приближения принимаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0222$. Тогда из уравнения находим: $v = 1{,}242$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$$Re = 1{,}242 \cdot 0{,}8 \Big/ \left(25 \cdot 10^{-6}\right) = 39744;$$

$\lambda = 0{,}3164 \big/ \sqrt[4]{39744} \cong 0{,}0224 \approx \lambda^{(2)} = 0{,}0222$.

Итак, $v = 1{,}242$ м/с, что эквивалентно $Q \cong 2246$ м^3/ч.

76. Предположим сначала, что самотечных участков в трубопроводе нет (хотя сечение $x = 80$ км имеет довольно высокую геодезическую отметку). Тогда уравнение баланса напоров дает:

$$\left[50 + 40 + \left(331 - 0{,}451 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2\right)\right] - [40 + 30] = \lambda \cdot \frac{120000}{0{,}514} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot 9{,}81}.$$

После упрощений ($Q = v \cdot 3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2 \big/ 4$) получаем уравнение $351 = v^2 \cdot \left(11899 \cdot \lambda + 25{,}1\right)$, которое решаем методом итераций.

Сначала выбираем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$ и находим скорость $v^{(1)}$ в первом приближении: 1,155 м/с. Затем проверяем правильность сделанного выбора:

$Re = 1{,}155 \cdot 0{,}514 \big/ \left(3 \cdot 10^{-6}\right) \cong 197890$;

$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}15/514 + 68/197890)^{0{,}25} \cong 0{,}0175 < 0{,}02$.

В качестве второго приближения полагаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0175$.

Находим скорость перекачки: $v^{(2)} \cong 1{,}226$ м/с и проверяем правильность сделанного выбора:

$Re = 1{,}226 \cdot 0{,}514 \big/ \left(3 \cdot 10^{-6}\right) \cong 210055$;

$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}15/514 + 68/210055)^{0{,}25} \cong 0{,}0173 \approx 0{,}0175$.

Итак, $v \cong 1{,}226$ м/с. Рассчитываем гидравлический уклон: $i = 0{,}0173 \cdot 1/0{,}514 \cdot 1{,}226^2 \big/ (2 \cdot 9{,}81) \cong 2{,}578 \cdot 10^{-3}$. Это означает, что если бы в трубопроводе не было самотечных участков, то напор уменьшался бы на 2,578 м каждый километр протяженности трубопровода.

Определим, какой напор будет в наивысшей точке профиля трубопровода, то есть в сечении $x = 80$ км. Имеем:

$H_{80} = H_{120} + i \cdot 40 = 40 + 30 + 2{,}578 \cdot 40 = 173{,}12$ м.

Выясняется, что это значение меньше высотной отметки $z = 200$ м исследуемого сечения, следовательно, исходное предположение об отсутствии в трубопроводе самотечного участка неверно. В сечении $x = 80$ км находится перевальная точка и начинается самотечный участок. Следовательно, расчетная длина трубопровода равна не 120, а 80 км.

Составляем новое уравнение баланса напоров:

$$\left[50+40+\left(331-0{,}451\cdot 10^{-4}\cdot Q^2\right)\right]-\left[200+\frac{15000}{820\cdot 9{,}81}\right]=\lambda\cdot\frac{80000}{0{,}514}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}.$$

в котором учитываем расчетную длину трубопровода и упругость насыщенных паров керосина. После упрощений получаем:

$$219{,}1 = v^2\cdot\left(7933\cdot\lambda + 25{,}1\right).$$

Решив новое уравнение так же, как и предыдущее, методом итераций, получим $v = 1{,}157$ м/с. Это означает, что расход перекачки составляет ≈ 864 м^3/ч.

77. Запишем уравнение баланса напоров:

$$\left[40+2\cdot\left(565-0{,}797\cdot 10^{-3}\cdot Q^2\right)\right]-20=\lambda\cdot\frac{114000}{0{,}311}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}.$$

После упрощений это уравнение принимает вид:

$$1150 = v^2\cdot\left(18683\cdot\lambda + 119{,}1\right).$$

Уравнение решаем методом итераций. Сначала выбираем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$ и находим скорость $v^{(1)}$ в первом приближении: 1,528 м/с. Затем проверяем правильность сделанного выбора:

$$Re = 1{,}528\cdot 0{,}311\big/\left(3\cdot 10^{-6}\right)\cong 158403;$$

$$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}15/311+68/158403)^{0{,}25}\cong 0{,}0191 < 0{,}02.$$

В качестве второго приближения полагаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0191$.

Находим скорость перекачки: $v^{(2)} \cong 1{,}554$ м/с и проверяем правильность сделанного выбора:

$Re = 1{,}554 \cdot 0{,}311 \Big/ \left(3 \cdot 10^{-6}\right) \cong 161098$;

$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}15/311 + 68/161098)^{0{,}25} \cong 0{,}0191$.

Итак, $v \cong 1{,}554$ м/с ($Q \cong 425$ м^3/ч).

Если проложить лупинг ($D_л = 325 \times 7$ мм, $\Delta = 0{,}15$ мм, $L_л = x$ км), то расход в неразветвленной части трубопровода должен составить $1{,}2 \cdot 425 = 510$ м^3/ч ($v \cong 1{,}866$ м/с), а в каждой из ветвей лупинга - по 255 м^3/ч ($v \cong 0{,}933$ м/с). Отсюда можно рассчитать коэффициенты λ_1 и λ_2 гидравлического сопротивления в неразветвленной и разветвленной частях трубопровода, соответственно:

$Re_1 = 1{,}866 \cdot 0{,}311 \Big/ \left(3 \cdot 10^{-6}\right) = 193442$, $\lambda_1 = 0{,}0187$;

$Re_2 = 0{,}933 \cdot 0{,}311 \Big/ \left(3 \cdot 10^{-6}\right) = 96721$, $\lambda_1 = 0{,}0204$.

Уравнение баланса напоров дает:

$$\left[40 + 2 \cdot \left(565 - 0{,}797 \cdot 10^{-3} \cdot 510^2\right)\right] - 20 =$$

$$= \lambda_1 \cdot \frac{(114 - x) \cdot 10^3}{0{,}311} \cdot \frac{1{,}866^2}{2 \cdot 9{,}81} + \lambda_2 \cdot \frac{x \cdot 10^3}{0{,}311} \cdot \frac{0{,}933^2}{2 \cdot 9{,}81}$$

или после упрощения: $735{,}4 = 10{,}67 \cdot (114 - x) + 2{,}91 \cdot x$.

Отсюда находим: $x = 61{,}98$ км.

78. Пусть расход q в отводе составляет 120 м^3/ч. Тогда должно выполняться уравнение материального баланса жидкости:

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot v_1 - \frac{\pi d^2}{4} \cdot v_2 = \frac{q}{3600} \text{ или}$$

$$v_1 - v_2 = \frac{4 \cdot 120}{3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}514^2} \cong 0{,}1607 \text{ м/с.}$$

Здесь v_1 – скорость бензина в трубопроводе *до* точки подключения отвода; v_2 – скорость бензина *после* этой точки.

Составим уравнение баланса напоров для участка трубопровода:

$$\left[20+30+2\cdot\left(331-0{,}451\cdot 10^{-4}\cdot Q^2\right)\right]-\left[60+30\right]=$$

$$=\lambda_1\cdot\frac{80000}{0{,}514}\cdot\frac{v_1^{\,2}}{2\cdot 9{,}81}+\lambda_2\cdot\frac{45000}{0{,}514}\cdot\frac{v_2^{\,2}}{2\cdot 9{,}81}.$$

После упрощений получаем:

$$622-50{,}3\cdot v_1^{\,2}\cong 7933\cdot\lambda_1 v_1^{\,2}+4462\cdot\lambda_2 v_2^{\,2}.$$

Если подставить сюда выражение v_2 через v_1 согласно уравнению $v_2=v_1-0{,}1607$, то получим уравнение относительно v_1, близкое к квадратному:

$$v_1^2\cdot\left(7933\cdot\lambda_1+4462\cdot\lambda_2+50{,}3\right)-1434\cdot\lambda_2\cdot v_1+\left(115\cdot\lambda_2-622\right)=0.$$

Поскольку бензин имеет относительно небольшую вязкость, то числа Рейнольдса перекачки весьма велики, поэтому естественно предположить, что течение жидкости происходит в режиме *квадратичного трения*, то есть коэффициенты λ_1 и λ_2 гидравлического сопротивления определяются исключительно шероховатостью внутренней поверхности трубопровода, см. формулу Шифринсона (27):

$$\lambda_1=\lambda_2=0{,}11\cdot(0{,}15/514)^{0{,}25}\cong 0{,}0144.$$

Полагая $\lambda_1=\lambda_2=0{,}015$, получаем квадратное уравнение $236{,}2\cdot v_1^{\,2}-21{,}5\cdot v_1-620{,}3=0$, из которого находим: $v_1\cong 1{,}667$ м/с. Следовательно, $v_2=1{,}667-0{,}1607=1{,}506$ м/с. Проверяем правильность выбора λ:

$$Re_1=1{,}667\cdot 0{,}514\Big/\left(0{,}6\cdot 10^{-6}\right)\cong 1428063,$$

$$Re_2=1{,}506\cdot 0{,}514\Big/\left(0{,}6\cdot 10^{-6}\right)\cong 1290140,$$

$$\lambda_1=0{,}11(0{,}15/514+68/1428063)^{0{,}25}\cong 0{,}0149,$$

$$\lambda_2=0{,}11(0{,}15/514+68/1290140)^{0{,}25}\cong 0{,}0150,$$

то есть эти значения весьма близки к выбранному значению $0{,}015$.

Найдем теперь напор H_{80} в сечении $x_0 = 80$ км подключения отвода. Для этого определим сначала гидравлический уклон i на участке *после* отвода:

$$i = 0{,}015 \cdot \frac{1}{0{,}514} \cdot \frac{1{,}506^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 3{,}337 \cdot 10^{-3} \text{ (3,373 м/км).}$$

Затем находим напор H_{80}:

$$H_{80} = H_{125} + i \cdot 45 = 60 + 30 + 3{,}373 \cdot 45 \cong 241{,}8 \text{ м.}$$

Теперь стали известны напоры в начале (241,8 м) и в конце (10 + 30=40 м) отвода.

Для выбора минимально необходимого диаметра d_0 отвода составляем уравнение баланса напоров для отвода:

$$241{,}8 - 40 = \lambda_0 \cdot 6000 / d_0 \cdot v_0^{\,2} / (2 \cdot 9{,}81),$$

где $v_0 = 4q / \left(\pi d_0^{\,2}\right) = 4 \cdot 120 / \left(3{,}14 \cdot 3600 \cdot d_0^{\,2}\right) -$ скорость течения бензина в отводе. Получаем уравнение:

$$\frac{\lambda_0}{d_0^{\,5}} = 18{,}685,$$

которое решаем методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}015$. Тогда находим: $d_0 = 0{,}240$ м. Ближайший из существующих типоразмеров трубопровода - $D = 273 \times 6$ мм, внутренний диаметр d_0 которого равен 261 мм. Проверяем правильность выбора λ:

$$v = 4q / \pi d_0^{\,2} = 4 \cdot 120 / \left(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}261^2\right) \cong 0{,}623 \text{ м/с},$$

$$Re = 0{,}623 \cdot 0{,}261 / \left(0{,}6 \cdot 10^{-6}\right) \cong 271005,$$

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (0{,}15/261 + 68/271005)^{0{,}25} \cong 0{,}0186.$$

Далее полагаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0186$. Тогда $d_0{}^{(2)} = 0{,}251$ м, то есть диаметр $d_0 = 261$ мм удовлетворяет и этому условию. Итак, $D = 273 \times 6$ мм.

79. Уравнения баланса напоров для первого и второго участков трубопровода, соответственно, имеют вид:

$$\left[130 + 60 + 2\cdot\left(251 - 0{,}812\cdot 10^{-5}\cdot Q^2\right)\right] - \left[200 + h_{п2}\right] = \lambda\cdot\frac{10^5}{0{,}7}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81},$$

$$\left[200 + h_{п2} + 2\cdot\left(273 - 0{,}125\cdot 10^{-4}\cdot Q^2\right)\right] - \left[100 + 30\right] = \lambda\cdot\frac{1{,}5\cdot 10^5}{0{,}7}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}.$$

.

Здесь учтено, что вследствие неизменности диаметра трубопровода при переходе от одного участка к другому, скорость перекачки и коэффициенты гидравлического сопротивления на обоих участках одинаковы; $h_{п2}$ − подпор промежуточной станции, заранее неизвестный и подлежащий определению.

Сложив почленно исходные уравнения, получим:

$1108 - 4{,}124\cdot 10^{-5}\cdot Q^2 \cong 18203\cdot\lambda v^2$ или

$1108 = v^2\cdot\left(18203\cdot\lambda + 79{,}1\right)$.

Это уравнение решаем методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v^{(1)} = 1{,}581$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$Re = 1{,}581\cdot 0{,}7/\left(25\cdot 10^{-6}\right) = 44268$,

$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}2/700 + 68/44268)^{0{,}25} \cong 0{,}0227 > 0{,}02$.

В качестве второго приближения принимаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0227$. Тогда из уравнения находим: $v = 1{,}500$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$Re = 1{,}5\cdot 0{,}7/\left(25\cdot 10^{-6}\right) = 42000$;

$\lambda = 0{,}11\cdot(0{,}2/700 + 68/42000)^{0{,}25} \cong 0{,}0230 > 0{,}0227$.

В качестве третьего приближения принимаем $\lambda^{(3)} = 0{,}0230$. Тогда $v^{(3)} \cong 1{,}492$ м/с или $Q \cong 2066$ м^3/ч.

Из первого уравнения баланса напоров вычисляем подпор $h_{п2}$ промежуточной станции. Имеем:

$$\left[130+60+2\cdot\left(251-0{,}812\cdot10^{-5}\cdot2066^2\right)\right]-\left[200+h_{п2}\right]=0{,}023\cdot\frac{10^5}{0{,}7}\cdot\frac{1{,}492^2}{2\cdot9{,}81}.$$

Отсюда находим: $h_{п2} \cong 49{,}9$ м, что больше кавитационного запаса насосов почти на 10 м.

80. Уравнения баланса напоров для участков трубопровода имеют вид:

$$\left[50+50+2\cdot\left(251-0{,}812\cdot10^{-5}\cdot Q^2\right)\right]-\left[60+h_{п2}\right]=\lambda\cdot\frac{150000}{0{,}704}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81},$$

$$\left[60+h_{п2}+2\cdot\left(285-0{,}640\cdot10^{-5}Q^2\right)\right]-\left[70+h_{п3}\right]=\lambda\cdot\frac{180000}{0{,}704}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81},$$

$$\left[70+h_{п3}+2\cdot\left(236-0{,}480\cdot10^{-5}Q^2\right)\right]-\left[180+30\right]=\lambda\cdot\frac{120000}{0{,}704}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81}.$$

Здесь учтено, что вследствие неизменности диаметра трубопровода при переходе от одного участка к другому, скорость перекачки и коэффициенты гидравлического сопротивления участков одинаковы; $h_{п2}, h_{п3}$ – подпоры промежуточных станций, заранее неизвестные и подлежащие определению.

Сложив почленно исходные уравнения, получим:

$1434 - 3{,}864\cdot10^{-5}\cdot Q^2 \cong 32579\cdot\lambda v^2$ или

$1434 = v^2\cdot\left(32579\cdot\lambda + 75{,}8\right)$.

Это уравнение решаем методом итераций. Сначала полагаем $\lambda^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения находим: $v^{(1)} = 1{,}404$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$Re = 1{,}404\cdot0{,}704/\left(30\cdot10^{-6}\right) \cong 32947$,

$\lambda = 0{,}3164/\sqrt[4]{32947} \cong 0{,}0234 > 0{,}02.$

В качестве второго приближения принимаем $\lambda^{(2)} = 0{,}0234$. Тогда из уравнения находим: $v = 1{,}308$ м/с. Проверим, правильно ли взят коэффициент λ:

$Re = 1{,}308 \cdot 0{,}704/\left(30 \cdot 10^{-6}\right) \cong 30694$;

$\lambda = 0{,}3164/\sqrt[4]{30694} \cong 0{,}0239 \approx 0{,}0234.$

Итак, $v = 1{,}308$ м/с или $Q \cong 1832$ м^3/ч.

Из первого уравнения определяем $h_{п2}$. Имеем:

$$\left[50+50+2\cdot\left(251-0{,}812\cdot 10^{-5}\cdot 1832^2\right)\right]-\left[60+h_{п2}\right]=0{,}0234\cdot\frac{150000}{0{,}704}\cdot\frac{1{,}308^2}{2\cdot 9{,}81},$$

откуда находим: $h_{п2} \cong 52{,}7$ м.

Из второго уравнения баланса напоров находим $h_{п3}$:

$$\left[60+52{,}7+2\cdot\left(285-0{,}640\cdot 10^{-5} 1832^2\right)\right]-\left[70+h_{п3}\right]=0{,}0234\cdot\frac{180000}{0{,}704}\cdot\frac{1{,}308^2}{2\cdot 9{,}81},$$

или $h_{п3} \cong 48{,}0$ м.

Оба найденных подпора промежуточных нефтеперекачивающих станций удовлетворяют требованиям кавитационного запаса, поэтому найденный режим перекачки реализуем.

2.6. Истечение жидкости из трубопровода при его повреждении

81. Предположим сначала, что истечение бензина происходило при постоянном напоре, то есть пренебрежем изменением уровня бензина над отверстием за счет его вытекания. Тогда в формуле (53) для расхода q утечки следует положить $\Delta H = 8 - 1 = 7$ м. Имеем:

$$q = 0{,}62 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}005^2/4 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 7} \cong 1{,}426 \cdot 10^{-4}\ \text{м/с}.$$

Это означает, что за 28 ч вытечет $28 \cdot 3600 \cdot 1{,}426 \cdot 10^{-4}$ м, что составляет 14,374 м^3; $735 \cdot 14{,}374 \cong 10565$ кг или $10{,}57$ т.

Этот результат можно уточнить, если учесть, что истечение бензина происходило не при постоянном, а при переменном напоре над отверстием, то есть если принять, что $\Delta H = z(t) - 1$, где $z(t)-$ переменный во времени уровень зеркала жидкости в резервуаре. Учитывая, что $q = -S \cdot dz/dt$, где $S-$ площадь дна резервуара, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$-S\frac{dz}{dt} = \mu \cdot s \cdot \sqrt{2g \cdot (z-1)}$$

для определения неизвестной функции $z(t)$.

Решение полученного уравнения с начальным условием $z(0) = 8$ дает:

$$2 \cdot \left(\sqrt{z-1} - \sqrt{7}\right) = -\mu s \sqrt{2g} \cdot t/S \text{ или}$$

$$z(t) = 1 + \left(\sqrt{7} - \mu s \sqrt{2g} \cdot t/2S\right)^2.$$

Отсюда находим, что при $t = 28 \cdot 3600$ с,

$$z{=}1{+}\left[\sqrt{7} - 0{,}62 \cdot 1{,}9625 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81} \cdot 28 \cdot 3600 / (2 \cdot 176{,}625)\right]^2 \text{ м}$$

или $z \cong 7{,}9189$ м, то есть уровень бензина в резервуаре понизился всего на 8,11 см. Объем V вытекшего бензина определяется равенством:

$$V = S \cdot (8 - 7{,}9189) = 176{,}625 \cdot 0{,}0811 \cong 14{,}324 \text{ м}^3,$$

что дает результат, примерно на 0,05 м^3 меньший, чем в упрощенном варианте расчета. При этом общая масса потерянного бензина составляет:

$$14{,}324 \cdot 735 = 10528{,}14 \text{ кг или } \approx 10{,}53 \text{ т.}$$

82. Обозначим $z(t)$ – уровень топлива в резервуаре, считая от дна. Поскольку площадь отверстия мала, то распределение давления по высоте резервуара можно принять гидростатическим. Тогда

$$q = \mu \cdot s \cdot \sqrt{2g \cdot z(t)} = -S(t) \cdot \frac{dz}{dt}, \; z(0) = D = 8 \text{ м.}$$

Здесь $S(t) = L \cdot 2\sqrt{z \cdot (D - z)}$ – площадь зеркала опускающегося топлива. Таким образом, получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{\mu s \sqrt{2g}}{2L} \cdot \frac{1}{\sqrt{D - z}}$$

для определения функции $z(t)$, которое нужно решить с начальным условием $z(0) = D$.

Решение полученного уравнения имеет вид:

$$\frac{4L(D - z)^{3/2}}{3\mu s \sqrt{2g}} = t,$$

где t – время, прошедшее с начала процесса истечения. Из найденного решения следует $z(t) = D - \left(3\mu s \sqrt{2g} \cdot t / 4L\right)^{2/3}$, откуда подстановкой исходных данных ($t = 24 \cdot 3600$ с) находим:

$$z = 8 - \left(\frac{3 \cdot 0{,}62 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81} \cdot 24 \cdot 3600}{4 \cdot 50}\right)^{2/3} \cong 7{,}498 \text{ м},$$

то есть дизельное топливо в резервуаре опустилось примерно на 0,502 м от верхней образующей резервуара.

Вычисляем объем V вытекшего топлива как объем освободившейся части резервуара: $V = S_c \cdot L$, где S_c – площадь кругового сегмента, выражающегося, как известно, формулой $S_c = 0{,}5 \cdot R^2 (\alpha - \sin\alpha)$, в которой $R = D/2$, а α – центральный угол сегмента. Имеем:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{D/2 - \Delta z}{D/2} = \frac{8/2 - 0{,}502}{8/2} \cong 0{,}875 \Rightarrow$$

$\Rightarrow\ \alpha = 2\,arccos\,0{,}875 \cong 1{,}011\ \Rightarrow\ sin\,\alpha \cong 0{,}847$.

Следовательно, $S_c = 0{,}5 \cdot 4^2 \cdot (1{,}011 - 0{,}847) \cong 1{,}312$ м^2. Далее находим: $V = 1{,}312 \cdot 50 = 65{,}6$ м^3, или с учетом плотности топлива - $840 \cdot 65{,}6 = 55104$ кг ($\approx 55{,}1$ т).

83. Для решения задачи используем формулу (57), представляющую время, за которое уровень жидкости в трубопроводе опустится на определенную величину ($z_1 - z_2$):

$$t_{1-2} = \frac{2S_0}{\mu s\sqrt{2g}} \cdot \left(\sqrt{z_1 - p_в/\rho g} - \sqrt{z_2 - p_в/\rho g}\right).$$

В данном случае площадь сечения трубы необходимо удвоить, поскольку истечение происходит из двух симметричных сегментов: $S_0 = 2 \cdot (3{,}14 \cdot 0{,}207^2/4) \cong 0{,}06727$ м^2. Далее имеем:

$s = 3{,}14 \cdot 0{,}001^2/4 = 0{,}785 \cdot 10^{-6}$ м^2; $\mu = 0{,}62$;

$p_в/\rho g = (98100 - 70000)/(740 \cdot 9{,}81) \cong 3{,}87$ м;

$z_1 = 1000 \cdot sin\,3^0 \cong 52$ м; $t_{1-2} = 24 \cdot 3600 = 86400$ с.

Подставляя эти значения в уравнение (57), получаем:

$$86400 = \frac{2 \cdot 0{,}06727}{0{,}62 \cdot 0{,}785 \cdot 10^{-6}\sqrt{2 \cdot 9{,}81}}\left(\sqrt{52 - 3{,}87} - \sqrt{z_2 - 3{,}87}\right),$$

откуда находим: $z_2 \cong 34{,}71$ м. Это означает, что в конце суток уровень бензина в отводе снизится с 52 до 34,71 м. При этом отвод останется заполненным бензином на 667,5 ($34{,}71/sin 3^0 = 34{,}71/0{,}052 = 667{,}5$) м вправо и влево от отверстия. Это означает, что из трубопровода вытекло:

$V = (1000 - 667{,}5) \cdot 0{,}06727 \cong 22{,}37$ м^3 топлива.

84. Поскольку отверстие в стенке трубопровода невелико, то образовавшаяся течь не изменяет режим перекачки и для расчета потерь нефти можно воспользоваться формулой (53), в которой $\Delta H = (p_* - p_a)/\rho g$, а избыточное давление

$p_* - p_a$ в сечении утечки рассчитывается так, как если бы ее не было. Имеем:

$$H_н = 150 + \frac{4{,}5 \cdot 10^6}{870 \cdot 9{,}81} \cong 677{,}26\text{ м}, \quad H_к = 100 + \frac{0{,}3 \cdot 10^6}{870 \cdot 9{,}81} \cong 135{,}15\text{ м},$$

$$i = \frac{H_н - H_к}{L} = \frac{677{,}26 - 135{,}15}{120000} \cong 4{,}5176 \cdot 10^{-3},$$

$$H_* = H_н - i \cdot L_* = 677{,}26 - 4{,}5176 \cdot 10^{-3} \cdot 80000 \cong 315{,}85\text{ м},$$

$$\Delta H = H_* - z_* = 315{,}85 - 50 = 265{,}85\text{ м},$$

$$q = \mu \cdot s \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta H} = 0{,}62 \cdot 0{,}0001 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 265{,}85} \cong 4{,}478 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3/\text{с}.$$

Объем V вытекшей за 6 часов нефти составляет:

$$4{,}478 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 3600 \cong 96{,}7\text{ м}^3.$$

85. В данной задаче в отличие от предыдущей разность ΔH напоров, входящую в формулу $q = \mu \cdot s \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta H}$, нельзя вычислять предполагая, что появившаяся утечка не изменяет режима перекачки, ведь площадь отверстия в стенках трубопровода ($s = 25$ см^2) достаточно велика и истечение жидкости через отверстие делает скорости v_1 течения нефти *до* сечения утечки и v_2 – *после* нее не равными друг другу. Для решения задачи необходимо составить и решить полную систему уравнений, получающуюся на основе уравнения Бернулли, примененного к двум сегментам участка - *до* и *после* сечения утечки:

$$\begin{cases} \left(150 + \dfrac{4{,}5 \cdot 10^6}{870 \cdot 9{,}81}\right) - (50 + \Delta H) = \lambda_1 \dfrac{80000}{0{,}7} \cdot \dfrac{v_1^2}{2 \cdot 9{,}81}, \\ (50 + \Delta H) - \left(100 + \dfrac{0{,}3 \cdot 10^6}{870 \cdot 9{,}81}\right) = \lambda_2 \dfrac{40000}{0{,}7} \cdot \dfrac{v_2^2}{2 \cdot 9{,}81}, \\ (v_1 - v_2) \cdot \dfrac{3{,}14 \cdot 0{,}7^2}{4} = 0{,}62 \cdot 0{,}0025 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot \Delta H}. \end{cases}$$

Таким образом, имеется система трех нелинейных алгебраических уравнений для определения трех неизвестных: v_1, v_2 и ΔH.

Полученные уравнения решаем методом последовательных приближений. Сложив друг с другом первые два уравнения системы, получим:

$$5285 \cdot \lambda_1 v_1^2 + 2912{,}5 \cdot \lambda_2 v_2^2 = 542{,}1,$$

а из третьего уравнения -

$$v_1 - v_2 = 0{,}01785 \cdot \sqrt{\Delta H}.$$

Первое приближение. Сначала разность напоров ΔH в сечении утечки находим так, как если бы возникшая утечка не изменила режим течения в трубопроводе (см. решение предыдущей задачи): $\Delta H = 265{,}85$ м. Тогда

$$v_1 - v_2 = 0{,}291 \Rightarrow v_2 = v_1 - 0{,}291 \text{ м/с.}$$

$$5285 \cdot \lambda_1 v_1^2 + 2912{,}5 \cdot \lambda_2 (v_1 - 0{,}291)^2 = 542{,}1.$$

1) Положим $\lambda_1^{(1)} = \lambda_2^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из квадратного уравнения $5285 \cdot 0{,}02 \cdot v_1^2 + 2912{,}5 \cdot 0{,}02 \cdot (v_1 - 0{,}291)^2 = 542{,}1$ или $3v_1^2 - 0{,}582 \cdot v_1 - 9{,}22 = 0$ находим: $v_1 \cong 1{,}853$ м/с. И далее: $v_2 \cong 1{,}562$ м/с. Проверяем, правильно ли выбраны λ_1 и λ_2:

$v_1 = 1{,}853$; $Re_1 = 1{,}853 \cdot 0{,}7 / (15 \cdot 10^{-6}) \cong 86473$; $\lambda_1 \cong 0{,}0185$;

$v_1 = 1{,}562$; $Re_2 = 1{,}562 \cdot 0{,}7 / (15 \cdot 10^{-6}) \cong 72893$; $\lambda_2 \cong 0{,}0193$;

Полученные результаты говорят о том, что необходима коррекция.

2) Положим теперь $\lambda_1^{(2)} = 0{,}0185$, $\lambda_2^{(2)} = 0{,}0193$ Тогда из квадратного уравнения

$$5285 \cdot 0{,}0185 \cdot v_1^2 + 2912{,}5 \cdot 0{,}0193 \cdot (v_1 - 0{,}291)^2 = 542{,}1$$

или $3{,}043 \cdot v_1^2 - 0{,}607 \cdot v_1 - 9{,}973 = 0$ находим: $v_1 \cong 1{,}913$

м/с. И далее: $v_2 \cong 1{,}622$ м/с. Проверяем, правильно ли выбраны λ_1 и λ_2:

$v_1 = 1{,}913$; $Re_1 = 1{,}913 \cdot 0{,}7 \big/ \left(15 \cdot 10^{-6}\right) \cong 89273$; $\lambda_1 \cong 0{,}0183$;

$v_1 = 1{,}622$; $Re_2 = 1{,}622 \cdot 0{,}7 \big/ \left(15 \cdot 10^{-6}\right) \cong 75693$; $\lambda_2 \cong 0{,}0191$.

Видим, что достигнута достаточная точность.

Итак, $v_1 = 1{,}913$ м/с, $v_1 = 1{,}622$ м/с.

Подставив полученный результат в исходную систему уравнений, получим:

$$\left(150 + \frac{4{,}5 \cdot 10^6}{870 \cdot 9{,}81}\right) - (50 + \Delta H) = 0{,}0183 \cdot \frac{80000}{0{,}7} \cdot \frac{1{,}913^2}{2 \cdot 9{,}81},$$

откуда найдем: $\Delta H \cong 237{,}2$ м. Этот результат меньше принятого $\Delta H = 265{,}85$ м. Найдем второе приближение.

Второе приближение. Полагаем $\Delta H \cong 237{,}2$ м. Тогда

$$v_1 - v_2 = 0{,}01785 \cdot \sqrt{237{,}2} \Rightarrow v_2 = v_1 - 0{,}275 \text{ м/с}.$$

$$5285 \cdot \lambda_1 v_1^{\,2} + 2912{,}5 \cdot \lambda_2 \left(v_1 - 0{,}275\right)^2 = 542{,}1.$$

Положим $\lambda_1^{(1)} = 0{,}0183$, $\lambda_2^{(2)} = 0{,}0191$. Тогда из квадратного уравнения

$$5285 \cdot 0{,}0183 \cdot v_1^{\,2} + 2912{,}5 \cdot 0{,}0191 \cdot \left(v_1 - 0{,}275\right)^2 = 542{,}1$$

или $3{,}043 \cdot v_1^{\,2} - 0{,}574 \cdot v_1 - 9{,}982 = 0$ находим: $v_1 \cong 1{,}908$ м/с. И далее: $v_2 \cong 1{,}633$ м/с. Проверяем, правильно ли выбраны λ_1 и λ_2:

$v_1 = 1{,}908$; $Re_1 = 1{,}908 \cdot 0{,}7 \big/ \left(15 \cdot 10^{-6}\right) \cong 89040$; $\lambda_1 \cong 0{,}0183$;

$v_1 = 1{,}633$; $Re_2 = 1{,}633 \cdot 0{,}7 \big/ \left(15 \cdot 10^{-6}\right) \cong 76207$; $\lambda_2 \cong 0{,}0190$.

Полученные результаты говорят о том, что имеется достаточная точность.

Итак, $v_1 - v_2 \cong 0{,}275$ м/с. Это означает, что расход q утечки равен: $S_0 \cdot (v_1 - v_2) = 3{,}14 \cdot 0{,}7^2 \big/ 4 \cdot 0{,}275 \cong 0{,}1058$ м^3/с.

За 6 часов из трубопровода вытечет: $0{,}1058\cdot 6\cdot 3600 \cong 2285$ м^3, то есть более чем в 20 раз больше, чем в предыдущей задаче.

86. Чертеж к задаче представлен на рис. 2.5.

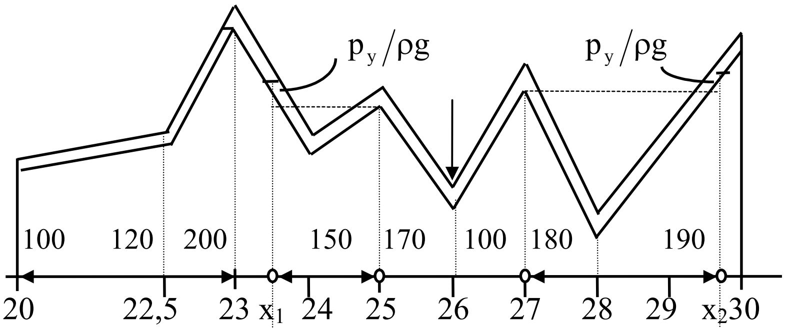


Рис. 2.5. К решению задачи № 86

Между сечениями x = 23 и x = 24 км находится сечение x, чья высота равна 170 м плюс вакуумметрическая высота $h_в$, соответствующая разряжению, возникающему в трубопроводе:

$$h_в = \frac{(0{,}1-0{,}03)\cdot 10^6}{730\cdot 9{,}81} \cong 9{,}77 \text{ м.}$$

Для определения x_1 составляем пропорцию:

$$\frac{x_1-23}{24-23} = \frac{170+9{,}77-200}{730\cdot 9{,}81} \Rightarrow\ x_1 = 23{,}405 \text{ км.}$$

Последнее означает, что между этими километрами опорожнилось 405 м трубы.

Между сечениями 28 и 30 км также имеется сечение x_2, чья геодезическая высота равна 180 м плюс $h_в$. Для определения x_2 составляем пропорцию:

$$\frac{x_2-28}{30-28} = \frac{180+9{,}77-75}{190-75} \Rightarrow\ x_2 = 29{,}996 \text{ км.}$$

Это означает, здесь опорожнилось всего 4 м трубы.

Кроме того, опорожняются 2 км трубопровода от 25 до 27 км, т.е. 2000 м.

Таким образом, всего опорожнилось 2409 м. Объем $V_п$ образовавшейся полости

$$V_п = (3{,}14 \cdot 0{,}361^2/4) \cdot 2409 = 246{,}45\ м^3.$$

87. Если бы отвод к нефтебазе был заполнен полностью, то избыточное давление перед нефтебазой было бы не меньше давления, определяемого столбом жидкости между наивысшей точкой ($x = 1{,}5$ км) отвода и его концом, то есть

$$p_В \geq \rho g\left(z_{1,5} - z_6\right) = 735 \cdot 9{,}81 \cdot (180 - 50) \cong 0{,}937\ МПа.$$

Однако по условию задачи избыточное давление в конце отвода составило 0,45 МПа, что свидетельствует о наличии в отводе пустот, рис. 2.6.

Образовавшиеся в отводе пустоты заполнены парами бензина с давлением 70 кПа, то есть в них существует вакуум. Согласно формуле гидростатического распределения давления имеем (см. рис. 2.6):

$$p_к = 70000 + 735 \cdot 9{,}81 \cdot h_к = 98100 + 450000\,.$$

Отсюда находим: $h_к \cong 66{,}31$ м. Следовательно, уровень z_2 бензина в отводе имеет отметку 50 + 66,31 = 116,31 м.

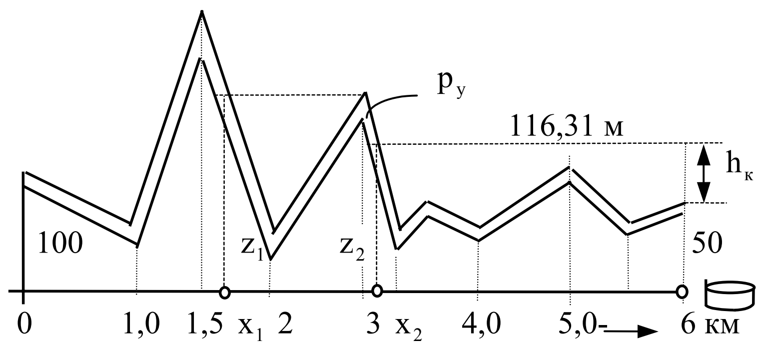


Рис. **2.6.** К решению задачи № 87

Найдем соответствующую z_2 координату x_2 зеркала бензина в отводе. Для этого составим пропорцию:

$$\frac{x_2 - 3{,}0}{3{,}2 - 3{,}0} = \frac{116{,}31 - 150}{70 - 150} \Rightarrow x_2 \cong 3{,}084 \text{ км.}$$

Следовательно, здесь опорожнилось примерно 84 м трубы.

Кроме того, опорожнилась часть трубы на участке между сечениями 1,5 и 2,0 км. По закону сообщающихся сосудов $z_1 = 150$ м. Для определения соответствующей этой высоте координаты x_1 составляем пропорцию:

$$\frac{x_1 - 1{,}5}{2{,}0 - 1{,}5} = \frac{150 - 180}{70 - 180} \Rightarrow x_1 \cong 1{,}636 \text{ км.}$$

Следовательно, здесь опорожнилось примерно 136 м трубы.

Итого, за счет несанкционированного отбора топлива из отвода в нем опорожнилось 84 + 136 = 220 м. Это составляет примерно $220 \cdot \left(3{,}14 \cdot 0{,}144^2 / 4\right) \cong 3{,}58$ м^3.

88. Сначала находим гидравлический уклон i на рассматриваемом участке. Имеем:

$$H_н = 100 + 4{,}5 \cdot 10^6 / (840 \cdot 9{,}81) \cong 646{,}1 \text{ м},$$

$$H_к = 60 + 0{,}3 \cdot 10^6 / (840 \cdot 9{,}81) \cong 96{,}4 \text{ м},$$

$$i = (H_н - H_к)/L = (646{,}1 - 96{,}4)/125000 \cong 4{,}4 \cdot 10^{-3}$$

или 4,4 м/км.

Затем рассчитываем напор H_* в месте аварии:

$$H_* = 646{,}1 - 4{,}4 \cdot 56 = 399{,}7 \text{ м},$$

и противонапор $H_0 = z_* + p_{атм}/\rho g$:

$$H_0 = 180 + 101300/(840 \cdot 9{,}81) \cong 192{,}3 \text{ м.}$$

Таким образом, на отверстии имеется перепад ΔH напоров, равный 399,7 - 192,3 = 207,4 м.

По формуле (53) рассчитываем расход q утечки:

$$q = 0{,}62 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 207{,}4} = 1{,}582 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с.}$$

За 20 суток вытечет $1{,}582 \cdot 10^{-4} \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 20 = 273{,}37$ м^3.

89. Чертеж к этой задаче представлен на рис. 2.7.

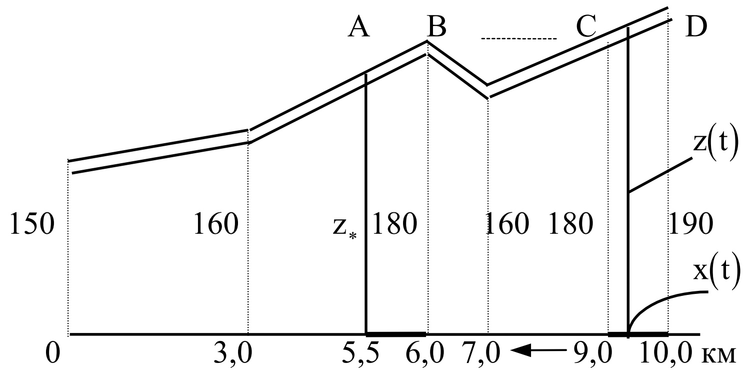


Рис. **2.7**. К решению задачи № 89

Судя по профилю рассматриваемого трубопровода, топливо могло вытекать только из двух участков: 1) $5{,}5 \le x \le 6{,}0$ км и 2) $9{,}0 \le x \le 10{,}0$ км.

Высотная отметка z_* пробитого сечения находится линейной интерполяцией точек профиля:

$$\frac{z_* - 180}{160 - 180} = \frac{5{,}5 - 6{,}0}{3{,}0 - 6{,}0}, \text{ откуда } z_* \cong 176{,}7 \text{ м.}$$

Найдем сначала объем дизельного топлива, которое вытекло из трубопровода за первые 20 мин, в течение которых ПНУ еще работала. Расход q_1 через отверстие можно рассчитать по формуле (5.3):

$$q_1 = \mu \cdot s \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{p_* - p_{атм}}{\rho g}}\,,$$

в которой p_* – давление в месте аварии. Записав уравнение Бернулли для участка трубопровода между ПНУ и местом аварии, получим:

$$\left[150+\frac{1{,}6\cdot 10^6}{840\cdot 9{,}81}\right]-\left[176{,}7+\frac{p_*-p_{атм}}{\rho g}\right]=\lambda\cdot\frac{5{,}5\cdot 10^3}{0{,}146}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81},$$

где $v=4Q/\pi d^2=4\cdot 80/(3600\cdot 3{,}14\cdot 0{,}146^2)\cong 1{,}328$ м/с. Поскольку число Рейнольдса $Re=1{,}328\cdot 0{,}146/6\cdot 10^{-6}\cong 32315$, то коэффициент λ гидравлического сопротивления находится по формуле Блазиуса:

$$\lambda=\frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{32315}}\cong 0{,}0236.$$

Подставив значения λ и v в уравнение Бернулли, сначала найдем: $(p_*-p_{атм})/\rho g\cong 87{,}55$ м, а затем и расход q_1:

$$q_1=0{,}62\cdot\left(\frac{3{,}14\cdot 0{,}008^2}{4}\right)\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 87{,}55}\cong 0{,}00129\ м^3/с.$$

За 20 мин (или 1200 с) вытекло $1200\cdot 0{,}00129\cong 1{,}548$ м^3 топлива.

Чтобы определить, как вытекало дизельное топливо после остановки ПНУ, используем ту же формулу (53), только в качестве движущего напора возьмем разность $z(t)-z_*$, где $z(t)-$ уровень жидкости на участке CD , а затем - на участке AB. Имеем:

$$q_2=\mu s\cdot\sqrt{2g\cdot[z(t)-z_*]}=-S\cdot\frac{dx}{dt}=-S\cdot ctg\alpha\cdot\frac{dz}{dt},$$

где $S=3{,}14\cdot 0{,}146^2/4=0{,}0167$ м^2 - площадь сечения трубопровода; $ctg\alpha=1000/(190-180)=100-$котангенс угла α наклона трубопровода на участке CD. В итоге получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dz}{dt}=-\frac{\mu s\sqrt{2g}}{S\cdot ctg\alpha}\cdot\sqrt{z-z_*},$$

решение которого определяется интегралом

$$\int_{190}^{z(t)} \frac{dz}{\sqrt{z - z_*}} = -\frac{\mu s\sqrt{2g}}{S \cdot ctg\alpha} \cdot t\,.$$

Вычисляя интеграл в левой части этого равенства, получаем:

$$\sqrt{z(t) - z_*} - \sqrt{190 - z_*} = -\frac{\mu s\sqrt{2g}}{2S \cdot ctg\alpha} \cdot t,$$

то есть зависимость $z = z(t)$. Подставляя в полученную зависимость $t = 3600 \cdot 6 = 2160$ с, $z_* = 176{,}7$ м, $\mu = 0{,}62$, $S = 0{,}0167$ м^2, $s = 5{,}024 \cdot 10^{-5}$ м^2, находим, что $z(2160) = 184{,}29$ м. Поскольку $184{,}29 > z(C) = 180$ м, то можно заключить, что зеркало опускающейся жидкости в трубопроводе не выходит за пределы участка CD.

Координата x зеркала находится из уравнения:

$$\frac{1000 - x}{190 - 184{,}29} = ctg\alpha = 100\,.$$

Отсюда находим: $x = 9429$ м, то есть опорожнилось 571 м трубы на участке CD.

Объем опорожненной части трубопровода составляет: $0{,}0167 \cdot 571 = 9{,}5$ м^3. Таким образом, из трубы вытекло: $1{,}54 + 9{,}54 = 11{,}08$ м^3 топлива.

90. Профиль сегмента нефтепродуктопровода приведен на рис. 2.8. Сразу же после аварии в наивысшей точке профиля ($x = 20$ км) происходит разрыв сплошности столба жидкости и в вершине образуется вакуум (упругостью насыщенных паров керосина пренебрегаем). Воздух не может проникнуть в трубу через образовавшееся отверстие, поскольку на участке между 12 и 13 км имеется спуск.

Уравнение Бернулли, записанное для двух сечений нефтепродуктопровода: $x_1 = 12$ км и $x = x(t)$, с учетом условий

при $x_1 = 12$ км: $z_1 = 56$ м, $p_1 = 0{,}10$ МПа, при $x = x(t)$: $z = z(t)$, $p = 0{,}0$ МПа

дает следующее уравнение:

$$\left(\frac{100000}{780 \cdot 9{,}81} + 56\right) - [0 + z(t)] = \lambda \cdot \frac{x - 12000}{0{,}205} \cdot \frac{v \cdot |v|}{2 \cdot 9{,}81},$$

в котором v – скорость столба нефтепродукта $(v < 0)$, $|v| = -v$.

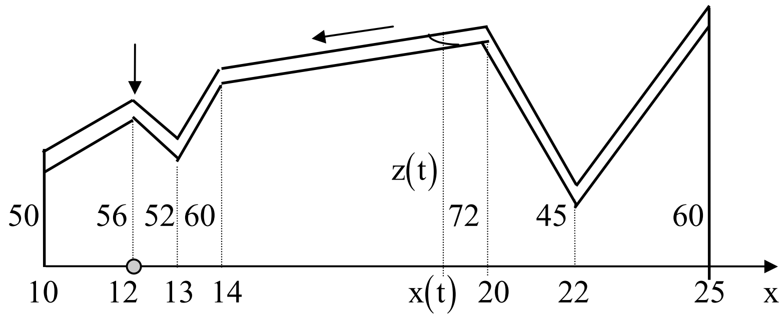


Рис. 2.8. К решению задачи № 90

Для того, чтобы определить высотную отметку $z(t)$, соответствующую свободной поверхности керосина в сечении $x(t)$ учитывается, что наклон трубопровода на участке между 14-м и 20-м километрами равен 0,002, вследствие чего уравнение его оси имеет вид:

$$z = 0{,}002 \cdot (x - 14000) + 60 .$$

Исключив z из уравнения Бернулли для разности напоров, получим исходное расчетное уравнение:

$$\frac{0{,}008x - 147{,}87}{x - 12000} = \lambda \cdot v^2. \qquad (*)$$

а. Сначала рассчитываем скорость жидкости в начальный момент времени, когда ее свободная поверхность находится в точке $x = 20000$ м. Из (*) следует, что $\lambda \cdot v^2 = 0{,}0015$, откуда методом последовательных приближений находим, что $v = 0{,}244$ м/с. Это означает, например, что за полчаса (1800 с) поверхность жидкости продвинется на 0,244·1800 = 439 м влево вдоль трубопровода и достигнет сечения $x = 20000 - 439 = 19561$ м.

б. Затем рассчитываем, как движется поверхность жидкости в следующие полчаса. Для этого определяем ее скорость при $t = 1800$ с и $x = 19561$ м. Из (*) следует, что $\lambda \cdot v^2 = 0{,}0011$, откуда тем же методом находим, что $v = 0{,}205$ м/с. Это означает, что за полчаса поверхность жидкости продвинется еще на 0,205·1800 = 369 м влево по трубопроводу и достигнет сечения $x = 19561 - 369 = 19192$ м.

Точно таким же образом рассчитывается движение свободной поверхности нефтепродукта в следующие получасовые интервалы времени. Результаты этих расчетов таковы:

$3600 < t < 5400$: $v = 0{,}168$ м/с; $\Delta x = 302{,}4$; $x = 18890$ м;

$5400 < t < 7200$: $v = 0{,}126$ м/с; $\Delta x = 226{,}8$; $x = 18663$ м.

Таким образом, за 2 часа истечения свободная поверхность нефтепродукта переместится влево от сечения 20 км примерно на 1337 м. Это означает, что из трубопровода вытечет

$$\frac{3{,}14 \cdot 0{,}205^2}{4} \cdot 1337 \approx 44\,\text{м}^3 \text{ керосина.}$$

2.7. Неустановившиеся режимы работы трубопроводов

91. Скорость c распространения волн давления в трубопроводе, полностью заполненном упругой жидкостью, находится по формуле (62) Н.Е. Жуковского:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\rho_0}{K} + \dfrac{\rho_0 d}{E\delta}}} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{880}{1{,}32 \cdot 10^9} + \dfrac{880 \cdot 0{,}7}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}01}}} \cong 1013\,\text{м/с.}$$

92. Согласно формуле (62) Н.Е. Жуковского имеем:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{730}{1{,}06 \cdot 10^9} + \frac{730 \cdot 0{,}514}{1{,}8 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}008}}} \cong 1026 \text{ м/с.}$$

93. Согласно формуле (62) Н.Е. Жуковского имеем:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{780}{0{,}9 \cdot 10^9} + \frac{780 \cdot 0{,}024}{0{,}7 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}003}}} \cong 1023 \text{ м/с.}$$

94. Сначала находим скорость v перекачки нефти:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 2200/3600}{3{,}14 \cdot (0{,}720 - 2 \cdot 0{,}1)^2} \cong 1{,}59 \text{ м/с.}$$

Затем по формуле (62) вычисляем скорость c распространения волн давления:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{875}{1{,}35 \cdot 10^9} + \frac{875 \cdot 0{,}7}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}01}}} \cong 1031{,}5 \text{ м/с.}$$

Наконец, по формуле (63) находим скачок Δp давления на фронте волны гидравлического удара:

$$\Delta p = \rho_0 c \cdot \Delta v = 875 \cdot 1031{,}5 \cdot 1{,}59 \cong 1{,}435 \cdot 10^6 \text{ Па,}$$

что составляет 1,435 МПа или $\approx 14{,}63$ атм.

95. Определим сначала по формуле (62) скорость c распространения волн давления в трубопроводе. Имеем:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{840}{1{,}2 \cdot 10^9} + \frac{840 \cdot 0{,}311}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}007}}} \cong 1062 \text{ м/с.}$$

Затем найдем скорости v_0 и v_1 течения топлива *до* и *после* аварийного отключения насоса:

$$v_0 = \frac{4Q_0}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 350/3600}{3{,}14 \cdot (0{,}325 - 2 \cdot 0{,}007)^2} \cong 1{,}28 \text{ м/с,}$$

$$v_1 = \frac{4Q_1}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 220/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}311^2} \cong 0{,}80 \text{ м/с.}$$

Наконец, по формуле (63) вычисляем скачок Δp давления на фронте волны гидравлического удара:

$$\Delta p = \rho_0 c \cdot \Delta v = 840 \cdot 1062 \cdot (1{,}28 - 0{,}80) \cong 0{,}428 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

96. Схема к решению данной задачи представлена на рис. 2.9.

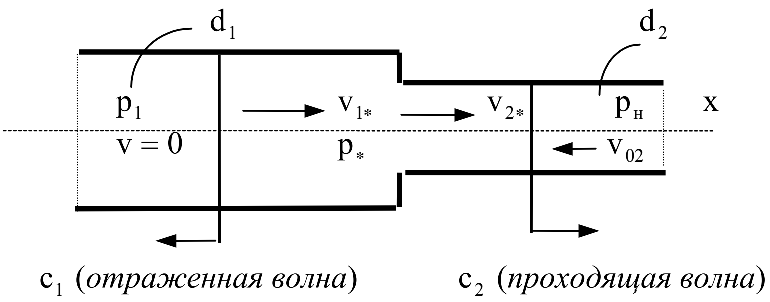


Рис. **2.9.** К решению задачи № 96.

Обозначим через $p_н$ первоначальное давление в еще невозмущенной области второй трубы, а через p_1 - давление *за* падающей на стык двух трубопроводов волны, так что $\Delta p_{пад} = p_1 - p_н$. Используя формулу (63) Н.Е. Жуковского, составляем несколько алгебраических уравнений, связывающих давления и скорости жидкости по разные стороны от ударных фронтов:

$$p_1 - p_н = \rho_0 c_1 \cdot v_{01},$$
$$p_1 - p_* = \rho_0 c_1 \cdot v_{1*},$$
$$p_* - p_н = \rho_0 c_2 \cdot (v_{2*} - v_{02}),$$
$$v_{02} \cdot \frac{\pi d_2^{\,2}}{4} = v_{01} \cdot \frac{\pi d_1^{\,2}}{4},$$
$$v_{2*} \cdot \frac{\pi d_2^{\,2}}{4} = v_{1*} \cdot \frac{\pi d_1^{\,2}}{4}.$$

Здесь p_* – давление в области между отраженной т проходящей волнами; v_{1*}, v_{2*} – скорости жидкости в этой области в первой и второй трубах, соответственно; v_{01}, v_{02} – те же скорости в трубах *до* прихода падающей волны ($v_{01} < 0, v_{02} < 0$). Кроме того, $\Delta p_{прох} = p_* - p_н$ и $\Delta p_{от.} = p_1 - p_*$.

Разрешив 5 полученных линейных уравнений относительно 5 неизвестных $p_*, v_{01}, v_{02}, v_{1*}$ и v_{2*}, получим искомые формулы:

$$\Delta p_{прох.} = \Delta p_{пад.} \cdot \frac{2 \cdot d_2^{\,2}/c_2}{d_1^{\,2}/c_1 + d_2^{\,2}/c_2},$$
$$\Delta p_{от.} = \Delta p_{пад.} \cdot \frac{d_2^{\,2}/c_2 - d_1^{\,2}/c_1}{d_1^{\,2}/c_1 + d_2^{\,2}/c_2}.$$

97. Решение этой задачи можно получить как частный случай формул, полученных при решении предыдущей задачи. Для этого достаточно положить $d_2 = 0$. Тогда $\Delta p_{прох.} = 0$, $\Delta p_{от.} = -\Delta p_{пад.}$. Отсюда следует, что отраженная от закрытого конца трубопровода волна давления удваивает свою амплитуду. Однако можно привести и независимое решение.

После входа волны гидравлического удара в тупиковое ответвление, в последнем генерируется течение жидкости со скоростью $v = \Delta p / \rho_0 c$, где ρ_0 – плотность жидкости; c – скорость распространения волн давления.

Вслед за отражением волны от закрытого конца ответвления возникает волна остановки, фронт которой движется в обратном направлении - от закрытого конца к входу в ответвления, причем скорость жидкости *за* фронтом волны равна 0. Обозначив давление *за* фронтом волны, то есть у закрытого конца, через p_*, согласно (63), будем иметь:

$$p_* - \Delta p = -\rho_0 c \cdot (0 - \Delta p / \rho_0 c).$$

Знак минус здесь взят потому, что волна давления движется в отрицательном направлении.

Из полученного равенства имеем:

$p_* - \Delta p = \Delta p$ или $p_* = 2 \cdot \Delta p$.

98. Чертеж к решению этой задачи дан на рис. 2.10.

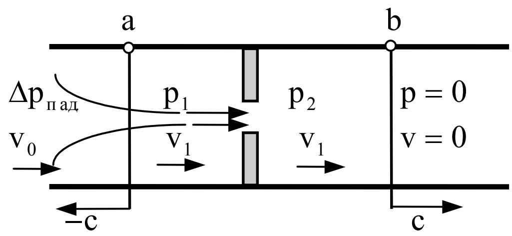


Рис. **2.10**. К решению задачи № 98.

На этом рисунке: $\Delta p_{пад}$ – амплитуда падающей волны; v_0 – скорость потока жидкости, набегающего на местное сопротивление; v_1 – скорость жидкости между фронтами отраженной и проходящей волн; p_1, p_2 – давления *до* и *после* местного сопротивления.

Согласно (63), имеем следующие уравнения:

$$\Delta p_{пад} = \rho_0 c \cdot v_0, \; p_2 = \rho_0 c \cdot (v_1 - 0),$$

$p_1 - \Delta p_{\text{пад}} = -\rho_0 c\left(v_1 - v_0\right), p_1 - p_2 = \varsigma \cdot \rho_0 v_1^{\,2} / 2$.

Из этих уравнений находим: $p_1 - \Delta p_{\text{пад}} = \Delta p_{\text{пад}} - \rho_0 c \cdot v_1$. Используя третье уравнение, получаем: $p_1 = 2 \cdot \Delta p_{\text{пад}} - p_2$ или $p_1 + p_2 = 2 \cdot \Delta p_{\text{пад}}$.

Комбинируя последнее соотношение с остальными уравнениями, системы получаем квадратное уравнение для определения $v_1 : 2 \cdot \Delta p_{\text{пад.}} - 2\rho_0 - \cdot v_1 = \varsigma \cdot \rho_0 v_1^{\,2} / 2$, из которого находим:

$$\frac{v_1}{c} = -\frac{2}{\varsigma} + \sqrt{\frac{4}{\varsigma^2} + \frac{4 \cdot \Delta p_{\text{пад}}}{\varsigma \cdot \rho_0 c^2}}\text{, следовательно:}$$

$$\Delta p_{\text{пр.}} = \rho_0 c \cdot v_1 = \frac{2\rho_0 c^2}{\varsigma}\left(\sqrt{1 + \frac{\varsigma \cdot \Delta p_{\text{пад}}}{\rho_0 c^2}} - 1\right);$$

$$\Delta p_{\text{от.}} = p_1 - \Delta p_{\text{пад.}} = \Delta p_{\text{пад.}} - \Delta p_{\text{пр.}}.$$

99. Чертеж к решению этой задачи дан на рис. 2.11. Не нарушая общности можно считать первоначальные скорости жидкости в трубопроводе и обоих ответвлениях равными 0. Равным 0 можно принять также первоначальное давление в месте разветвления.

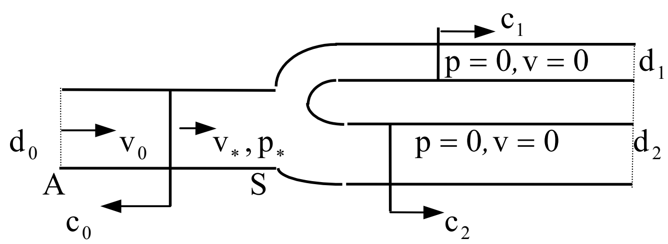


Рис. 2.11. К решению задачи № 99

Пусть в основной трубопровод AS начали закачивать жидкость со скоростью v_0, тогда в нем возникает волна гидравлического удара, амплитуда $\Delta p_{пад}$ которой связана со скоростью v_0 закачки формулой (63) Н.Е. Жуковского:

$$\Delta p_{пад} = \rho_0 c_0 v_0,$$

где ρ_0 – невозмущенная плотность жидкости; c_0 – скорость волны. После падения этой волны на стык S труб в каждой из них возникает движение жидкости со скоростями v_1 и v_2.

Если обозначить через p_* давление, устанавливающееся в узле S после прохождения волны гидравлического удара, а через v_* – скорость набегающего на узел S потока, то можно написать следующие соотношения:

$$\Delta p_1 = p_* - 0 = \rho_0 c_1 v_1,$$

$$\Delta p_2 = p_* - 0 = \rho_0 c_2 v_2,$$

$$v_* \cdot \frac{\pi d_0^{\ 2}}{4} = v_1 \cdot \frac{\pi d_1^{\ 2}}{4} + v_2 \cdot \frac{\pi d_2^{\ 2}}{4},$$

где c_1, c_2 – скорости волн гидравлического удара в первой и второй трубах, соответственно. Отсюда видно, что $\Delta p_1 = \Delta p_2 = p_*$; $v_* \cdot d_0^{\ 2} = v_1 \cdot d_1^{\ 2} + v_2 \cdot d_2^{\ 2}$.

Применим далее формулу (63) к волнам гидравлического удара, отраженной от места стыка трубопроводов и распространяющейся в обратном направлении со скоростью $(-c_0)$: $\Delta p_{от.} = \Delta p_{пад} - p_* = -\rho_0 c_0 \cdot (v_0 - v_*)$.

Учитывая, что $\rho_0 c_0 v_0 = \Delta p_{пад}$, получаем:

$$v_* = 2 \cdot \frac{\Delta p_{пад}}{\rho_0 c_0} - \frac{p_*}{\rho_0 c_0}.$$

Исключив из уравнения баланса расходов скорости v_1, v_2 и v_* с помощью остальных соотношений, получим

$$\left(2 \cdot \frac{\Delta p_{пад}}{\rho_0 c_0} - \frac{p_*}{\rho_0 c_0}\right) \cdot d_0^{\ 2} = \frac{\Delta p_1}{\rho_0 c_1} \cdot d_1^{\ 2} + \frac{\Delta p_2}{\rho_0 c_2} \cdot d_2^{\ 2},$$

$$2\Delta p_{пад}\cdot\frac{d_0^{\,2}}{\rho_0 c_0}-p_*\cdot\frac{d_0^{\,2}}{\rho_0 c_0}=p_*\cdot\left(\frac{d_1^{\,2}}{\rho_0 c_1}+\frac{d_2^{\,2}}{\rho_0 c_2}\right)$$

или

$$p_*=2\Delta p_{пад}\cdot\frac{d_0^{\,2}/c_0}{d_0^{\,2}/c_0+d_1^{\,2}/c_1+d_2^{\,2}/c_2}. \quad (*)$$

Это означает, что найдены значения $\Delta p_1=\Delta p_2=p_*$.

Далее вычисляем амплитуду $\Delta p_{от.}$ отраженной от стыка труб волны гидравлического удара:

$$\Delta p_{от.}=\Delta p_{пад}-p_*=\Delta p_{пад}-2\Delta p_{пад}\cdot\frac{d_0^{\,2}/c_0}{d_0^{\,2}/c_0+d_1^{\,2}/c_1+d_2^{\,2}/c_2}$$

или

$$\Delta p_{от.}=\Delta p_{пад}\cdot\frac{d_1^{\,2}/c_1+d_2^{\,2}/c_2-d_0^{\,2}/c_0}{d_0^{\,2}/c_0+d_1^{\,2}/c_1+d_2^{\,2}/c_2}, \quad (**)$$

то есть решение задачи найдено полностью.

Попутно заметим, что если $d_0=d_1=d_2$ и $c_0=c_1=c_2$, то $\Delta p_1=\Delta p_2=2/3\cdot\Delta p_{пад}$ и $\Delta p_{от.}=1/3\cdot\Delta p_{пад.}$.

100. Используем формулу, полученную при решении предыдущей задачи:

$$p_*=2\Delta p_{пад}\cdot\frac{d_0^{\,2}/c_0}{d_0^{\,2}/c_0+d_1^{\,2}/c_1+d_2^{\,2}/c_2},$$

где $\Delta p_{пад}$ – амплитуда ударной волны, возникающей в отводе при его перекрытии; эта величина вычисляется по формуле (63) Н.Е. Жуковского:

$$\Delta p_{пад}=\rho_0 c v_0=840\cdot 10^3\cdot\frac{4\cdot 100}{3600\cdot 3{,}14\cdot(0{,}219-2\cdot 0{,}006)}\cong 693692\,\text{Па}.$$

Подставляя в формулу для p_* исходные данные: $d_0=0{,}207$ м, $d_1=d_2=0{,}325-2\cdot 0{,}007=0{,}311$ м и учитывая условие $c_0=c_1=c_2$, получаем:

$$p_* = 2\cdot 0{,}693692\cdot 10^6 \cdot \frac{0{,}207^2}{0{,}207^2 + 2\cdot 0{,}311^2} \cong 0{,}252\cdot 10^6 \text{ Па},$$

то есть 0,252 МПа, что составляет $\approx$ 2,57 атм.

101. Воспользуемся формулой для распределения амплитуд давления при набегании волны гидравлического удара на разветвление трубопровода, полученной при решении задачи № 99. Для амплитуды Δp волны давления, возбужденной в ответвлении ($d_1 = 0{,}207$ м) эта формула дает:

$$\Delta p = 2\cdot 0{,}8\cdot \frac{0{,}514^2}{0{,}514^2 + 0{,}514^2 + 0{,}207^2} \cong 0{,}74 \text{ МПа}.$$

Эта волна движется к концу тупикового ответвления и, отражаясь от закрытого конца, удваивает свою амплитуду (см. решение задачи № 97): $\Delta p_{max} = 2\cdot 0{,}74 = 1{,}46$ МПа.

Таким образом, максимальное повышение давления у закрытого конца ответвления составляет 1,46 МПа ($\approx 14{,}9$ атм.), что представляет собой существенную опасность для целостности трубопровода.

102. Очевидно, что давление p_- *до* задвижки возрастает, а давление p_+ *после* нее убывает. Вычислим эти изменения.

Скорость c распространения волн давления в трубопроводе находится по формуле (62):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{735}{10^9} + \dfrac{735\cdot 0{,}361}{2\cdot 10^{11}\cdot 0{,}008}}} \cong 1054 \text{ м/с}.$$

Скорость v перекачки находится через расход:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4\cdot 600/3600}{3{,}14\cdot 0{,}361^2} \cong 1{,}629 \text{ м/с}.$$

Амплитуда Δp волны гидравлического удара рассчитывается по формуле (62) Н.Е. Жуковского

$$\Delta p = \rho_0 c v = 735\cdot 1054\cdot 1{,}629 \cong 1{,}262\cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Отсюда следует, что давление *до* задвижки повысится на $\delta p_- = 1{,}262$ МПа и станет равным 0,5 + 1,262 = 1,762 МПа, то есть $\approx$ 18 атм.

Однако давление p_+ *после* задвижки не может снизиться на 1,262 МПа, поскольку при снижении давления до значения $p_у = 70$ кПа бензин вскипает и в трубопроводе возникает парогазовая полость. Следовательно, давление после задвижки снизится всего на $\delta p_+ = 0{,}5 - 0{,}07 = 0{,}43$ МПа и станет равным 70 кПа, то есть в трубе образуется вакуум $\cong 0{,}29$ атм.

103. Если кран мгновенно открыть, то первоначально покоившаяся жидкость придет в движение, причем влево (вверх по потоку) будет распространяться волна разгрузки, а вправо (вниз по потоку) - волна сжатия. Скорость c этих волн определяется формулой (62):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{870}{1{,}3\cdot 10^9} + \dfrac{870\cdot 0{,}311}{2\cdot 10^{11}\cdot 0{,}007}}} \cong 1077 \text{ м/с}.$$

Обозначим через p_* и v_* значения давления и скорости течения нефти, соответственно, которые установятся в сечении крана сразу же вслед за его открытием. Имеют место следующие уравнения:

$$p_л - p_* = -\rho_0 c\cdot(0 - v_*),$$

$$p_* - p_п = \rho_0 c\cdot(v_* - 0),$$

где $p_л, p_п$ – значения давлений в левой и правой полостях нефтепровода, соответственно. Сложив эти равенства почленно, получим:

$$v_* = \frac{p_л - p_п}{2\rho_0 c}.$$

Отсюда находим:

$$v_* = \frac{(2{,}0 - 0{,}2)\cdot 10^6}{2\cdot 870\cdot 1077} \cong 0{,}96\,\text{м/с}.$$

Следовательно, расход Q, который установится в месте расположения крана сразу же после открытия последнего, составит:

$$Q = 0{,}96\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}311^2}{4}3600 = 262{,}4\,\text{м}^3/\text{ч}.$$

104. Решение этой задачи основывается на использовании формулы, полученной при решении задачи № 99 о распаде волны давления в месте разветвлении трубопровода.

При открытии отвода жидкость мгновенно приобретает скорость v:

$$v = \frac{4\cdot 80/3600}{3{,}14\cdot 0{,}146^2} \cong 1{,}328\,\text{м/с.},$$

вызывающую скачок давления $\Delta p = -\rho_0 v\cdot c_0$, где c_0 – скорость распространения волны давления:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{735}{10^9} + \dfrac{735\cdot 0{,}146}{2\cdot 10^{11}\cdot 0{,}005}}} \cong 1090\,\text{м/с}.$$

Отсюда $\Delta p = -735\cdot 1{,}328\cdot 1090 \cong 1{,}064$ МПа.

Волна разгрузки, вызванная истечением жидкости через отвод, доходит до основной магистрали и вызывает в ней две новые волны разгрузки с амплитудами $\Delta p_1 = \Delta p_2$, распространяющиеся вверх и вниз по потоку. Согласно решению задачи № 99, амплитуды этих волн рассчитываются по формуле

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 = -2\cdot\Delta p\cdot\frac{d_0{}^2/c_0}{d_0{}^2/c_0 + 2\cdot d^2/c}, \quad (*)$$

где $\Delta p = 1{,}064$ МПа - амплитуда падающей волны; d_0 – внутренний диаметр отвода ($d_0 = 0146$ м); d – внутренний диаметр трубопровода ($d = 0{,}313$ м); $c_0 = 1090$ м/с; c – скорость волны давления в основной магистрали.:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{735}{10^9} + \dfrac{735 \cdot 0{,}313}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}006}}} \cong 1039 \text{ м/с.}$$

Подставив в формулу (*) численные значения величин, получим:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 = -2 \cdot 1{,}064 \cdot \frac{0{,}146^2 / 1090}{0{,}146^2 / 1090 + 2 \cdot 0{,}313^2 / 1039} \cong -0{,}2 \text{ МПа.}$$

Таким образом, мгновенное открытие отвода приводит к возникновению в основной магистрали двух волн разгрузки с амплитудами 0,2 МПа, распространяющихся вверх и вниз по потоку от места врезки отвода. Та из волн, которая движется по направлению к последующей перекачивающей станции и достигает ее примерно за $5000/1039 \cong 4{,}8$ с, не успевает затухнуть и снижает давление в линии всасывания насосов станции на 0,2 МПа, то есть до значения 0,2 МПа. По условию задачи, кавитационный запас насосов составляет 40 м или $40 \cdot 735 \cdot 9{,}81 \cong 0{,}288 \cdot 10^6$ Па, что выше того значения (0,2 МПа), до которого может упасть давление в линии всасывания. Следовательно, мгновенное включение отвода с указанным расходом (80 м^3/ч) отбора представляет опасность нормальному функционированию участка. Возможный выход - уменьшить расход отбора путем частичного прикрытия входной задвижки на нефтебазе или открывать эту задвижку достаточно медленно.

105. Скорость v жидкости *за* фронтом волны давления равна Q/S, а амплитуда волны определяется формулой (63):

$$\Delta p = \rho_0 c v = \rho_0 c \cdot Q/S,$$

в которой $Q-$ расход жидкости; $S-$ площадь поперечного сечения трубопровода; $c-$ скорость распространения волны давления.

После отражения волны от резервуара она движется в обратном направлении со скоростью $-c$, давление *за* ней остается первоначальным, а скорость w жидкости неизвестна. Согласно той же формуле (63) Н.Е. Жуковского,

$$-\Delta p=-\rho_0 c\cdot(w-v).$$

Учитывая, что $\Delta p=\rho_0 cv$, получаем:

$$w=2\cdot v,$$

то есть расход истечения сразу же после отражения волны станет равным 2 Q.

106. Умножая второе уравнение системы на c и складывая результат с первым уравнением, получаем:

$$\left[\frac{\partial \hat{p}}{\partial t}+c\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right]+\rho_0 c\cdot\left[\frac{\partial v}{\partial t}+c\frac{\partial v}{\partial x}\right]=0.$$

Аналогично, умножая второе уравнение системы на c и вычитая результат из первого уравнения, получаем:

$$\left[\frac{\partial \hat{p}}{\partial t}-c\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right]-\rho_0 c\cdot\left[\frac{\partial v}{\partial t}-c\frac{\partial v}{\partial x}\right]=0.$$

Если учесть формулы дифференцирования *по направлению* на плоскости переменных (x,t):

$$\frac{\partial(\ )}{\partial t}+c\frac{\partial(\ )}{\partial x}=\frac{d}{dt}(\ )\text{ вдоль направления }\frac{dx}{dt}=+c,$$

$$\frac{\partial(\ )}{\partial t}-c\frac{\partial(\ )}{\partial x}=\frac{d}{dt}(\ )\text{ вдоль направления }\frac{dx}{dt}=-c,$$

то первое из полученных уравнений

$$\left[\frac{\partial \hat{p}}{\partial t}+c\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right]+\rho_0 c\cdot\left[\frac{\partial v}{\partial t}+c\frac{\partial v}{\partial x}\right]=\frac{d}{dt}(\hat{p}+\rho_0 c\cdot v)=0$$

можно трактовать как равенство 0 производной по направлению $dx/dt=+c$ на плоскости переменных (x,t) или *вдоль* линии $x = c \cdot t + \text{const.}$ Последнее означает, что комбинация $I_1 = \hat{p} + \rho_0 c \cdot v$ неизвестных функций $\hat{p}$ и v сохраняется *вдоль* прямых линий $x - ct = \text{const.}$ на плоскости (x,t).

Аналогично второе уравнение

$$\left[\frac{\partial \hat{p}}{\partial t} - c\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right] - \rho_0 c \cdot \left[\frac{\partial v}{\partial t} - c\frac{\partial v}{\partial x}\right] = \frac{d}{dt}(\hat{p} - \rho_0 c \cdot v) = 0$$

можно трактовать как равенство 0 производной по направлению $dx/dt = -c$ на плоскости переменных (x,t) или *вдоль* линии $x = -c \cdot t + \text{const.}$ Последнее означает, что комбинация $I_2 = \hat{p} - \rho_0 c \cdot v$ неизвестных функций $\hat{p}$ и v сохраняется *вдоль* прямых линий $x + ct = \text{const.}$ на плоскости (x,t).

Таким образом,

если $\eta = x - ct = \text{const.}$, то $I_1 = \hat{p}(x,t) + \rho_0 c \cdot v(x,t) = \text{const.}$,

если $\xi = x + ct = \text{const.}$, то $I_2 = \hat{p}(x,t) - \rho_0 c \cdot v(x,t) = \text{const.}$

Прямые $x - ct = \text{const.}$ и $x + ct = \text{const.}$ называются *характеристиками* системы (64) дифференциальных уравнений с частными производными, а величины $I_1(x,t)$ и $I_2(x,t)$ - инвариантами Римана.

107. Из решения предыдущей задачи (№ 106) следует, что плоскость переменных (x,t) можно покрыть двумя семействами параллельных прямых: одно из них - прямые положительного наклона $x - ct = \text{const.}$, вдоль них сумма $I_1 = \hat{p}(x,t) + \rho_0 c \cdot v(x,t)$ остается постоянной; другое - прямые отрицательного наклона $x + ct = \text{const.}$, вдоль них остается постоянной сумма: $I_2 = \hat{p}(x,t) - \rho_0 c \cdot v(x,t)$.

На рис. 2.12. изображены линии $x - ct = \text{const.}$ и линии $x + ct = \text{const.}$, проходящие через точку $M(x,t)$ и пересекающие ось x (то есть прямую $t = 0$) в точках $A(x_1,0)$ и $B(x_2,0)$.

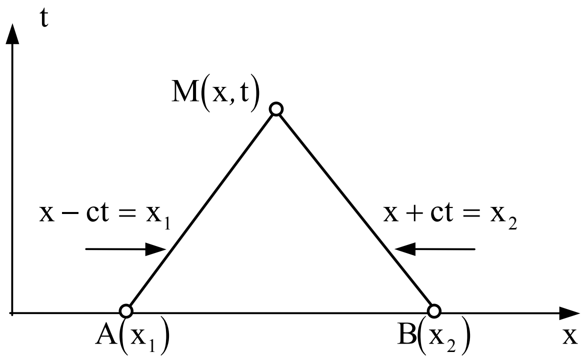


Рис. **2.12**. К решению задачи № 107

Уравнения этих прямых таковы: MA: $x - c \cdot t = x_1$ и MB: $x + c \cdot t = x_2$. Таким образом, справедливы следующие равенства:

$$\begin{cases} p_M + \rho_0 c \cdot v_M = p_A + \rho_0 c \cdot v_A, \\ p_M - \rho_0 c \cdot v_M = p_B - \rho_0 c \cdot v_B, \end{cases}$$

$$\begin{cases} p(x,t) + \rho_0 c \cdot v(x,t) = p(x_1,0) + \rho_0 c \cdot v(x_1,0), \\ p(x,t) - \rho_0 c \cdot (x,t) = p(x_2,0) - \rho_0 c \cdot v(x_2,0). \end{cases}$$

Отсюда получаем:

$$\begin{cases} p(x,t) + \rho_0 c \cdot v(x,t) = p(x-ct,0) + \rho_0 c \cdot v(x-ct,0), \\ p(x,t) - \rho_0 c \cdot (x,t) = p(x+ct,0) - \rho_0 c \cdot v(x+ct,0) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} p(x,t) + \rho_0 c \cdot v(x,t) = \varphi(x-ct) + \rho_0 c \cdot \psi(x-ct), \\ p(x,t) - \rho_0 c \cdot (x,t) = \varphi(x+ct) - \rho_0 c \cdot \psi(x+ct). \end{cases}$$

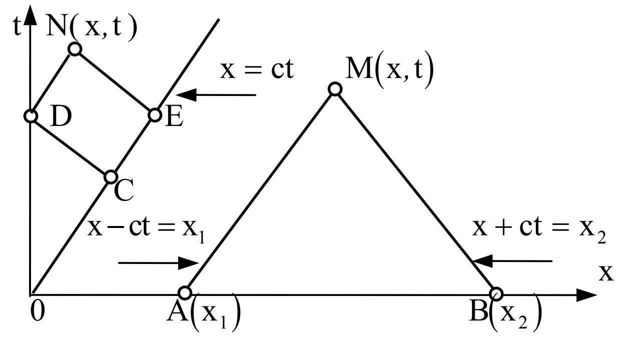
Складывая и вычитая эти уравнения, получаем выражение для давления $\hat{p}(x,t)$ и скорости $v(x,t)$ в точке M (x,t):

$$\hat{p}(x,t) = \frac{1}{2}\cdot[\varphi(x-ct)+\varphi(x+ct)] + \frac{\rho_0 c}{2}\cdot[\psi(x-ct)-\psi(x+ct)],$$

$$v(x,t) = \frac{1}{2\rho_0 c}\cdot[\varphi(x-ct)-\varphi(x+ct)] + \frac{1}{2}\cdot[\psi(x-ct)+\psi(x+ct)].$$

Эти формулы полностью определяют течение, возникающее в бесконечном трубопроводе из начального состояния. Формулы, как уже было сказано, называются формулами Даламбера.

108. Рассмотрим плоскость переменных (x,t) рис. 2.13. Через начало координат проведем прямую $x = ct$, отделяю-



$t = 0$**:** $v(x,0) = 0$**;** $\hat{p}(x,0) = p_0$

Рис. **2.13**. К решению задачи № 108

щую *возмущенную* область $(0 < x < ct)$ трубопровода, то есть область, захваченную возмущением, связанным с началом закачки жидкости через сечение $x = 0$, от невозмущенной области $(x > ct)$, в которой жидкость еще покоится. В любой точке $M(x,t)$ невозмущенной области $v = 0, \hat{p} = p_0$: Действительно, согласно формулам Даламбера (см. решение задачи № 107), получаем:

$$\hat{p}_M(x,t) = \frac{\hat{p}_A + \hat{p}_B}{2} + \rho_0 c \frac{v_A - v_B}{2} = \frac{p_0 + p_0}{2} + \rho_0 c \frac{0-0}{2} = p_0,$$

$$v_M(x,t) = \frac{\hat{p}_A - \hat{p}_B}{2\rho_0 c} + \frac{v_A + v_B}{2} = \frac{p_0 - p_0}{2\rho_0 c} + \rho_0 c \frac{0-0}{2} = 0.$$

Следовательно, при $x > ct$: $v = 0, \hat{p} = p_0$.

Теперь обратимся к возмущенной области трубопровода $0 < x < ct$. Вдоль прямой CD, имеющей наклон $-c$, имеет место равенства

$$\hat{p}_D - \rho_0 c \cdot v_D = \hat{p}_C - \rho_0 c \cdot v_C = p_0 - \rho_0 c \cdot 0 = p_0.$$

Поскольку величина $v_D = v(0,t) = \psi(t)$ известна по условию задачи, то находим: $\hat{p}_D = \hat{p}(0,t) = p_0 + \rho_0 c \cdot \psi(t)$. Таким образом, давления и скорости в начальном сечении трубопровода известны.

Найдем теперь давление и скорость течения в произвольной точке $N(x,t)$ возмущенной области. Имеем:

$$\hat{p}_N(x,t) = \frac{\hat{p}_D + \hat{p}_E}{2} + \rho_0 c \frac{v_D - v_E}{2},$$

$$v_N(x,t) = \frac{\hat{p}_D - \hat{p}_E}{2\rho_0 c} + \frac{v_D + v_E}{2}.$$

Поскольку $\hat{p}_E = p_0$, $v_E = 0$, $\hat{p}_D = p_0 + \rho_0 c \cdot v_D$, то

$$\hat{p}_N(x,t) = \frac{p_0 + \rho_0 c \cdot v_D + \hat{p}_0}{2} + \rho_0 c \frac{v_D - 0}{2},$$

$$v_N(x,t) = \frac{p_0 + \rho_0 c \cdot v_D - \hat{p}_0}{2\rho_0 c} + \frac{v_D + 0}{2}$$

или $\hat{p}_N(x,t) = p_0 + \rho_0 c \cdot v_D$, $v(x,t) = v_D$.

Заметим далее, что момент времени, к которому относится точка D, равен $t - x/c$, где $t -$ момент времени, в который ищется решение, поэтому:

$$\hat{p}_N(x,t) = p_0 + \rho_0 c \cdot v_D = p_0 + \rho_0 c \cdot v(0, t - x/c) = p_0 + \rho_0 c \cdot \psi(t - x/c).$$

$$v(x,t) = v_D = v(0, t - x/c) = \psi(t - x/c).$$

Полученное решение показывает, что возмущение скорости распространяется в виде бегущей волны вправо по трубопроводу от начального сечения со скоростью c, вызывая при этом бегущую волну давления, превышающего первоначальное его значение p_0 на величину $\rho_0 c v_D$, где v_D – скорость закачки, в начальном сечении трубопровода.

109. Значения скорости $v_ф$ и давления $p_ф$ *за* фронтом волны связаны со значениями тех же параметров *до* фронта волны формулой Н.Е. Жуковского

$$p_ф - p_0 = \rho_0 c \cdot \left(v_0 - v_ф\right). \qquad (*)$$

Помимо этого, состояние *за* фронтом волны удовлетворяет условию на характеристике $dx/dt = -c$ дифференциальных уравнений (64) движения жидкости (см. решение задачи № 106):

$$\frac{d}{dt}\left(p_ф - \rho_0 c \cdot v_ф\right) = \lambda_ф \frac{c}{d} \cdot \frac{\rho_0 v_ф^{\,2}}{2}. \qquad (**)$$

Наконец, в невозмущенном потоке *до* волны имеет место уравнение

$$\frac{dp}{dx} = -\lambda_0 \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho_0 v_0^{\,2}}{2}$$

или, если брать производную по времени в точках *перед* фронтом волны:

$$-c\frac{dp_0}{dx} = \frac{dp_0}{dt} = -\lambda_0 \frac{c}{d} \cdot \frac{\rho_0 v_0^{\,2}}{2}. \qquad (***)$$

Комбинируя уравнения (*),(**) и (***) , получаем уравнения для определения скорости $v_ф$:

$$\frac{dv_ф}{dt} = \frac{\lambda_0 v_0^{\,2} - \lambda_ф v_ф^{\,2}}{4d}.$$

Учитывая условия задачи $\lambda_0 v_0 = \lambda_ф v_ф$, имеем:

$$\frac{dv_ф}{dt}=\frac{\lambda_0 v_0{}^2}{4d}\left(1-\frac{v_ф}{v_0}\right),$$

откуда, принимая во внимание начальное условие $v_ф = 0$ при $t = 0$, находим:

$$v_ф(t) = v_0[1 - exp(-\lambda_0 v_0 t/4d)]$$

или

$$v_0 - v_ф = v_0 \cdot exp(-\lambda_0 v_0 t/4d).$$

Амплитуда волны есть $p(t) - p_0 = \rho_0 c \cdot (v_0 - v_ф)$, поэтому

$$\Delta p(t) = \rho_0 c v_0 \cdot exp(-\lambda_0 v_0 t/4d) = \Delta p_0 \cdot exp(-\lambda_0 v_0 t/4d).$$

110. Рассчитаем сначала исходный, невозмущенный, режим движения жидкости в трубопроводе. Для этого составим уравнение баланса напоров

$$h_п + \left(565 - 0{,}797 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2\right) = h_к + \lambda\frac{L}{d}\cdot\frac{v^2}{2g},$$

где $h_п, h_к$ – напоры перед насосом и в конце трубопровода; L – длина трубопровода; $d = D - 2\delta$ – его внутренний диаметр; Q – расход перекачки; v – средняя скорость. В терминах скорости это уравнение имеет вид:

$$565 - 59{,}54 \cdot v^2 = 8194 \cdot \lambda \cdot v^2.$$

Решая его методом итераций (последовательных приближений), находим: $\lambda_0 = 0{,}0214$, $v = 1{,}55$ м/с. Эта скорость соответствует расходу $Q_0 = 423{,}7$ м^3/ч. Из $(Q - H)$ – характеристики насоса находим соответствующий напор H_0:

$$H_0 = 30 + \left(565 - 0{,}797 \cdot 10^{-3} \cdot 423{,}7^2\right) = 451{,}9 \text{ м}.$$

Наконец, определяем давление p_0 в начале трубопровода: $p_0 = \rho_0 g H_0 = 840 \cdot 9{,}81 \cdot 451{,}9 = 3{,}724$ МПа.

Скорость c распространения волн давления в трубопроводе находится из первой формулы (62) Н.Е. Жуковского:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{840}{1{,}32\cdot 10^9} + \dfrac{840\cdot 0{,}311}{2\cdot 10^{11}\cdot 0{,}007}}} \cong 1102 \text{ м/с.}$$

Следовательно, волна пониженного давления дойдет до станции за $35000/1102 \cong 31{,}8$ с.

Чтобы определить амплитуду распространяющейся волны, нужно найти ее начальное значение Δp_0, определяемое разностью давлений в месте аварии *до* и *после* нее. Давление p_* в месте аварии было $p_* = \rho_0 g H_*$, где H_* – напор в месте аварии. Имеем:

$$H_* = H_0 - \lambda_0 \frac{L_*}{d}\cdot\frac{v_0^2}{2g} = 451{,}9 - 0{,}0214\cdot\frac{35000}{0{,}311}\cdot\frac{1{,}55^2}{2\cdot 9{,}81} \cong 157 \text{ м.}$$

$$p_* = \rho_0 g H_* = 840\cdot 9{,}81\cdot 157 \cong 1{,}294 \text{ МПа.}$$

Если принять атмосферное давление $\approx 0{,}1$ МПа, то разрыв трубопровода вызвал возникновение скачка разряжения величиной $p_* - p_{\text{атм.}} = 1{,}194$ МПа.

По мере движения волны разряжения к насосной станции скачок давления затухает и его амплитуда определяется формулой

$$\Delta p(t) = \Delta p_0 \cdot exp(-\lambda_0 v_0 t/4d),$$

см. решение задачи № 109. Подставив в эту формулу числовые данные, получим, что через 31,8 с скачок давления станет равным:

$$\Delta p(t{=}31{,}8\text{c}) = 1{,}194\cdot exp[-0{,}0214\cdot 1{,}55\cdot 31{,}8/(4\cdot 0{,}311)] \cong 0{,}51 \text{ МПа.}$$

По второй формуле (63) Н.Е. Жуковского можно определить, на сколько возрастает скорость жидкости непосредственно *за* фронтом волны. Обозначив это возрастание через Δv, получим:

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{\rho_0 c} = \frac{0{,}51 \cdot 10^6}{840 \cdot 1102} \cong 0{,}55 \text{ м/с}.$$

Таким образом, в момент прихода волны на насосную станцию скорость $v_ф$ течения *за* фронтом волны станет равной $1{,}55 + 0{,}55 = 2{,}1$ м/с, а давление: $p_ф = (3{,}724 - 0{,}51) = 3{,}214$ МПа.

Обозначим через p_1 и v_1 давление и скорость жидкости на входе насосной станции после того, как волна разряжения отразится от нее и пойдет в обратном направлении. Тогда, с одной стороны, эти величины удовлетворяют условию на $(Q - H)-$ характеристике станции:

1. $\dfrac{p_1}{\rho_0 g} - 30 = 565 - 59{,}54 \cdot v_1^{\,2}$,

а с другой - условию на фронте волны: $p_1 - p_ф = \rho_0 c \cdot (v_1 - v_ф)$, которое можно записать так:

2. $\dfrac{p_1}{\rho_0 g} - \dfrac{p_ф}{\rho_0 g} = \dfrac{c}{g} \cdot (v_1 - v_ф)$.

Получаем систему 2-х уравнений для определения p_1 и v_1.

$$\begin{cases} \dfrac{p_1}{\rho_0 g} = 595 - 59{,}54, \\ \dfrac{p_1}{\rho_0 g} = 112{,}33 \cdot v_1 + 154{,}1. \end{cases}$$

Исключив из этой системы $p_1/\rho_0 g$, получим квадратное уравнение для определения скорости v_1:

$$59{,}54 \cdot v_1^{\,2} + 112{,}33 \cdot v_1 - 440{,}9 = 0.$$

Отсюда находим, что $v_1 = 1{,}94$ м/с ($Q = 530$ м^3/ч).

Из первого уравнения системы находим давление p_1:

$$p_1 = \rho_0 g \cdot \left(595 - 59{,}54 \cdot v_1^{\,2}\right) = 840 \cdot 9{,}81 \cdot \left(595 - 59{,}54 \cdot 1{,}94^2\right) \cong 3{,}056 \text{ МПа}.$$

Таким образом, давление на станции упадет с 3,724 до 3,056 МПа, то есть уменьшится на 0,668 МПа, а расход увеличится с 423,7 до 530 м^3/ч, то есть на 106,3 м^3/ч.

111. Поскольку интерес представляют моменты времени, далекие от начального, то используем уравнения (68) с представлением (69) скорости через градиент давления

$$\frac{\partial \hat{p}(x,t)}{\partial t} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 \hat{p}(x,t)}{\partial x^2}, \quad (*)$$

где $a^2 = c^2/b -$ постоянный коэффициент. При этом скорость $v(x,t)$ течения определяется выражением:

$$v(x,t) = -1/b\rho_0 \cdot \partial p(x,t)/\partial x. \quad (**)$$

Дифференцируя уравнение (*) по x и учитывая выражение (**), находим, что скорость $v(x,t)$ течения также удовлетворяет уравнению типа теплопроводности:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}. \quad (***)$$

Сначала оценим коэффициент b, для чего определим начальную $v_н$ и конечную $v_к$ скорости течения жидкости:

$$v_н = \frac{4Q_0}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 2200/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}704^2} \cong 1{,}57 \text{ м/с},$$

$$v_к = \frac{4Q_0}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 1600/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}704^2} \cong 1{,}14 \text{ м/с}.$$

Соответственно этому вычисляем коэффициенты $\lambda_0 = \lambda_н$ и $\lambda_1 = \lambda_к$ гидравлического сопротивления, убедившись предварительно, что течение происходит в режиме *гладкого* трения:

$$Re_н = \frac{1{,}57 \cdot 0{,}704}{25 \cdot 10^6} \cong 44211, \lambda_н = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{44211}} \cong 0{,}0218;$$

$$Re_к = \frac{1{,}14 \cdot 0{,}704}{25 \cdot 10^6} \cong 32100, \lambda_к = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{32100}} \cong 0{,}0236.$$

Можно также вычислить скорость c распространения волн давления в трубопроводе:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{900}{1{,}3\cdot 10^9} + \dfrac{900\cdot 0{,}704}{2\cdot 10^{11}\cdot 0{,}008}}} \cong 959 \text{ м/с}.$$

После этого можно рассчитать параметры b и a линеаризации:

$$b_н = \frac{\lambda_н v_н}{2d} = \frac{0{,}0218\cdot 1{,}57}{2\cdot 0{,}704} \cong 0{,}0243\, с^{-1},$$

$$b_к = \frac{\lambda_к v_к}{2d} = \frac{0{,}0218\cdot 1{,}14}{2\cdot 0{,}704} \cong 0{,}0177\, с^{-1},$$

$$b = 0{,}5\cdot\left(b_н + b_к\right) = 0{,}5\cdot\left(0{,}0243 + 0{,}0177\right) = 0{,}021\ с^{-1}.$$

$$a = c\big/\sqrt{b} = 959\big/\sqrt{0{,}021} \cong 0{,}66\cdot 10^4\ м\big/\sqrt{с}\,.$$

Обратимся теперь к решению уравнения. Поскольку участок трубопровода имеет длину 200 км, то волна возмущения достигнет сечения $x = 75$ км примерно за 75 с, а отраженная от конца участка она вернется в это сечение не ранее, чем через 250 с, при этом $75 + 250 = 325 > 300$ с. Эта оценка дает основание рассматривать нестационарный процесс на участке $0 < x < 75000$ трубопровода в течение первых 5 мин как происходящий в полубесконечном трубопроводе, то есть трубопроводе, неограниченно простирающемся вправо от начального сечения. Отсюда решение уравнения (***) ищем при следующих начальных и краевых условиях:

$$v(x,0) = v_н,\ v(0,t) = v_к,\ v(\infty,t) = v_н.$$

Аналогично формуле (72) находим:

$$v(x,t) = v_н + (v_к - v_н)\cdot\left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{x/2a\sqrt{t}} e^{-\varsigma^2}\,d\varsigma\right],$$

или в терминах расходов:

$$Q(x,t) = Q_н + (Q_к - Q_н) \cdot \mathrm{erfc}\left(x \big/ 2a\sqrt{t}\right),$$

где $\mathrm{erfc} Z = 1 - 2 \Big/ \sqrt{\pi} \cdot \int\limits_0^Z e^{-\varsigma^2} d\varsigma$ - так называемая функция *эрфик*, выражающаяся через *интеграл ошибок*, часто встречающийся в математической статистике; для этой функции имеются специальные таблицы.

Итак, имеем:

$$Q(x,t) = 2200 + (1600 - 2200) \cdot \mathrm{erfc}\left(x \big/ 2a\sqrt{t}\right).$$

Для сечения $x = 75000$ м находим:

$$Q(t) = 2200 - 600 \cdot \mathrm{erfc}\left[75000 \Big/ \left(2 \cdot 0{,}66 \cdot 10^4 \sqrt{t}\right)\right]$$ или

$$Q(t) = 2200 - 600 \cdot \mathrm{erfc}\left(5{,}68 \big/ \sqrt{t}\right).$$

Полагая последовательно $t =$ 120, 180, 240,...,900 и 1200 с, находим (см. таблицы специальных функций):

t, с	$\mathrm{erfc}\left(5{,}68/\sqrt{t}\right)$	$Q(t)$, м^3/ч
120	0,46	1924
180	0,54	1876
240	0,60	1840
300	0,64	1816
600	0,74	1756
900	0,80	1720
1200	0,84	1696

Таким образом, $Q(5\text{мин}) = 1816$ м^3/ч.

112. Поскольку интерес представляют моменты времени, достаточно удаленные от начального ($t \geq L/c = 100$ с), то для расчета давления можно использовать уравнение (68)

$$\frac{\partial \hat{p}(x,t)}{\partial t} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 \hat{p}(x,t)}{\partial x^2}.$$

Это уравнение нужно решать в области $x > 0$. Если же под $\hat{p}(x,t)$ понимать *отклонение* давления от начального распределения, то начальное условие для рассматриваемого уравнения следует принять в виде: $\hat{p}(x,0) = 0$. Кроме того, нужно использовать краевое условие (то есть условие при $x = 0, t > 0$), отражающая понижение давления $\Delta p_0 = -0{,}7$ МПа в начальном сечении трубопровода. Тогда решение такой задачи имеем вид:

$$\hat{p}(x,t) = \Delta p_0 \cdot \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^{x/2a\sqrt{t}} e^{-\varsigma^2} d\varsigma\right) = \Delta p_0 \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right).$$

где $\operatorname{erfc} Z = 1 - 2\Big/\sqrt{\pi} \cdot \int\limits_0^Z e^{-\varsigma^2} d\varsigma$ - функция, так называемый *эрфик*, выражающаяся через *интеграл ошибок*, встречающийся в математической статистике. Для этой функции составлены специальные таблицы.

Подставляя в полученное решение исходные данные $\Delta p_0 = -0{,}7$ МПа и $\hat{p}\left(10^5, t\right) = -0{,}25$ при $x = 10^5$ м, имеем уравнение: $-0{,}25 = -0{,}7 \cdot \operatorname{erfc}\left(10^5 / 2a\sqrt{t}\right)$ для определения искомого момента t времени. Однако для решения этого уравнения необходимо вычислить значения коэффициента a, см. формулы $(67)-(69)$.

Сначала определяем скорость $v_н$ течения жидкости:

$$v_н = \frac{4 \cdot 600/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}361^2} \cong 1{,}63 \text{ м/с}.$$

Затем находим соответствующее ей значение коэффициента $\lambda_н$ гидравлического сопротивления:

$$Re_н = \frac{1{,}63 \cdot 0{,}361}{9 \cdot 10^{-6}} \cong 65380\,,\ \lambda_н = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{65380}} \cong 0{,}0198\,.$$

Рассчитываем скорость c распространения волн давления в трубопроводе:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{840}{1{,}1\cdot 10^9} + \dfrac{840\cdot 0{,}361}{2\cdot 10^{11}\cdot 0{,}008}}} \cong 1024\ \text{м/с}.$$

После этого вычисляем коэффициент b:

$$b = \frac{\lambda_н v_н}{2d} = \frac{0{,}0198\cdot 1{,}63}{2\cdot 0{,}361} \cong 0{,}0447\,.$$

И, наконец, учитывая, что скорость $v_н$ течения изменяется незначительно, находим значение коэффициента a:

$$a = \sqrt{1024^2/0{,}0447} \cong 0{,}484\cdot 10^4\ \text{м}/\sqrt{\text{c}}\,.$$

После этого имеем:

$$-0{,}25 = -0{,}7\cdot \operatorname{erfc}\left[10^5\Big/\left(2\cdot 0{,}484\cdot 10^4\cdot \sqrt{t}\right)\right],$$

откуда, используя таблицы значений функции $\operatorname{erfc}Z$, находим, что $t \cong 250$ с.

2.8. Последовательная перекачка нефтепродуктов

115. Плотность $\rho_с$ смеси находится по формуле (74)

$$\rho_с = \rho_1\cdot c_1 + \rho_2\cdot c_2\,,$$

в которой концентрации $c_1 = 30/100 = 0{,}3$ и $c_2 = 70/100 = 0{,}7$.

Таким образом:

$$\rho_с = 735\cdot 0{,}3 + 840\cdot 0{,}7 = 808{,}5\ \text{кг/м}^3.$$

116. Объем $V_к$ керосина в смеси равен $400/\rho_1$ м^3, объем $V_д$ дизельного топлива - $100/\rho_2$ м^3. Объем $V_с$ их смеси находится как сумма этих величин:

$$V_с = V_к + V_д = 400/780 + 100/835 \cong 0{,}633\ \text{м}^3.$$

Плотность $\rho_с$ смеси равна ее массе ($400 + 100 = 500$ кг), деленной на объем $V_с$:

$\rho_c = 500/0,633 \cong 790$ кг/м^3.

117. Вычисляем сначала массу M смеси:

$M = 0,4 \cdot 780 + (0,5 - 0,4) \cdot 840 = 396$ кг.

Затем находим плотность ρ_c смеси:

$\rho_c = 396/0,5 = 792$ кг/ м^3.

118. Согласно формуле (75) имеем:

$c_1 = \dfrac{810 - 840}{735 - 840} \cong 0,29$ и $c_2 = \dfrac{810 - 735}{840 - 735} \cong 0,71$.

119. Согласно формуле (75) имеем:

$c_1 = \dfrac{750 - 730}{780 - 730} \cong 0,4$.

120. Концентрация c дизельного топлива в смеси находится по формуле (75):

$c = \dfrac{780 - 735}{840 - 735} \cong 0,429$.

Это означает, в 150 м^3 смеси содержится $150 \cdot 0,429 = 64,35$ м^3 дизельного топлива. Следовательно, концентрация θ дизельного топлива в резервуаре с бензином после добавления в него смеси определяется равенством:

$\theta = \dfrac{64,35}{8000 + 150} \cong 0,0079$ или 0,79 %.

121. Обозначим искомый объем смеси через V_c и определим концентрацию c бензина в смеси:

$c = \dfrac{800 - 840}{730 - 840} \cong 0,364$.

После этого найдем, сколько бензина содержится в объеме V_c смеси. Очевидно, что это количество представляется выражением $0,364 \cdot V_c$. Поскольку далее известно, что концентрация бензина в резервуаре не должна превысить 0,2 %, составим неравенство

$$\frac{0,364\cdot V_c}{12000+V_c}\le 0,002 \Rightarrow V_c \le 66,3\ \text{м}^3.$$

122. Обозначим максимально возможный объем смеси, который можно добавить в резервуар с бензином, через V_c. Концентрация c дизельного топлива в смеси находится по формуле (75):

$$c=\frac{780-730}{835-730}\cong 0,476.$$

После этого найдем, сколько дизельного топлива содержится в объеме V_c смеси. Очевидно, что это количество представляется выражением $0,476\cdot V_c$. Поскольку далее известно, что концентрация дизельного топлива в резервуаре не должна превысить 0,12 %, составим неравенство

$$\frac{0,476\cdot V_c}{17000+V_c}\le 0,0012 \Rightarrow V_c \le 43,0\ \text{м}^3.$$

Ответ. 43 м^3.

123. Предельно допустимая концентрация $\theta_{Д/Б}$ рассчитывается по формуле (76):

$$\theta_{Д/Б}=\frac{(185-180)\cdot(185+180-248)}{28\cdot(840-753)}\cong 0,24\,\%.$$

124. Предельно допустимая концентрация $\theta_{Б/Д}$ рассчитывается по формуле (77):

$$\theta_{Б/Д}=\frac{11,37}{45+55}\cdot lg\frac{45}{40}\cdot 100\cong 0,58\,\%.$$

125. Сначала определяем предельно допустимую концентрацию $\theta_{Д/Б}$ дизельного топлива в бензине:

$$\theta_{Д/Б}=\frac{(185-181)\cdot(185+181-248)}{28\cdot(835-753)}\cong 0,206\,\%.$$

Затем вычисляем концентрацию c дизельного топлива в смеси:

$$c = \frac{760-730}{835-730} \cong 0,286.$$

После этого, обозначив добавляемый объем смеси через V_c, составляем неравенство:

$$\frac{0,286 \cdot V_c}{8000+V_c} \le 0,00206 \Rightarrow\ V_c \le 58,0\ \text{м}^3.$$

Следовательно, максимальный объем смеси бензина с дизельным топливом, который можно добавить в резервуар с бензином, составляет 58 м^3.

126. Сначала определяем предельно допустимую концентрацию $\theta_{Б/Д}$ бензина в дизельном топливе:

$$\theta_{Б/Д} = \frac{11,37}{68+55} \cdot lg\frac{68}{62} \cdot 100 \cong 0,37\ \%.$$

Затем вычисляем концентрацию c бензина в смеси:

$$c = \frac{805-840}{730-840} \cong 0,318.$$

После этого, обозначив добавляемый объем смеси через V_c, составляем неравенство:

$$\frac{0,318 \cdot V_c}{10000+V_c} \le 0,0037 \Rightarrow\ V_c \le 212\ \text{м}^3.$$

Следовательно, максимальный объем смеси бензина с дизельным топливом, который можно добавить в резервуар с дизельным топливом, составляет 212 м^3.

127. Объем V_c смеси в симметричных пределах концентрации (от 1 до 99 %) рассчитывается по формуле (82), поэтому найдем сначала коэффициенты $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$ гидравлического сопротивления, вычисленные по параметрам перекачки бензина и дизельного топлива, соответственно. Имеем:

$$Q = 1100\ \text{м}^3/\text{ч},\ d = D - 2\delta = 0,530 - 2 \cdot 0,008 = 0,514\ \text{м},$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,25}{514} \cong 0,0005;\ v = \frac{4 \cdot 1100/3600}{3,14 \cdot 0,514^2} \cong 1,47\ \text{м/с},$$

$$Re_{Б} = \frac{1,47 \cdot 0,514}{0,6 \cdot 10^{-6}} \cong 1259300,\ \lambda_Б = 0,11 \cdot 0,0005^{0,25} \cong 0,0164,$$

$$Re_{Д} = \frac{1,47 \cdot 0,514}{9 \cdot 10^{-6}} \cong 83953,$$

$$\lambda_Д = 0,11 \cdot (0,0005 + 68/83953)^{0,25} \cong 0,0209,$$

$$V = 750000 \cdot 3,14 \cdot 0,514^2/4 \cong 155545\ \text{м}^3,$$

$$(0,514/750000)^{0,43} \cong 2,236 \cdot 10^{-3},$$

$$V_с = 10^3 \cdot \left(0,0164^{1,8} + 0,0209^{1,8}\right) \cdot 2,236 \cdot 10^{-3} \cdot 155545 \cong 542\ \text{м}^3.$$

128. Объем $V_с$ смеси в симметричных пределах концентрации (от 1 до 99 %) рассчитывается по формуле (82), поэтому найдем сначала коэффициенты $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$ гидравлического сопротивления, вычисленные по параметрам перекачки бензина и дизельного топлива, соответственно. Имеем:

$$Q = 500\ \text{м}^3/\text{ч},\ d = D - 2\delta = 0,377 - 2 \cdot 0,007 = 0,361\ \text{м},$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,19}{361} \cong 0,00053;\ v = \frac{4 \cdot 500/3600}{3,14 \cdot 0,361^2} \cong 1,358\ \text{м/с},$$

$$Re_Б = \frac{1,358 \cdot 0,361}{0,8 \cdot 10^{-6}} \cong 612798,\ \lambda_Б = 0,11 \cdot 0,00053^{0,25} \cong 0,0167,$$

$$Re_Д = \frac{1,358 \cdot 0,361}{10 \cdot 10^{-6}} \cong 49024,$$

$$\lambda_Д = 0,11 \cdot (0,00053 + 68/49024)^{0,25} \cong 0,0230,$$

$$V = 420000 \cdot 3,14 \cdot 0,361^2/4 \cong 42967\ \text{м}^3,$$

$$(0,361/420000)^{0,43} \cong 2,465 \cdot 10^{-3},$$

$$V_с = 10^3 \cdot \left(0,0167^{1,8} + 0,023^{1,8}\right) \cdot 2,465 \cdot 10^{-3} \cdot 42967 \cong 186\ \text{м}^3.$$

129. Объем $V_с$ смеси в симметричных пределах концентрации (от 1 до 99 %) рассчитывается по формуле (82), поэтому найдем сначала коэффициенты $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$ гидравлического сопротивления, вычисленные по параметрам перекачки бензина и дизельного топлива, соответственно. Имеем:

$$Q = 400 \text{ м}^3/\text{ч},\ d = D - 2\delta = 0{,}325 - 2\cdot 0{,}007 = 0{,}311 \text{ м},$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}2}{311} \cong 0{,}0006;\ v = \frac{4\cdot 400/3600}{3{,}14\cdot 0{,}311^2} \cong 1{,}463 \text{ м/с},$$

$$Re_Б = \frac{1{,}463\cdot 0{,}311}{0{,}6\cdot 10^{-6}} \cong 758320,\ \lambda_Б = 0{,}11\cdot 0{,}0006^{0{,}25} \cong 0{,}0172,$$

$$Re_Д = \frac{1{,}463\cdot 0{,}311}{9\cdot 10^{-6}} \cong 50555,$$

$$\lambda_Д = 0{,}11\cdot(0{,}0006 + 68/50555)^{0{,}25} \cong 0{,}0231,$$

$$V = 650000\cdot 3{,}14\cdot 0{,}311^2/4 \cong 49352 \text{ м}^3,$$

$$(0{,}311/650000)^{0{,}43} \cong 1{,}916\cdot 10^{-3},$$

$$V_c = 10^3\cdot\left(0{,}0172^{1{,}8} + 0{,}0231^{1{,}8}\right)\cdot 1{,}916\cdot 10^{-3}\cdot 49352 \cong 170 \text{ м}^3.$$

130. Отношение объемов смеси в *новом* и *старом* режимах равно $\left(\lambda_Б^{\ 1{,}8} + \lambda_Д^{\ 1{,}8}\right)_{нов}\Big/\left(\lambda_Б^{\ 1{,}8} + \lambda_Д^{\ 1{,}8}\right)_{ст}$, поэтому вычисляем сначала коэффициенты гидравлического сопротивления в этих режимах. В старом режиме имеем:

$$Q = 1200 \text{ м}^3/\text{ч},\ v \cong 1{,}607 \text{ м/с},$$

$$Re_Б \cong 1376663,\ \lambda_Б \cong 0{,}0159,$$

$$Re_Д \cong 103250,\ \lambda_Д \cong 0{,}0198,$$

$$\kappa_{ст} = \left(0{,}0159^{1{,}8} + 0{,}0198^{1{,}8}\right) = 1{,}4378\cdot 10^{-3}.$$

В новом режиме имеем:

$$Q = 800 \text{ м}^3/\text{ч},\ v \cong 1{,}0715 \text{ м/с},$$

$$Re_Б \cong 917918,\ \lambda_Б \cong 0{,}0161,$$

$$Re_Д \cong 68844,\ \lambda_Д \cong 0{,}0212,$$

$$\kappa_{нов.} = \left(0{,}0161^{1{,}8} + 0{,}0212^{1{,}8}\right) = 1{,}5634\cdot 10^{-3}.$$

Отношение объемов смеси составляет:

$$\kappa_{нов.}/\kappa_{ст.} = \left(1,5634\cdot 10^{-3}\right)/\left(1,4378\cdot 10^{-3}\right) \cong 1,087,$$

то есть объем смеси увеличится примерно на 8,7 % независимо от протяженности нефтепродуктопровода.

131. Отношение объемов смеси в *новом* и *старом* режимах равно $\left(\lambda_Б^{\ 1,8} + \lambda_Д^{\ 1,8}\right)_{нов.} / \left(\lambda_Б^{\ 1,8} + \lambda_Д^{\ 1,8}\right)_{ст.}$, поэтому вычисляем сначала коэффициенты гидравлического сопротивления в этих режимах. В старом режиме имеем:

$Q = 140$ м^3/ч, $v \cong 0,512$ м/с,

$Re_Б \cong 199040$, $\lambda_Б \cong 0,0168$,

$Re_Д \cong 19904$, $\lambda_Д \cong 0,0270$,

$\kappa_{ст.} = \left(0,0168^{1,8} + 0,027^{1,8}\right) = 2,1403\cdot 10^{-3}$.

В новом режиме имеем:

$Q = 300$ м^3/ч, $v \cong 1,0976$ м/с,

$Re_Б \cong 426676$, $\lambda_Б \cong 0,0151$,

$Re_Д \cong 42668$, $\lambda_Д \cong 0,0226$,

$\kappa_{нов.} = \left(0,0151^{1,8} + 0,0226^{1,8}\right) = 1,617\cdot 10^{-3}$.

Отношение объемов смеси составляет:

$$\kappa_{нов.}/\kappa_{ст.} = \left(1,617\cdot 10^{-3}\right)/\left(2,1403\cdot 10^{-3}\right) \cong 0,756,$$

то есть объем смеси уменьшится примерно в 1,324 раза независимо от протяженности нефтепродуктопровода.

132. Объем смеси в трубопроводе с переменным диаметром находится по формуле (83), имеющей для данного случая вид:

$$V_c = \left(V_{c1}^{\ 1/0,57} + V_{c2}^{\ 1/0,57}\right)^{0,57},$$

поэтому найдем объемы V_{c1} и V_{c2} смеси для каждого из участков трубопровода, имеющих постоянный диаметр.

1) $Q = 300$ м^3/ч, $v \cong 0,815$ м/с,

$Re_Б \cong 490107$, $\lambda_Б \cong 0,0149$,

$Re_Д \cong 36777$, $\lambda_Д \cong 0,0234$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0149^{1,8}+0,0234^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,361}{3\cdot 10^5}\right)^{0,43}\cdot 30691\cong 146,4\ \text{м}^3.$$

2) $Q = 300$ м^3/ч, $v \cong 1,0836$ м/с,

$Re_Б \cong 565267$, $\lambda_Б \cong 0,0147$,

$Re_Д \cong 42396$, $\lambda_Д \cong 0,0227$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0147^{1,8}+0,0227^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,313}{2\cdot 10^5}\right)^{0,43}\cdot 15381\cong 78,5\ \text{м}^3.$$

Теперь можно вычислить общий объем V_c смеси:

$$V_c=\left(146,4^{1/0,57}+78,5^{1/0,57}\right)^{0,57}\cong 173\ \text{м}^3.$$

133. Объем смеси в трубопроводе с переменным диаметром находится по формуле (83), имеющей для данного случая вид:

$$V_c=\left(V_{c1}^{\ 1/0,57}+V_{c2}^{\ 1/0,57}+V_{c3}^{\ 1/0,57}\right)^{0,57},$$

поэтому найдем объемы V_{c1}, V_{c2} и V_{c3} смеси для каждого из участков трубопровода, имеющих постоянный диаметр.

1) $Q = 400$ м^3/ч, $v \cong 0,536$ м/с,

$Re_Б \cong 459173$, $\lambda_Б \cong 0,0150$,

$Re_Д \cong 68876$, $\lambda_Д \cong 0,0204$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0150^{1,8}+0,0204^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,514}{3\cdot 10^5}\right)^{0,43}\cdot 62218\cong 294,5\ \text{м}^3.$$

2) $Q = 400$ м^3/ч, $v \cong 1,086$ м/с,

$Re_Б \cong 653476$, $\lambda_Б \cong 0,0145$,

$Re_Д \cong 98011$, $\lambda_Д \cong 0,0190$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0145^{1,8}+0,0190^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,361}{2\cdot 10^5}\right)^{0,43} 20460\cong 89,3\ \text{м}^3.$$

3) $Q = 400$ м^3/ч, $v \cong 1,463$ м/с,

$Re_Б \cong 758322$, $\lambda_Б \cong 0,0144$,

$Re_Д \cong 113748$, $\lambda_Д \cong 0,0185$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0144^{1,8}+0,0185^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,311}{2,5\cdot 10^5}\right)^{0,43}\cdot 18981\cong 68,2\ \text{м}^3.$$

Теперь можно вычислить общий объем V_c смеси:

$$V_c = \left(294,5^{1/0,57} + 89,3^{1/0,57} + 68,2^{1/0,57}\right)^{0,57} \cong 327\ \text{м}^3.$$

134. Для того чтобы учесть влияние первичной технологической смеси на общий объем V_c образующейся смеси, увеличим длину трубопровода на некоторую величину $L_ф$ такую, чтобы при тех же условиях перекачки, но с мгновенной сменой нефтепродукта на станции, в нем образовалось 75 м^3 смеси на расстоянии $L_ф$ от начала трубопровода. Для этого составим уравнение:

$$75 = 10^3 \cdot \left(\lambda_Б^{1,8} + \lambda_Д^{1,8}\right) \cdot \left(\frac{d}{L_ф}\right)^{0,43} \cdot \left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot L_ф\right).$$

Для его решения вычислим $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$. Имеем:

$$v = \frac{4 \cdot (1100/3600)}{3,14 \cdot 0,516^2} \cong 1,462\ \text{м/с},$$

$Re_Б = 1257320$, $Re_Д = 188598$,

$\lambda_Б = 0,0159$, $\lambda_Д = 0,0182$ и далее:

$$75 = 10^3 \cdot \left(0,0159^{1,8} + 0,0182^{1,8}\right) \cdot \left(\frac{0,516}{L_ф}\right)^{0,43} \cdot \left(\frac{3,14 \cdot 0,516^2}{4} \cdot L_ф\right).$$

Решив это уравнение, найдем: $L_ф \cong 30853$ м.

Будем теперь считать, что рассматриваемый нефтепродуктопровод имеет протяженность не 250 км, а 250 + + 30,853 = 280,853 км. Рассчитаем объем V_c образующейся смеси:

$$V_c = 10^3 \cdot \left(\lambda_Б^{1,8} + \lambda_Д^{1,8}\right) \cdot \left(\frac{d}{L + L_ф}\right)^{0,43} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \left(L + L_ф\right),$$

$$V_c = 10^3 \cdot \left(0,0159^{1,8} + 0,0182^{1,8}\right) \cdot \left(\frac{0,516}{280853}\right)^{0,43} \cdot \frac{3,14 \cdot 0,516^2}{4} \cdot 280853,$$

откуда находим: $V_c \cong 264$ м^3.

135. Сначала вычисляем объем V_c смеси, образующей-ся в одном контакте партий бензина и дизельного топлива:

$Q = 1000$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2\cdot 0{,}008 = 0{,}514$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}3}{514} \cong 0{,}00058\,;\; v = \frac{4\cdot 1000/3600}{3{,}14\cdot 0{,}514^2} \cong 1{,}34 \text{ м/с},$$

$$Re_Б = \frac{1{,}34\cdot 0{,}514}{0{,}6\cdot 10^{-6}} \cong 1147396\,,\; \lambda_Б \cong 0{,}0175,$$

$$Re_Д = \frac{1{,}34\cdot 0{,}514}{9\cdot 10^{-6}} \cong 76529\,,\; \lambda_Д \cong 0{,}0215,$$

$$V_c = 10^3\cdot\left(0{,}0175^{1,8} + 0{,}0215^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0{,}514}{7{,}5\cdot 10^5}\right)^{0,43} 155545 \cong 586 \text{ м}^3.$$

При запасе качества 3 ^{0}С соотношения между минимально допустимыми объемами партий бензина и дизельного топлива и объемом смеси даются формулами (85):

$$V_{п\,Б} = 100\cdot V_c \text{ и } V_{п\,Д} = 85\cdot V_c\,,$$

следовательно, $V_{п\,Б} = 58600$ м^3, $V_{п\,Д} = 49810$ м^3.

Годовое число N циклов перекачки рассчитываем по формуле (86). Поскольку на конец трубопровода приходит 2,0 млн. т бензина и 4,0 млн. т дизельного топлива, то имеем:

$$N = min\left\{\frac{2\cdot 10^9/735}{58600}, \frac{4\cdot 10^9/840}{49810}\right\} = \{46{,}4; 95{,}6\} = 46\,.$$

Таким образом, перекачку можно вести с 46-ю циклами в год.

Вместимость резервуарного парка ГПС рассчитываем по формуле (87):

$$W_{ГПС} = \frac{1{,}2}{46}\cdot\left[\frac{2{,}5\cdot 10^9/735}{0{,}82}\cdot\left(1 - \frac{2{,}5\cdot 10^9/735}{8760\cdot 1000}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{5\cdot 10^9/840}{0{,}82}\cdot\left(1 - \frac{5\cdot 10^9/735}{8760\cdot 1000}\right)\right] \cong 127000 \text{ м}^3.$$

136. Если бы запас качества бензина по температуре конца кипения был бы равен не 3, а 6 ^{0}C, то предельно допустимая концентрация дизельного топлива в бензине была бы больше. В соответствии с формулой (76) находим:

$$\theta_{Д/Б} = \frac{(195-189)\cdot(195+189-248)}{2800\cdot(840-753)} \cong 0{,}00335,$$

а соотношение между минимально допустимым объемом партии бензина и объемом образующейся смеси было бы таково (84):

$$V_{пБ} = \frac{0{,}171}{\theta_{Д/Б}}\cdot V_с = \frac{0{,}171}{0{,}00335}\cdot V_с \approx 51\cdot V_с.$$

Поскольку, см. решение задачи №135, объем $V_с$ смеси, образующейся в рассматриваемом трубопроводе равен 586 м^3, то минимальный объем $V_{пБ}$ партии бензина, допустимый к перекачке, равен $51\cdot 586 = 29886$ м^3, а объем $V_{пБ}$ партии дизельного топлива остается прежним - 49810 м^3.

Годовое число N циклов перекачки находится в соответствии с формулой (86):

$$N = min\left\{\frac{2\cdot 10^9/735}{29886}, \frac{4\cdot 10^9/840}{49810}\right\} = \{91{,}0; 95{,}6\} = 91.$$

Отсюда можно найти вместимость резервуарного парка на ГПС, уменьшив ее в $46/91 = 0{,}505$ раз:

$$W_{ГПС} = 127\cdot 0{,}505 \approx 64{,}2 \text{ тыс. м}^3.$$

137. Сначала определяем объем $V_с$ смеси, образующейся в одном контакте перекачиваемых бензинов:

$Q = 280$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}273 - 2\cdot 0{,}006 = 0{,}261$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}15}{261} \cong 0{,}00057;\quad v = \frac{4\cdot 280/3600}{3{,}14\cdot 0{,}261^2} \cong 1{,}454 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{1{,}454\cdot 0{,}261}{0{,}6\cdot 10^{-6}} \cong 632490,\quad \lambda_Б \cong 0{,}0177,$$

$$V_c = 2\cdot10^3\cdot0,0177^{1,8}\cdot\left(\frac{0,261}{180000}\right)^{0,43}\cdot9625,5 \cong 41,7\,м^3.$$

Затем определяем предельно допустимую концентрацию θ бензина А 76 в бензине Аи-92. Если c - концентрация бензина А 76 в смеси, то ее октановое число n определяется формулой

$$n = 87 - c\cdot(87-76) = 87 - 11\cdot c\,.$$

При $c = \theta$ октановое число $n = 87 - 0{,}1 = 86{,}9$, следовательно

$$86{,}9 = 87 - 11\cdot\theta \text{ или } \theta = 0{,}0091,$$

то есть предельно допустимая концентрация бензина А 76 в бензине Аи-92 равна 0,0091 или 0,91 %.

Далее находим:

$$V_{пАи\text{-}92} = \frac{0,171}{0,0091}\cdot41,7 \approx 784\,м^3,\; N = \frac{10^8/735}{784} \cong 173\,.$$

138. Имеем:

$$Q = 500\ м^3/ч,\; d = D - 2\delta = 0{,}377 - 2\cdot0{,}008 = 0{,}361\ м,$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,2}{361} \cong 0,00055\,;\; v = \frac{4\cdot500/3600}{3,14\cdot0,361^2} \cong 1,358\ м/с,$$

$$Re = \frac{1,358\cdot0,361}{5\cdot10^{-6}} \cong 98048\,,\; \lambda_Д \cong 0{,}0207\,.$$

Гидравлический уклон i находится по формуле

$$i = \lambda\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0,0207\cdot\frac{1}{0,361}\cdot\frac{1,358^2}{2\cdot9,81} \cong 0,00539$$

или 5,39 м/км.

Если бы по трубопроводу перекачивали бензин, то

$$Re = \frac{1,358\cdot0,361}{0,6\cdot10^{-6}} \cong 817063\,,\; \lambda_Б \cong 0{,}0174\,.$$

$$i = \lambda\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0,0174\cdot\frac{1}{0,361}\cdot\frac{1,358^2}{2\cdot9,81} \cong 0,00453$$

или 4,53 м/км.

139. Очевидны следующие параметры процесса:

$Q = 1000$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2\cdot 0{,}008 = 0{,}514$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,25}{514} \cong 0,00049\,;\; v = \frac{4\cdot 1000/3600}{3,14\cdot 0,514^2} \cong 1,34 \text{ м/с.}$$

Сначала находим гидравлические уклоны i_1 и i_2 на первой и второй половинах участка. Имеем:

1) $Re_Д = \dfrac{1,34\cdot 0,514}{9\cdot 10^{-6}} \cong 76529$, $\lambda_Д \cong 0{,}0212$,

$$i_Д = \lambda_Д \cdot \frac{1}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0,0212\cdot\frac{1}{0,514}\cdot\frac{1,34^2}{2\cdot 9,81} \cong 0,00378\,.$$

2) $Re_Б = \dfrac{1,34\cdot 0,514}{0,6\cdot 10^{-6}} \cong 1147933$, $\lambda_Б \cong 0{,}0168$,

$$i_Б = \lambda\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0,0168\cdot\frac{1}{0,514}\cdot\frac{1,34^2}{2\cdot 9,81} \cong 0,00299\,.$$

Затем рассчитываем изменение напора по длине участка. От начального значения 450 м он линейно уменьшается до середины участка на $60000\cdot i_1 = 226{,}5$ м, то есть ее величина H_* со стороны дизельного топлива становится равной 223,5 м, рис. 2.14.

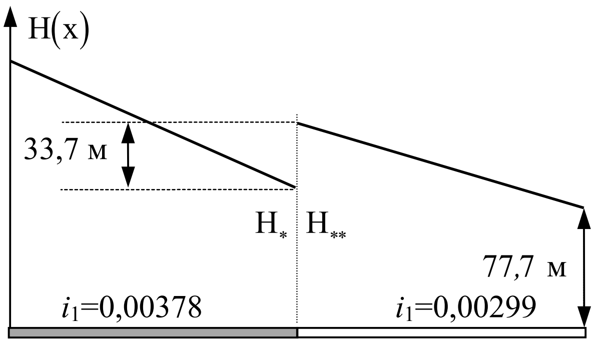


Рис. **2.14**. К решению задачи № 140

Находим давление p_* в месте контакта нефтепродуктов (длиной области смеси в соответствии с условием задачи пренебрегаем): $p_* = \rho_Д g H_* = 840 \cdot 9{,}81 \cdot 223{,}5 \cong 1{,}842 \cdot 10^6$ Па. Тогда напор H_{**} в месте контакта нефтепродуктов, вычисленный со стороны бензина, составит:

$$H_{**} = \frac{p_*}{\rho_Б g} = \frac{1{,}842 \cdot 10^6}{730 \cdot 9{,}81} \cong 257{,}2 \text{ м},$$

то есть напор в месте контакта дизельного топлива и бензина испытывает скачкообразное увеличение на величину

$H_{**} - H_* = 257{,}2 - 223{,}5 = 33{,}7$ м.

От места контакта и до конца участка напор опять линейно убывает, а его значение в конце участка определяется равенством 257,2 - $60000 \cdot 0{,}00299 \cong 77{,}7$ м, см. рисунок.

140. Сначала находим гидравлический уклон *i* в области, занятой бензином. Имеем:

$Q = 500$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}377 - 2 \cdot 0{,}007 = 0{,}363$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}2}{363} \cong 0{,}00055; \quad v = \frac{4 \cdot 500/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}363^2} \cong 1{,}34 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{1{,}34 \cdot 0{,}363}{0{,}6 \cdot 10^{-6}} \cong 810700, \quad \lambda_Б \cong 0{,}0175.$$

Гидравлический уклон *i* находится по формуле:

$$i_Б = \lambda_Б \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0175 \cdot \frac{1}{0{,}363} \cdot \frac{1{,}34^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 0{,}004412.$$

Далее вычисляем потери Δh напора на первых 30 км трубопровода:

$\Delta h = 30000 \cdot 0{,}004412 \cong 132{,}4$ м.

Находим напор H_* и давление p_* в месте контакта нефтепродуктов, рассчитанные по бензину:

$$H_* = H_0 - \Delta h = \frac{p_0}{\rho_Б g} - \Delta h = \frac{4{,}5 \cdot 10^6}{730 \cdot 9{,}81} - 132{,}4 \cong 496 \text{ м};$$

$p_* = \rho_Б g H_* = 730 \cdot 9{,}81 \cdot 496 \cong 3{,}552 \cdot 10^6$ Па.

Теперь можно вычислить напор H_{**} со стороны дизельного топлива: $H_{**} = \dfrac{p_*}{\rho_Д g} = \dfrac{3{,}552 \cdot 10^6}{845 \cdot 9{,}81} \cong 428{,}5$ м, то есть напор в месте контакта бензина и дизельного топлива испытывает скачкообразное уменьшение на величину

$H_* - H_{**} = 496 - 428{,}5 = 67{,}5$ м.

2.9. Перекачка высоковязких нефтей и нефтепродуктов с подогревом

141. Полагая в формуле (89) Рейнольдса-Филонова $T_1 = 20^0$C и $\nu_1 = 40$ сСт, получаем:

$\nu = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (T-20)}$ сСт.

Определяем вторую константу в этой формуле. Полагая $T = 70^0$C и $\nu = 5{,}3$ сСт, получаем уравнение:

$5{,}3 = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (70-20)}$,

откуда находим:

$$\kappa = -\frac{1}{50} ln \frac{5{,}3}{40} \cong 0{,}04\ 1/{}^0C.$$

Следовательно, для нефти данного месторождения формула Рейнольдса-Филонова приобретает вид:

$\nu = 40 \cdot e^{-0{,}04 \cdot (T-20)}$ сСт.

Теперь можно найти вязкости нефти при температурах 40 и 50 ^{0}C. Имеем:

$\nu(40) = 40 \cdot e^{-0{,}04 \cdot (40-20)} \cong 17{,}97$ сСт,

$\nu(50) = 40 \cdot e^{-0{,}04 \cdot (50-20)} \cong 12{,}05$ сСт.

142. Полагая в формуле (89) Рейнольдса-Филонова $T_1 = 10^0$C и $\nu_1 = 213{,}4$ сСт, получаем:

$\nu = 213{,}4 \cdot e^{-\kappa \cdot (T-10)}$ сСт.

Используя еще одно условие задачи, получаем уравнение для определения κ:

$$21{,}34 = 213{,}4 \cdot e^{-\kappa\cdot(20-10)},$$

из которого находим: $\kappa = -0{,}1 \cdot ln\,0{,}1 \cong 0{,}23$.

Наконец, подставляя значение κ, равное 0,23, в формулу (89), получаем уравнение для определения температуры T, при которой вязкость нефти снижается в 100 раз:

$$2{,}134 = 213{,}4 \cdot e^{-0,23\cdot(T-10)}.$$

Отсюда находим, $T = 10 - ln 0{,}01/0{,}23 \cong 30\,^0C$.

143. Полагая в формуле (89) Рейнольдса-Филонова $T_1 = 30^0C$ и $\nu_1 = 7$ сСт, получаем:

$$\nu = 7 \cdot e^{-\kappa\cdot(T-30)} \text{ сСт.}$$

Используя второе условие задачи, получаем:

$$350 = 7 \cdot e^{-\kappa\cdot(20-30)}.$$

Отсюда находим, что $\kappa = 0{,}391$.

Учитывая, что 10^{-4} м^2/с = 100 сСт, имеем неравенство:

$$\nu = 7 \cdot e^{-0,391\cdot(T-30)} < 100,$$

из которого находим: $T \geq 23{,}2^0C$.

144. Секундную потребность W тепла на подогрев нефти можно рассчитать по формуле:

$$W = \rho C_V Q \cdot \Delta T = 870 \cdot 2000 \cdot 150/3600 \cdot (70-20) = 3{,}625 \cdot 10^6 \text{ Вт.}$$

или $\approx 865{,}8$ ккал/с (1 ккал = 4187 Дж).

145. Обозначим температуру нефти после перемешивания потоков через T. Тогда уравнение теплового баланса дает:

$$\rho C_V Q_1 \cdot (50 - T) = \rho C_V Q_2 \cdot (T - 20) \text{ или}$$

$$T = \frac{50 \cdot Q_1 + 20 \cdot Q_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{50 \cdot 150 + 20 \cdot 300}{450} = 30\,^0C.$$

146. Определим сначала температуру T нефти, при которой ее начальная вязкость будет составлять 15 сСт. Для этого используем формулу Рейнольдса-Филонова:

$$\nu = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (T-20)} \text{ сСт.}$$

Используя второе условие задачи, получаем:

$$8{,}4 = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (50-20)}.$$

Отсюда находим, что $\kappa = 0{,}052$.

Вязкость 15 сСт будет получена при температуре, которая определяется уравнением

$$\frac{15}{40} = e^{-0{,}052 \cdot (T-20)} \Rightarrow T = 38{,}86\ {}^0\text{C}.$$

Определим теперь тепловую мощность W, необходимую для подогрева нефти от 10 до 38,86 ^{0}С. Для этого используем формулу $W = \rho \cdot C_V \cdot Q \cdot \Delta T$, в которой $\Delta T -$ разность начальной и конечной температур нефти. Подставляя в нее исходные данные, получаем:

$$W = 850 \cdot 1900 \cdot 1200/3600 \cdot (38{,}86 - 10) \cong 15{,}536 \cdot 10^{-6}\,\text{Вт}$$

или 15,536 МВт.

147. Для решения задачи используем формулу (91) В.Г. Шухова. Подставив в нее исходные данные, получим:

$$T(x) = 8 + (65-8) \cdot e^{-\frac{3{,}14 \cdot 1{,}25 \cdot 1{,}0}{850 \cdot 2000 \cdot 2300/3600} \cdot x} \text{ или}$$

$$T(x) = 8 + 57 \cdot exp\left(-0{,}36 \cdot 10^{-5} x\right).$$

Для $x = 50000$ м имеем:

$$T(50000) = 8 + 57 \cdot exp\left(-0{,}36 \cdot 10^{-5} \cdot 50000\right) \cong 55{,}6\ {}^0\text{C}.$$

Для $x = 100000$ м имеем:

$$T(100000) = 8 + 57 \cdot exp\left(-0{,}36 \cdot 10^{-5} \cdot 100000\right) \cong 47{,}8\ {}^0\text{C}.$$

148. Для решения задачи используем формулу (93):

$$\frac{T(x) - T_{нар.}}{T_0 - T_{нар.}} = \left[\frac{T_L - T_{нар.}}{T_0 - T_{нар.}}\right]^{x/L}.$$

Полагая в ней $x = L/22$ и $x/L = 1/2$, получаем:

$$\frac{T(L/2)-10}{65-10} = \left[\frac{30-8}{65-8}\right]^{1/2}.$$

Отсюда находим: $T(L/2) \cong 44{,}17\,^0C$.

149. Используя формулу (91) В.Г. Шухова, составляем уравнение для определения K:

$$20 = 6 + (60-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot K\cdot 0{,}7}{870\cdot 1800/3600\cdot 1970}\cdot 120000}.$$

Решая это уравнение, находим: $1{,}35 = 0{,}308\cdot K$ и далее $K \cong 4{,}39$ Вт/м^2 ^{0}С.

150. Расчет начинаем с последнего сегмента участка, то есть с сегмента $90 < x \le 125$ км. Используя формулу (91) В.Г. Шухова, получаем уравнение:

$$18 = 6 + (T_{03}-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot 2{,}0\cdot 0{,}704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 35000},$$

из которого находим T_{03} – температуру нефти в начале 3-го сегмента: $T_{03} \cong 20{,}45$ ^{0}С. После этого перейдем к рассмотрению 2-го сегмента, для которого полученная температура является конечной.

Для 2-го сегмента $30 < x \le 90$ км получаем уравнение:

$$20{,}45 = 6 + (T_{02}-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot 8{,}0\cdot 0{,}704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 60000},$$

из которого находим T_{02} – температуру нефти в начале 2-го сегмента: $T_{02} \cong 57{,}54$ ^{0}С.

Наконец, переходим к рассмотрению 1-го сегмента $0 < x \le 30$ км. Для него имеем уравнение:

$$57{,}54 = 6 + (T_{01}-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot 3{,}0\cdot 0{,}704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 30000},$$

из которого находим T_{01} – температуру нефти в начале всего участка: $T_{01} \cong 71{,}42$ ^{0}С. Таким образом, температура нефти в начале участка должна быть не ниже 71,42 ^{0}С.

Вычислим теперь среднее значение $K_{ср.}$ коэффициента теплопередачи для всего участка нефтепровода. По определению имеем уравнение:

$$18 = 6 + (71,42 - 6)\cdot e^{-\frac{3,14\cdot K_{ср.}\cdot 0,704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 125000},$$

из которого находим: $K_{ср.} \cong 5{,}12$ Вт/м$^2\,{}^0$C.

151. Для решения задачи можно было бы воспользоваться формулой (92), однако подставить в нее $K = 0$ непосредственно нельзя, поскольку параметр $T_{\otimes}$ также зависит от K, причем так, что $T_{\otimes} \to \infty$ при $K \to 0$. Поэтому в формуле (92) следовало бы сделать предельный переход $K \to 0$. Проще, однако, воспользоваться исходным уравнением теплообмена, положив в нем K равным 0. Сделав это, получим:

$$\rho C_v v \cdot \frac{dT}{dx} = \rho g v \cdot i_0,$$

где $i_0 -$ гидравлический уклон. Решив уравнение, найдем:

$$T(x) = T_0 + \frac{g\cdot i_0}{C_v}\cdot x \Rightarrow T_L - T_0 = \frac{g\cdot i_0\cdot L}{C_v}.$$

Режим перекачки имеет следующие параметры:

$$v = \frac{4\cdot 2200/3600}{3,14\cdot 0,7^2} \cong 1,59 \text{ м/с},\ Re = \frac{1,59\cdot 0,7}{25\cdot 10^{-6}} \cong 44485,$$

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{44485}} \cong 0,0218,\ i_0 = 0,0218\cdot\frac{1}{0,7}\cdot\frac{1,59^2}{2\cdot 9,81} \cong 0,004.$$

Теперь можно рассчитать повышение $T_L - T_0$ температуры, происходящее за счет выделения тепла внутреннего трения:

$$T_L - T_0 = \frac{9,81\cdot 0,004\cdot 400000}{1950} \cong 4\,{}^0\text{C}.$$

152. Согласно формуле (92), учитывающей распределение температуры нефти по длине трубопровода с учетом выделяющегося тепла внутреннего трения, $T(x) = \text{const.} = T_0$ только в том случае, если $T_0 - T_{нар.} - T_{\otimes} = 0$ или

$$T_{\otimes} = \frac{\rho g Q \cdot i_0}{\pi \cdot K \cdot d} = T_0 - T_{нар.}.$$

Отсюда находим, что коэффициент K должен удовлетворять условию:

$$K = \frac{\rho g Q \cdot i_0}{\pi \cdot \left(T_0 - T_{нар.}\right) \cdot d},$$

где i_0 – гидравлический уклон, равный в данном случае 0,003. Таким образом, имеем:

$$K = \frac{890 \cdot 9,81 \cdot 2200/3600 \cdot 0,003}{3,14 \cdot 25 \cdot 0,7} \cong 0,29 \text{ Вт/м}^2\,{}^0\text{C}.$$

153. Коэффициент K теплопередачи от жидкости, движущейся в трубопроводе, к окружающему грунту определяется в данном случае формулой (94):

$$\frac{1}{K \cdot D} = \frac{1}{\alpha_1 \cdot d} + \left(\frac{1}{2\lambda_{ст.}} ln \frac{D}{d} + \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln \frac{D_{нар.}}{D} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot D_{нар.}},$$

в которой $d = D - 2\delta = 0{,}700$ м – внутренний диаметр трубы; $D_{нар.} = D + 2\delta_{из.} = 0{,}736$ м – диаметр трубы с изоляцией, а коэффициент α_2 теплопередачи через грунт в окружающий воздух рассчитывается по формуле (95) Форхгеймера:

$$\alpha_2 \cdot D_{нар.} = \frac{2\lambda_{гр.}}{ln\left[2H/D_{нар.} + \sqrt{\left(2H/D_{нар.}\right)^2 - 1} \right]}.$$

Последовательно делая вычисления, имеем:

a. $\alpha_2 \cdot D_{нар.} = \dfrac{2 \cdot 1{,}2}{ln\left[2 \cdot 2/0{,}736 + \sqrt{(2 \cdot 2/0{,}736)^2 - 1}\right]} \cong 1{,}0$ Вт/м ^{0}С;

b. $\alpha_1 \cdot d = 100 \cdot 0{,}7 = 70$ Вт/м ^{0}С;

c. $\dfrac{1}{2\lambda_{ст.}} \cdot ln\dfrac{D}{d} = \dfrac{1}{2 \cdot 40} \cdot ln\dfrac{0{,}72}{0{,}70} \cong 3{,}52 \cdot 10^{-4}$ м^{0}С/ Вт;

d. $\dfrac{1}{2\lambda_{из.}} \cdot ln\dfrac{D_{нар.}}{D} = \dfrac{1}{2 \cdot 0{,}5} \cdot ln\dfrac{0{,}736}{0{,}720} \cong 0{,}022$ м^{0}С/ Вт;

и, наконец:

$$\frac{1}{K \cdot 0{,}720} = \frac{1}{70} + 3{,}52 \cdot 10^{-4} + 0{,}022 + 1 = 1{,}0366 \text{ м}^0\text{С/ Вт},$$

откуда находим: $K \cong 1{,}34$ Вт/м^2 ^{0}С.

154. В данном случае можно использовать формулы:

а) Для случая отсутствия тепловой изоляции:

$$\frac{1}{K_1 \cdot D} = \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln\frac{D_1}{D} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot D_1}, \text{ где } D_1 = D + 2\delta_{из.}.$$

б) Для случая дополнительной тепловой изоляции:

$$\frac{1}{K_2 \cdot D} = \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln\frac{D_1}{D} + \frac{1}{2\lambda_*} ln\frac{D_*}{D_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot D_*}, \text{ где } D_* = D_1 - 2\delta_*.$$

Подставляя в каждую из этих формул численные значения параметров из условия задачи, получаем:

а) $\dfrac{1}{K_1 \cdot 1{,}02} = \dfrac{1}{2 \cdot 0{,}7} ln\dfrac{1{,}036}{1{,}02} + \dfrac{1}{2 \cdot 1{,}036},$

откуда находим: $K_1 \cong 1{,}986$ Вт/м^2 ^{0}С.

б) Поскольку $K_2 = 0{,}5 \cdot K_1 = 0{,}993$ Вт/м^2 ^{0}С, то имеем:

$$\frac{1}{0{,}993 \cdot 1{,}02} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}7} ln\frac{1{,}036}{1{,}02} + \frac{1}{2 \cdot 0{,}1} ln\frac{D_*}{1{,}036} + \frac{1}{2D_*},$$

откуда находим: $D_* \cong 1{,}443$ м $\Rightarrow$ $\delta_* = 0{,}5 \cdot (D_* - D_1) = 0{,}054$ м или 54 мм.

155. По формуле (91) В.Г. Шухова находим коэффициент K_0 теплопередачи от нефти, движущейся по надземному участку трубопровода, в окружающую среду при отсутствии тепловой изоляции. Подставив в эту формулу численные значения параметров, получим:

$$32-40=(-20-40)\cdot\left[1-exp\left(-\frac{3{,}14\cdot 0{,}7\cdot K_0\cdot 2000}{1800/3600\cdot 850\cdot 1950}\right)\right],$$

откуда находим $K_0 \cong 26{,}98$ Вт/м^2 ^{0}С.

Для того чтобы температура нефти даже в самом критическом случае не снизилась более чем на 1 ^{0}С, необходимо, чтобы коэффициент K_0 удовлетворял условию

$$39-40\geq(-20-40)\cdot\left[1-exp\left(-\frac{3{,}14\cdot 0{,}7\cdot K\cdot 2000}{1800/3600\cdot 850\cdot 1950}\right)\right],$$

откуда $K\leq 3{,}17$ Вт/м^2 ^{0}С. Принимаем $K_1=K_{max}=3{,}17$ Вт/м^2 ^{0}С.

Определим теперь толщину δ_* слоя тепловой изоляции ($D_*=D+2\delta_*$). Имеем:

$$\frac{1}{K_1 D}=\frac{1}{K_0 D_*}+\frac{1}{2\lambda_*}ln\frac{D_*}{D} \quad \text{или}$$

$$\frac{1}{3{,}17\cdot 0{,}72}=\frac{1}{26{,}98\cdot D_*}+\frac{1}{2\cdot 0{,}2}ln\frac{D_*}{0{,}72}.$$

Отсюда находим: $D_*\cong 0{,}85$ м. Наконец, определяем δ_*:

$\delta_*=0{,}5\cdot(0{,}85-0{,}72)=0{,}065$ м или 65 мм.

156. Суммарный коэффициент K теплопередачи в принятых допущениях определяется формулой:

$$\frac{1}{KD}=\frac{1}{2\lambda_{из.}}ln\frac{D+2\delta_{из.}}{D}+\frac{1}{\alpha_2(D+2\delta_{из.})},$$

в которой $D = 0{,}72$ м, $D + 2\delta_{из.} = 0{,}82$ м, $\lambda_{из.} = 0{,}25$ Вт/м ^{0}C. Таким образом, в этой формуле неизвестен только коэффициент α_2.

Для определения коэффициента α_2 теплопередачи от внешней поверхности слоя изоляции через грунт в воздух используем приближенную формулу (96):

$$\alpha_2\left(D + 2\delta_{из.}\right) = \frac{2\lambda_{гр.}}{ln\dfrac{2H}{D + 2\delta_{из.}} + \dfrac{\lambda_{гр.}}{\alpha_0 H}}$$

из которой вычисляем:

$$\alpha_2\left(D + 2\delta_{из.}\right) = \frac{2 \cdot 1{,}8}{ln\dfrac{2 \cdot 1{,}3}{0{,}82} + \dfrac{1{,}8}{8 \cdot 1{,}3}} \cong 2{,}7 \text{ Вт/м }^0\text{C}.$$

После этого вычисляем значение коэффициента K:

$$\frac{1}{K \cdot 0{,}72} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}25} ln\frac{0{,}82}{0{,}72} + \frac{1}{2{,}7} \cong 0{,}63 \Rightarrow K \cong 2{,}2 \text{ Вт/м}^2\,^0\text{C}.$$

Приравнивая удельные Q/π тепловые потоки от нефти в окружающую среду и от нефти к внешней поверхности слоя изоляции

$$\frac{Q_w}{\pi} = KD\cdot\left(T_{неф.} - T_{возд.}\right) = \alpha D\cdot\left(T_{неф.} - T_{из.}\right) = 1{,}54 \cdot (40 - 0) \cong 61{,}6 \text{ Вт/м}^2,$$

находим температуру $T_{из.}$ внешней поверхности слоя изоляции:

$$T_{из.} = T_{неф.} - \frac{KD}{\alpha D} \cdot \left(T_{неф.} - T_{возд.}\right),$$

где $\alpha -$ коэффициент теплопередачи через слой изоляции. Далее имеем:

$$\frac{1}{\alpha D} = \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln\frac{D + 2\delta_{из.}}{D} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}25} ln\frac{0{,}82}{0{,}72} \cong 0{,}26,$$

$$\alpha D = 3{,}84 \text{ Вт/ м}^2\,^0\text{C}.$$

Таким образом:

$$T_{из.} = 40 - \frac{1,584}{3,84} \cdot (40 - 0) \cong 23,5\ ^0C.$$

Используя, наконец, приближенную формулу (97) для распределения температуры в грунте при стационарном тепловом режиме

$$T(y,z) = T_{из.} - \frac{Q_w}{2\pi\lambda_{гр.}} ln \frac{r}{r_0},$$

где $r = \sqrt{y^2 + (z+H)^2}$; $r_0 = D/2 -$ радиус трубы, а ее ось имеет координату $(0,-H)$. Вертикальная ось OZ системы отсчета проходит через центр трубы, горизонтальная ось OY располагается на поверхности грунта, причем точка O находится над центром трубопровода на расстоянии H над ним.

Распределение $T(y)$ температуры поверхности грунта (плоскости $z = 0$) имеет вид:

$$T(y) = T_{из.} - \frac{Q_w/\pi}{2\lambda_{гр.}} \cdot ln \frac{\sqrt{y^2 + H^2}}{D/2}.$$

Подставив сюда численные значения параметров, получим:

$$T(y) = 23,5 - \frac{61,6}{2 \cdot 1,8} \cdot ln \frac{\sqrt{y^2 + 1,69}}{0,36} \text{ или}$$

$$T(0) = 23,5 - 17,1 \cdot ln \frac{\sqrt{y^2 + 1,69}}{0,36}\ ^0C.$$

Максимальная температура на поверхности грунта достигается в точке $y = 0$, находящейся непосредственно над осью нефтепровода. Полагая $y = 0$, находим:

$$T(0) = 23,5 - 17,1 \cdot ln \frac{\sqrt{0^2 + 1,69}}{0,36} \cong +1,54\ ^0C.$$

157. При решении предыдущей задачи была получена формула для распределения температуры поверхности грунта над местом залегания нефтепровода:

$$T(0) = 23{,}5 - 17{,}1 \cdot ln\frac{\sqrt{y^2 + 1{,}69}}{0{,}36}\ {}^0C.$$

Примем, что на границах образовавшейся полосы, отделяющих покрытую снегом землю от непокрытой, температура грунта равна 0 ^{0}C, тогда для определения полуширины h образовавшейся незаслуженной полосы получаем уравнение:

$$23{,}5 - 17{,}1 \cdot ln\frac{\sqrt{h^2 + 1{,}69}}{0{,}36} = 0\,.$$

Решив это уравнение, найдем: $h \cong 0{,}334$ м или $2h \cong 0{,}67$ м.

158. Найдем сначала по формуле (89) зависимость $\nu(T)$ вязкости нефти от температуры. Имеем:

$$\nu(T) = 15 \cdot e^{-\kappa\cdot(T-60)},$$

где учтено, что $\nu(60) = 15$ сСт. Второе условие $\nu(20) = 40$ сСт дает для коэффициента κ уравнение:

$$40 = 15 \cdot e^{-\kappa\cdot(20-60)},$$

из которого находим $\kappa \cong 0{,}02452\ 1/{}^0C$.

Поскольку скорость v перекачки известна:

$$v = \frac{4 \cdot 1800/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}7^2} \cong 1{,}30\,\text{м/с},$$

то используя формулу (91) В.Г. Шухова, можно вычислить средний по участку коэффициент K теплопередачи:

$$25 = 10 + (60-10) \cdot e^{-\frac{4\cdot K\cdot 135000}{860\cdot 1{,}3\cdot 0{,}7\cdot 1950}},$$

откуда находим:

$$K = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 860 \cdot 1950}{4 \cdot 135000} \cdot ln\frac{25-10}{60-10} \cong 3{,}4\ \text{Вт/м}^2\,{}^0C\,.$$

Потери напора на рассматриваемом участке вычисляем по модифицированной формуле Дарси-Вейсбаха (99):

$$h_\tau = \lambda_{эф.} \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

где $\lambda_{эф.}$ – эффективный коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий переменность температуры по длине участка.

Сначала вычисляем вспомогательные величины:

$$\nu_{нар.} = 15 \cdot e^{-0,02452 \cdot (10-60)} \cong 51,1\,сСт,$$

$$\lambda_{нар.} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{1,3 \cdot 0,7 / \left(51,1 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0,0274,$$

$$k = \kappa / 4 \cdot \left(T_0 - T_{нар.}\right) = 0,02452/4 \cdot (60-10) \cong 0,307,$$

$$m = 4K \cdot L/(\rho v d C_v) = 4 \cdot 3,4 \cdot 135000/(860 \cdot 1,3 \cdot 0,7 \cdot 1950) \cong 1,203$$

$$k \cdot exp(-m) = 0,307 \cdot exp(-1,203) \cong 0,092,$$

$$Ei(-0,307) \cong -0,889;\ Ei(-0,092) \cong -1,899.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{эф.}$:

$$\lambda_{эф.} = \lambda_{нар.} \cdot \frac{1}{m} \cdot \left[Ei(-k) - Ei\left(-ke^{-m}\right)\right],$$

$$\lambda_{эф.} = 0,0274 \cdot \frac{1}{1,203}\left[-0,889 - (-1,899)\right] \cong 0,023.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора:

$$h_\tau = 0,023 \cdot \frac{135000}{0,7} \cdot \frac{1,3^2}{2 \cdot 9,81} \cong 382\,м.$$

Интересно отметить, что если бы нефть имела начальную температуру 60 ^{0}C на всем протяжении участка, то потери h_τ напора составили бы 335 м, что на 47 м меньше, чем в действительности.

159. Потери напора на рассматриваемом участке вычисляем по модифицированной формуле Дарси-Вейсбаха (99):

$$h_\tau = \lambda_{эф.}\frac{L}{d}\cdot\frac{v^2}{2g},$$

в которой $\lambda_{эф.}$ – эффективный коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий переменность температуры потока по длине участка:

$$\lambda_{эф.} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{v\cdot d/\nu_{нар.}}}\cdot\frac{1}{m}\cdot\left[\mathrm{Ei}(-k)-\mathrm{Ei}\left(-ke^{-m}\right)\right], \text{ где}$$

$$k = \frac{\kappa}{4}\cdot\left(T_0 - T_{нар.}\right), m = \frac{\pi K d\cdot L}{\rho Q C_v} = \frac{4K\cdot L}{\rho v C_v d}.$$

В данном случае имеем:

$$\nu_{нар.} = 12\cdot e^{-0,04\cdot(10-50)} \cong 59,44,$$

$$k = \frac{\kappa}{4}\cdot\left(T_0 - T_{нар.}\right) = \frac{0,04}{4}\cdot(60-10) = 0,5.$$

По условию задачи требуется определить потери напора для убывающей последовательности расходов: 1000, 800 и 600 м^3/ч или соответствующих им скоростей 1,339; 1,071 и 0,804 м/с.

1) Пусть $v_1 = 1,339$ м/с. Тогда имеем:

$$\lambda_{нар.} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{1,339\cdot 0,514/\left(59,44\cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0,0305;$$

$$k = 0,5;$$

$$m = 4K\cdot L/(\rho v d C_v) = 4\cdot 3,5\cdot 140000/(900\cdot 1,339\cdot 0,514\cdot 2000) \cong 1,582;$$

$$k\cdot exp(-m) = 0,5\cdot exp(-1,582) \cong 0,103,$$

$$\mathrm{Ei}(-0,5) \cong -0,560;\ \mathrm{Ei}(-0,103) \cong -1,796.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{эф.}$:

$$\lambda_{эф.} = 0,0305\cdot\frac{1}{1,582}[-0,560-(-1,796)] \cong 0,0238.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора:

$$h_\tau = 0{,}0238 \cdot \frac{140000}{0{,}514} \cdot \frac{1{,}339^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 592\,\text{м}.$$

2) Пусть $v_2 = 1{,}071$ м/с. Тогда имеем:

$$\lambda_{\text{нар.}} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{1{,}071 \cdot 0{,}514 \big/ \left(59{,}44 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0{,}032;\; k = 0{,}5;$$

$$m = 4 \cdot 3{,}5 \cdot 140000/(900 \cdot 1{,}071 \cdot 0{,}514 \cdot 2000) \cong 1{,}978;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0{,}5 \cdot exp(-1{,}978) \cong 0{,}0692,$$

$$\text{Ei}(-0{,}5) \cong -0{,}560;\; \text{Ei}(-0{,}0692) \cong -2{,}16.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{\text{эф.}}$:

$$\lambda_{\text{эф.}} = 0{,}032 \cdot \frac{1}{1{,}978} \cdot [-0{,}560 - (-2{,}16)] \cong 0{,}02588.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора:

$$h_\tau = 0{,}02588 \cdot \frac{140000}{0{,}514} \cdot \frac{1{,}071^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 412\,\text{м}.$$

3) Пусть $v_1 = 0{,}804$ м/с. Тогда имеем:

$$\lambda_{\text{нар.}} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{0{,}804 \cdot 0{,}514 \big/ \left(59{,}44 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0{,}0346;\; k = 0{,}5;$$

$$m = 4 \cdot 3{,}5 \cdot 140000/(900 \cdot 0{,}804 \cdot 0{,}514 \cdot 2000) \cong 2{,}635;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0{,}5 \cdot exp(-2{,}635) \cong 0{,}036,$$

$$\text{Ei}(-0{,}5) \cong -0{,}560;\; \text{Ei}(-0{,}036) \cong -2{,}8.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{\text{эф.}}$:

$$\lambda_{\text{эф.}} = 0{,}0346 \cdot \frac{1}{2{,}635} \cdot [-0{,}560 - (-2{,}8)] \cong 0{,}0294.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора

$$h_\tau = 0{,}0294 \cdot \frac{140000}{0{,}514} \cdot \frac{0{,}804^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 263{,}8\,\text{м}$$

и температуру T_L в конце участка трубопровода:

$$T_L = 10 + (60-10)\cdot exp(-2{,}635) \cong 13{,}6\ {}^0C.$$

160. Найдем сначала по формуле (89) зависимость $\nu(T)$ вязкости нефти от температуры. Имеем:

$$\nu(T) = 5\cdot e^{-\kappa\cdot(T-50)},$$

где учтено, что $\nu(50)=5$ сСт. Второе условие $\nu(20)=40$ сСт дает для коэффициента κ уравнение:

$$40 = 5\cdot e^{-\kappa\cdot(20-50)},$$

из которого находим $\kappa \cong 0{,}0693\ 1/{}^0C$.

Далее составляем уравнение баланса напоров:

$$2\cdot\left[273-0{,}125\cdot10^{-4}Q^2\right] = \lambda_{эф.}\cdot\frac{120000}{0{,}7}\cdot\frac{v^2}{2\cdot9{,}81}.$$

В нем использован эффективный коэффициент $\lambda_{эф.}$ гидравлического сопротивления, учитывающий переменность температуры по длине участка, см. формулы (99):

$$\lambda_{эф.} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{v\cdot d/\nu_{нар.}}}\cdot\frac{1}{m}\cdot\left[Ei(-k)-Ei\left(-ke^{-m}\right)\right],\ \text{где}$$

$$k=\frac{\kappa}{4}\cdot\left(T_0-T_{нар.}\right),\ m=\frac{\pi Kd\cdot L}{\rho QC_v}=\frac{4K\cdot L}{\rho vC_v d}.$$

Подставляя в уравнение баланса напоров выражение для расхода Q через скорость v перекачки

$$Q=\frac{3{,}14\cdot0{,}7^2}{4}\cdot v\cdot3600,$$

а также учитывая другие данные условия, получаем уравнение:

$$546 = v^2\cdot\left(8737{,}4\cdot\lambda_{эф.}+47{,}94\right). \qquad (*)$$

Полученное уравнение решаем методом итераций (последовательных приближений).

1-е приближение. В качестве 1-го приближения положим $\lambda_{эф.}^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения (*) находим скорость течения жидкости: $v^{(1)} = 1{,}566$ м/с. Затем проверяем справедливость сделанного допущения. Имеем:

$$\nu_{нар.} = 5 \cdot \exp[-0{,}0693 \cdot (10 - 50)] = 79{,}95\,\text{сСт};$$

$$\lambda_{нар.} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{1{,}566 \cdot 0{,}7 / (79{,}95 \cdot 10^{-6})}} \cong 0{,}0292;$$

$$k = 1/4 \cdot 0{,}0693 \cdot (50 - 10) = 0{,}693;$$

$$m = \frac{4 \cdot 3{,}5 \cdot 120000}{1{,}566 \cdot 0{,}7 \cdot 870 \cdot 2000} \cong 0{,}881;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0{,}693 \cdot exp(-0{,}881) \cong 0{,}287;$$

$$\lambda_{эф.} = 0{,}0292 \cdot \frac{1}{0{,}881} \cdot [\mathrm{Ei}(-0{,}693) - \mathrm{Ei}(-0{,}287)] =$$

$$= 0{,}0292 \cdot \frac{1}{0{,}881} \cdot [-0{,}379 - (-0{,}939)] \cong 0{,}0186 < \lambda_{эф.} = 0{,}02.$$

Поскольку между принятым и рассчитанным $\lambda_{эф.}$ существует различие, сделаем второе приближение.

2-е приближение. Положим $\lambda_{эф.}^{(2)} = 0{,}0186$. Тогда из уравнения (*) находим новую скорость течения жидкости: $v^{(2)} = 1{,}611$ м/с. После этого опять проверяем справедливость сделанного допущения. Имеем:

$$к = 0{,}0693\ 1/{}^0\mathrm{C};\ \nu_{нар.} = 79{,}95\ \text{сСт};$$

$$\lambda_{нар.} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{1{,}611 \cdot 0{,}7 / (79{,}95 \cdot 10^{-6})}} \cong 0{,}0290;$$

$$k = 1/4 \cdot 0{,}0693 \cdot (50 - 10) = 0{,}693;$$

$$m = \frac{4 \cdot 3{,}5 \cdot 120000}{1{,}611 \cdot 0{,}7 \cdot 870 \cdot 2000} \cong 0{,}856;$$

$$\mathrm{k}\cdot exp(-\mathrm{m}) = 0{,}693\cdot exp(-0{,}856) \cong 0{,}294\,;$$

$$\lambda_{эф.} = 0{,}029\cdot\frac{1}{0{,}856}\cdot\left[\mathrm{Ei}(-0{,}693) - \mathrm{Ei}(-0{,}294)\right] =$$

$$=0{,}029\cdot\frac{1}{0{,}856}\cdot\left[-0{,}379-(-0{,}921)\right] \cong 0{,}0184 \approx 0{,}0186 = \lambda_{эф.}^{(2)}\,.$$

Поскольку для принятого и рассчитанного коэффициентов $\lambda_{эф.}$ получено хорошее совпадение, процесс последовательных приближений заканчивается. Таким образом, $v \cong 1{,}611$ м/с и, следовательно, $Q = 2231$ м^3/ч. При этом температура нефти в конце участка рассчитывается по формуле (91) В.Г. Шухова:

$$T_L = 10 + (50-10)\cdot exp(-0{,}856) \cong 27^0\mathrm{C}\,.$$

2.10. Физические свойства природных газов

161. Молярная масса μ газовой смеси рассчитывается по последней из формул (105):

$$\mu = \sum_{j=1}^{j=3} x_j\mu_j = 16{,}042\cdot 0{,}99 + 28{,}016\cdot 0{,}005 + 30{,}068\cdot 0{,}005 = 16{,}172\,,$$

$$R = \frac{R_0}{\mu} = \frac{8314}{16{,}172} \cong 514{,}1\,\text{Дж/(кг К)}.$$

162. Задача решается аналогично предыдущей.

$$\mu = \sum_{j=1}^{j=3} x_j\mu_j = 16{,}042\cdot 0{,}88 + 28{,}016\cdot 0{,}02 + 30{,}068\cdot 0{,}06 +$$

$$+ 44{,}094\cdot 0{,}04 = 18{,}245,$$

$$R = \frac{R_0}{\mu} = \frac{8314}{18{,}245} \cong 455{,}7\,\text{Дж/(кг К)}.$$

163. Используя закон (101) Клапейрона-Менделеева

$\rho_c = 500/0,633 \cong 790$ кг/м^3.

117. Вычисляем сначала массу M смеси:

$M = 0,4 \cdot 780 + (0,5 - 0,4) \cdot 840 = 396$ кг.

Затем находим плотность ρ_c смеси:

$\rho_c = 396/0,5 = 792$ кг/ м^3.

118. Согласно формуле (75) имеем:

$$c_1 = \frac{810-840}{735-840} \cong 0,29 \text{ и } c_2 = \frac{810-735}{840-735} \cong 0,71.$$

119. Согласно формуле (75) имеем:

$$c_1 = \frac{750-730}{780-730} \cong 0,4.$$

120. Концентрация c дизельного топлива в смеси находится по формуле (75):

$$c = \frac{780-735}{840-735} \cong 0,429.$$

Это означает, в 150 м^3 смеси содержится $150 \cdot 0{,}429 = 64{,}35$ м^3 дизельного топлива. Следовательно, концентрация θ дизельного топлива в резервуаре с бензином после добавления в него смеси определяется равенством:

$$\theta = \frac{64,35}{8000+150} \cong 0,0079 \text{ или } 0,79\ \%.$$

121. Обозначим искомый объем смеси через V_c и определим концентрацию c бензина в смеси:

$$c = \frac{800-840}{730-840} \cong 0,364.$$

После этого найдем, сколько бензина содержится в объеме V_c смеси. Очевидно, что это количество представляется выражением $0{,}364 \cdot V_c$. Поскольку далее известно, что концентрация бензина в резервуаре не должна превысить 0,2 %, составим неравенство

$$\frac{0,364 \cdot V_c}{12000 + V_c} \le 0,002 \Rightarrow V_c \le 66,3 \text{ м}^3.$$

122. Обозначим максимально возможный объем смеси, который можно добавить в резервуар с бензином, через V_c. Концентрация c дизельного топлива в смеси находится по формуле (75):

$$c = \frac{780 - 730}{835 - 730} \cong 0,476.$$

После этого найдем, сколько дизельного топлива содержится в объеме V_c смеси. Очевидно, что это количество представляется выражением $0{,}476 \cdot V_c$. Поскольку далее известно, что концентрация дизельного топлива в резервуаре не должна превысить 0,12 %, составим неравенство

$$\frac{0,476 \cdot V_c}{17000 + V_c} \le 0,0012 \Rightarrow V_c \le 43,0 \text{ м}^3.$$

<u>*Ответ*</u>. 43 м^3.

123. Предельно допустимая концентрация $\theta_{Д/Б}$ рассчитывается по формуле (76):

$$\theta_{Д/Б} = \frac{(185 - 180) \cdot (185 + 180 - 248)}{28 \cdot (840 - 753)} \cong 0,24\,\%.$$

124. Предельно допустимая концентрация $\theta_{Б/Д}$ рассчитывается по формуле (77):

$$\theta_{Б/Д} = \frac{11,37}{45 + 55} \cdot lg\frac{45}{40} \cdot 100 \cong 0,58\,\%.$$

125. Сначала определяем предельно допустимую концентрацию $\theta_{Д/Б}$ дизельного топлива в бензине:

$$\theta_{Д/Б} = \frac{(185 - 181) \cdot (185 + 181 - 248)}{28 \cdot (835 - 753)} \cong 0,206\,\%.$$

Затем вычисляем концентрацию c дизельного топлива в смеси:

$$c = \frac{760-730}{835-730} \cong 0,286.$$

После этого, обозначив добавляемый объем смеси через V_c, составляем неравенство:

$$\frac{0,286 \cdot V_c}{8000+V_c} \le 0,00206 \Rightarrow V_c \le 58,0 \text{ м}^3.$$

Следовательно, максимальный объем смеси бензина с дизельным топливом, который можно добавить в резервуар с бензином, составляет 58 м^3.

126. Сначала определяем предельно допустимую концентрацию $\theta_{Б/Д}$ бензина в дизельном топливе:

$$\theta_{Б/Д} = \frac{11,37}{68+55} \cdot lg\frac{68}{62} \cdot 100 \cong 0,37\ \%.$$

Затем вычисляем концентрацию c бензина в смеси:

$$c = \frac{805-840}{730-840} \cong 0,318.$$

После этого, обозначив добавляемый объем смеси через V_c, составляем неравенство:

$$\frac{0,318 \cdot V_c}{10000+V_c} \le 0,0037 \Rightarrow V_c \le 212 \text{ м}^3.$$

Следовательно, максимальный объем смеси бензина с дизельным топливом, который можно добавить в резервуар с дизельным топливом, составляет 212 м^3.

127. Объем V_c смеси в симметричных пределах концентрации (от 1 до 99 %) рассчитывается по формуле (82), поэтому найдем сначала коэффициенты $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$ гидравлического сопротивления, вычисленные по параметрам перекачки бензина и дизельного топлива, соответственно. Имеем:

$$Q = 1100 \text{ м}^3/\text{ч}, \ d = D - 2\delta = 0,530 - 2 \cdot 0,008 = 0,514 \text{ м},$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,25}{514} \cong 0,0005;\ v = \frac{4 \cdot 1100/3600}{3,14 \cdot 0,514^2} \cong 1,47\ \text{м/с},$$

$$Re_{Б} = \frac{1,47 \cdot 0,514}{0,6 \cdot 10^{-6}} \cong 1259300,\ \lambda_{Б} = 0,11 \cdot 0,0005^{0,25} \cong 0,0164,$$

$$Re_{Д} = \frac{1,47 \cdot 0,514}{9 \cdot 10^{-6}} \cong 83953,$$

$$\lambda_{Д} = 0,11 \cdot (0,0005 + 68/83953)^{0,25} \cong 0,0209,$$

$$V = 750000 \cdot 3,14 \cdot 0,514^2/4 \cong 155545\ \text{м}^3,$$

$$(0,514/750000)^{0,43} \cong 2,236 \cdot 10^{-3},$$

$$V_с = 10^3 \cdot \left(0,0164^{1,8} + 0,0209^{1,8}\right) \cdot 2,236 \cdot 10^{-3} \cdot 155545 \cong 542\ \text{м}^3.$$

128. Объем $V_с$ смеси в симметричных пределах концентрации (от 1 до 99 %) рассчитывается по формуле (82), поэтому найдем сначала коэффициенты $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$ гидравлического сопротивления, вычисленные по параметрам перекачки бензина и дизельного топлива, соответственно. Имеем:

$$Q = 500\ \text{м}^3/\text{ч},\ d = D - 2\delta = 0,377 - 2 \cdot 0,007 = 0,361\ \text{м},$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,19}{361} \cong 0,00053;\ v = \frac{4 \cdot 500/3600}{3,14 \cdot 0,361^2} \cong 1,358\ \text{м/с},$$

$$Re_Б = \frac{1,358 \cdot 0,361}{0,8 \cdot 10^{-6}} \cong 612798,\ \lambda_Б = 0,11 \cdot 0,00053^{0,25} \cong 0,0167,$$

$$Re_Д = \frac{1,358 \cdot 0,361}{10 \cdot 10^{-6}} \cong 49024,$$

$$\lambda_Д = 0,11 \cdot (0,00053 + 68/49024)^{0,25} \cong 0,0230,$$

$$V = 420000 \cdot 3,14 \cdot 0,361^2/4 \cong 42967\ \text{м}^3,$$

$$(0,361/420000)^{0,43} \cong 2,465 \cdot 10^{-3},$$

$$V_с = 10^3 \cdot \left(0,0167^{1,8} + 0,023^{1,8}\right) \cdot 2,465 \cdot 10^{-3} \cdot 42967 \cong 186\ \text{м}^3.$$

129. Объем $V_с$ смеси в симметричных пределах концентрации (от 1 до 99 %) рассчитывается по формуле (82), поэтому найдем сначала коэффициенты $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$ гидравлического сопротивления, вычисленные по параметрам перекачки бензина и дизельного топлива, соответственно. Имеем:

$$Q = 400\ м^3/ч,\ d = D - 2\delta = 0{,}325 - 2\cdot 0{,}007 = 0{,}311\ м,$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,2}{311} \cong 0,0006\,;\ v = \frac{4\cdot 400/3600}{3{,}14\cdot 0{,}311^2} \cong 1{,}463\ м/с,$$

$$Re_Б = \frac{1{,}463\cdot 0{,}311}{0{,}6\cdot 10^{-6}} \cong 758320\,,\ \lambda_Б = 0{,}11\cdot 0{,}0006^{0,25} \cong 0{,}0172\,,$$

$$Re_Д = \frac{1{,}463\cdot 0{,}311}{9\cdot 10^{-6}} \cong 50555\,,$$

$$\lambda_Д = 0{,}11\cdot(0{,}0006 + 68/50555)^{0,25} \cong 0{,}0231\,,$$

$$V = 650000\cdot 3{,}14\cdot 0{,}311^2/4 \cong 49352\,м^3,$$

$$(0{,}311/650000)^{0,43} \cong 1{,}916\cdot 10^{-3}\,,$$

$$V_c = 10^3\cdot\left(0{,}0172^{1,8} + 0{,}0231^{1,8}\right)\cdot 1{,}916\cdot 10^{-3}\cdot 49352 \cong 170\ м^3.$$

130. Отношение объемов смеси в *новом* и *старом* режимах равно $\left(\lambda_Б^{\ 1,8} + \lambda_Д^{\ 1,8}\right)_{нов}\Big/\left(\lambda_Б^{\ 1,8} + \lambda_Д^{\ 1,8}\right)_{ст}$, поэтому вычисляем сначала коэффициенты гидравлического сопротивления в этих режимах. В старом режиме имеем:

$$Q = 1200\ м^3/ч,\ v \cong 1{,}607\ м/с,$$

$$Re_Б \cong 1376663\,,\ \lambda_Б \cong 0{,}0159\,,$$

$$Re_Д \cong 103250\,,\ \lambda_Д \cong 0{,}0198\,,$$

$$\kappa_{ст} = \left(0{,}0159^{1,8} + 0{,}0198^{1,8}\right) = 1{,}4378\cdot 10^{-3}\,.$$

В новом режиме имеем:

$$Q = 800\ м^3/ч,\ v \cong 1{,}0715\ м/с,$$

$$Re_Б \cong 917918\,,\ \lambda_Б \cong 0{,}0161\,,$$

$$Re_Д \cong 68844\,,\ \lambda_Д \cong 0{,}0212\,,$$

$$\kappa_{нов.} = \left(0{,}0161^{1,8} + 0{,}0212^{1,8}\right) = 1{,}5634\cdot 10^{-3}\,.$$

Отношение объемов смеси составляет:

$$\kappa_{нов.}/\kappa_{ст.} = \left(1,5634\cdot 10^{-3}\right)/\left(1,4378\cdot 10^{-3}\right) \cong 1,087,$$

то есть объем смеси увеличится примерно на 8,7 % независимо от протяженности нефтепродуктопровода.

131. Отношение объемов смеси в *новом* и *старом* режимах равно $\left(\lambda_Б^{\ 1,8} + \lambda_Д^{\ 1,8}\right)_{нов.}/\left(\lambda_Б^{\ 1,8} + \lambda_Д^{\ 1,8}\right)_{ст.}$, поэтому вычисляем сначала коэффициенты гидравлического сопротивления в этих режимах. В старом режиме имеем:

$Q = 140$ м^3/ч, $v \cong 0{,}512$ м/с,

$Re_Б \cong 199040$, $\lambda_Б \cong 0{,}0168$,

$Re_Д \cong 19904$, $\lambda_Д \cong 0{,}0270$,

$$\kappa_{ст.} = \left(0{,}0168^{1,8} + 0{,}027^{1,8}\right) = 2{,}1403\cdot 10^{-3}.$$

В новом режиме имеем:

$Q = 300$ м^3/ч, $v \cong 1{,}0976$ м/с,

$Re_Б \cong 426676$, $\lambda_Б \cong 0{,}0151$,

$Re_Д \cong 42668$, $\lambda_Д \cong 0{,}0226$,

$$\kappa_{нов.} = \left(0{,}0151^{1,8} + 0{,}0226^{1,8}\right) = 1{,}617\cdot 10^{-3}.$$

Отношение объемов смеси составляет:

$$\kappa_{нов.}/\kappa_{ст.} = \left(1,617\cdot 10^{-3}\right)/\left(2,1403\cdot 10^{-3}\right) \cong 0,756,$$

то есть объем смеси уменьшится примерно в 1,324 раза независимо от протяженности нефтепродуктопровода.

132. Объем смеси в трубопроводе с переменным диаметром находится по формуле (83), имеющей для данного случая вид:

$$V_c = \left(V_{c1}^{\ 1/0,57} + V_{c2}^{\ 1/0,57}\right)^{0,57},$$

поэтому найдем объемы V_{c1} и V_{c2} смеси для каждого из участков трубопровода, имеющих постоянный диаметр.

1) $Q = 300$ м^3/ч, $v \cong 0{,}815$ м/с,

$Re_Б \cong 490107$, $\lambda_Б \cong 0{,}0149$,

$Re_Д \cong 36777$, $\lambda_Д \cong 0{,}0234$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0149^{1,8}+0,0234^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,361}{3\cdot10^5}\right)^{0,43}\cdot30691\cong146,4\ \text{м}^3.$$

2) $Q=300$ м^3/ч, $v\cong1,0836$ м/с,

$Re_Б\cong565267$, $\lambda_Б\cong0,0147$,

$Re_Д\cong42396$, $\lambda_Д\cong0,0227$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0147^{1,8}+0,0227^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,313}{2\cdot10^5}\right)^{0,43}\cdot15381\cong78,5\ \text{м}^3.$$

Теперь можно вычислить общий объем V_c смеси:

$$V_c=\left(146,4^{1/0,57}+78,5^{1/0,57}\right)^{0,57}\cong173\ \text{м}^3.$$

133. Объем смеси в трубопроводе с переменным диаметром находится по формуле (83), имеющей для данного случая вид:

$$V_c=\left(V_{c1}{}^{1/0,57}+V_{c2}{}^{1/0,57}+V_{c3}{}^{1/0,57}\right)^{0,57},$$

поэтому найдем объемы V_{c1}, V_{c2} и V_{c3} смеси для каждого из участков трубопровода, имеющих постоянный диаметр.

1) $Q=400$ м^3/ч, $v\cong0,536$ м/с,

$Re_Б\cong459173$, $\lambda_Б\cong0,0150$,

$Re_Д\cong68876$, $\lambda_Д\cong0,0204$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0150^{1,8}+0,0204^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,514}{3\cdot10^5}\right)^{0,43}\cdot62218\cong294,5\ \text{м}^3.$$

2) $Q=400$ м^3/ч, $v\cong1,086$ м/с,

$Re_Б\cong653476$, $\lambda_Б\cong0,0145$,

$Re_Д\cong98011$, $\lambda_Д\cong0,0190$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0145^{1,8}+0,0190^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,361}{2\cdot10^5}\right)^{0,43}20460\cong89,3\ \text{м}^3.$$

3) $Q=400$ м^3/ч, $v\cong1,463$ м/с,

$Re_Б\cong758322$, $\lambda_Б\cong0,0144$,

$Re_Д\cong113748$, $\lambda_Д\cong0,0185$,

$$V_{c1}=10^3\left(0,0144^{1,8}+0,0185^{1,8}\right)\cdot\left(\frac{0,311}{2,5\cdot10^5}\right)^{0,43}\cdot18981\cong68,2\ \text{м}^3.$$

Теперь можно вычислить общий объем $V_с$ смеси:

$$V_с = \left(294{,}5^{1/0{,}57} + 89{,}3^{1/0{,}57} + 68{,}2^{1/0{,}57}\right)^{0{,}57} \cong 327\ \text{м}^3.$$

134. Для того чтобы учесть влияние первичной технологической смеси на общий объем $V_с$ образующейся смеси, увеличим длину трубопровода на некоторую величину $L_ф$ такую, чтобы при тех же условиях перекачки, но с мгновенной сменой нефтепродукта на станции, в нем образовалось 75 м^3 смеси на расстоянии $L_ф$ от начала трубопровода. Для этого составим уравнение:

$$75 = 10^3 \cdot \left(\lambda_Б^{1{,}8} + \lambda_Д^{1{,}8}\right) \cdot \left(\frac{d}{L_ф}\right)^{0{,}43} \cdot \left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot L_ф\right).$$

Для его решения вычислим $\lambda_Б$ и $\lambda_Д$. Имеем:

$$v = \frac{4 \cdot (1100/3600)}{3{,}14 \cdot 0{,}516^2} \cong 1{,}462\ \text{м/с},$$

$Re_Б = 1257320$, $Re_Д = 188598$,

$\lambda_Б = 0{,}0159$, $\lambda_Д = 0{,}0182$ и далее:

$$75 = 10^3 \cdot \left(0{,}0159^{1{,}8} + 0{,}0182^{1{,}8}\right) \cdot \left(\frac{0{,}516}{L_ф}\right)^{0{,}43} \cdot \left(\frac{3{,}14 \cdot 0{,}516^2}{4} \cdot L_ф\right).$$

Решив это уравнение, найдем: $L_ф \cong 30853$ м.

Будем теперь считать, что рассматриваемый нефтепродуктопровод имеет протяженность не 250 км, а 250 + + 30,853 = 280,853 км. Рассчитаем объем $V_с$ образующейся смеси:

$$V_с = 10^3 \cdot \left(\lambda_Б^{1{,}8} + \lambda_Д^{1{,}8}\right) \cdot \left(\frac{d}{L + L_ф}\right)^{0{,}43} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \left(L + L_ф\right),$$

$$V_с = 10^3 \cdot \left(0{,}0159^{1{,}8} + 0{,}0182^{1{,}8}\right) \cdot \left(\frac{0{,}516}{280853}\right)^{0{,}43} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}516^2}{4} \cdot 280853,$$

откуда находим: $V_с \cong 264$ м^3.

135. Сначала вычисляем объем V_c смеси, образующей-ся в одном контакте партий бензина и дизельного топлива:

$Q = 1000$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2 \cdot 0{,}008 = 0{,}514$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,3}{514} \cong 0,00058\,;\ v = \frac{4 \cdot 1000/3600}{3,14 \cdot 0,514^2} \cong 1,34 \text{ м/с},$$

$$Re_{Б} = \frac{1,34 \cdot 0,514}{0,6 \cdot 10^{-6}} \cong 1147396\,,\ \lambda_{Б} \cong 0{,}0175\,,$$

$$Re_{Д} = \frac{1,34 \cdot 0,514}{9 \cdot 10^{-6}} \cong 76529\,,\ \lambda_{Д} \cong 0{,}0215\,,$$

$$V_c = 10^3 \cdot \left(0{,}0175^{1,8} + 0{,}0215^{1,8}\right) \cdot \left(\frac{0{,}514}{7{,}5 \cdot 10^5}\right)^{0,43} 155545 \cong 586 \text{ м}^3.$$

При запасе качества 3 ^{0}C соотношения между минимально допустимыми объемами партий бензина и дизельного топлива и объемом смеси даются формулами (85):

$$V_{п\,Б} = 100 \cdot V_c \text{ и } V_{п\,Д} = 85 \cdot V_c\,,$$

следовательно, $V_{п\,Б} = 58600$ м^3, $V_{п\,Д} = 49810$ м^3.

Годовое число N циклов перекачки рассчитываем по формуле (86). Поскольку на конец трубопровода приходит 2,0 млн. т бензина и 4,0 млн. т дизельного топлива, то имеем:

$$N = min\left\{\frac{2 \cdot 10^9/735}{58600}, \frac{4 \cdot 10^9/840}{49810}\right\} = \{46,4; 95,6\} = 46\,.$$

Таким образом, перекачку можно вести с 46-ю циклами в год.

Вместимость резервуарного парка ГПС рассчитываем по формуле (87):

$$W_{ГПС} = \frac{1,2}{46} \cdot \left[\frac{2,5 \cdot 10^9/735}{0,82} \cdot \left(1 - \frac{2,5 \cdot 10^9/735}{8760 \cdot 1000}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{5 \cdot 10^9/840}{0,82} \cdot \left(1 - \frac{5 \cdot 10^9/735}{8760 \cdot 1000}\right)\right] \cong 127000 \text{м}^3.$$

136. Если бы запас качества бензина по температуре конца кипения был бы равен не 3, а 6 ^{0}С, то предельно допустимая концентрация дизельного топлива в бензине была бы больше. В соответствии с формулой (76) находим:

$$\theta_{Д/Б} = \frac{(195-189)\cdot(195+189-248)}{2800\cdot(840-753)} \cong 0{,}00335\,,$$

а соотношение между минимально допустимым объемом партии бензина и объемом образующейся смеси было бы таково (84):

$$V_{пБ} = \frac{0{,}171}{\theta_{Д/Б}}\cdot V_с = \frac{0{,}171}{0{,}00335}\cdot V_с \approx 51\cdot V_с.$$

Поскольку, см. решение задачи №135, объем $V_с$ смеси, образующейся в рассматриваемом трубопроводе равен 586 м^3, то минимальный объем $V_{п\,Б}$ партии бензина, допустимый к перекачке, равен $51\cdot 586 = 29886$ м^3, а объем $V_{п\,Б}$ партии дизельного топлива остается прежним - 49810 м^3.

Годовое число N циклов перекачки находится в соответствии с формулой (86):

$$N = min\left\{\frac{2\cdot 10^9/735}{29886}, \frac{4\cdot 10^9/840}{49810}\right\} = \{91{,}0; 95{,}6\} = 91\,.$$

Отсюда можно найти вместимость резервуарного парка на ГПС, уменьшив ее в $46/91 = 0{,}505$ раз:

$W_{ГПС} = 127\cdot 0{,}505 \approx 64{,}2$ тыс. м^3.

137. Сначала определяем объем $V_с$ смеси, образующейся в одном контакте перекачиваемых бензинов:

$Q = 280$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}273 - 2\cdot 0{,}006 = 0{,}261$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}15}{261} \cong 0{,}00057\,;\ v = \frac{4\cdot 280/3600}{3{,}14\cdot 0{,}261^2} \cong 1{,}454 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{1{,}454\cdot 0{,}261}{0{,}6\cdot 10^{-6}} \cong 632490\,,\ \lambda_Б \cong 0{,}0177\,,$$

$$V_c = 2\cdot10^3\cdot0,0177^{1,8}\cdot\left(\frac{0,261}{180000}\right)^{0,43}\cdot9625,5 \cong 41,7\,м^3.$$

Затем определяем предельно допустимую концентрацию θ бензина А 76 в бензине Аи-92. Если c - концентрация бензина А 76 в смеси, то ее октановое число n определяется формулой

$$n = 87 - c\cdot(87-76) = 87 - 11\cdot c.$$

При $c=\theta$ октановое число $n = 87 - 0{,}1 = 86{,}9$, следовательно

$$86{,}9 = 87 - 11\cdot\theta \text{ или } \theta = 0{,}0091,$$

то есть предельно допустимая концентрация бензина А 76 в бензине Аи-92 равна 0,0091 или 0,91 %.

Далее находим:

$$V_{пАи\text{-}92} = \frac{0,171}{0,0091}\cdot41,7 \approx 784\,м^3,\ N = \frac{10^8/735}{784} \cong 173.$$

138. Имеем:

$$Q = 500\ м^3/ч,\ d = D - 2\delta = 0{,}377 - 2\cdot0{,}008 = 0{,}361\ м,$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,2}{361} \cong 0,00055;\ v = \frac{4\cdot500/3600}{3,14\cdot0,361^2} \cong 1,358\ м/с,$$

$$Re = \frac{1,358\cdot0,361}{5\cdot10^{-6}} \cong 98048,\ \lambda_Д \cong 0{,}0207.$$

Гидравлический уклон i находится по формуле

$$i = \lambda\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0,0207\cdot\frac{1}{0,361}\cdot\frac{1,358^2}{2\cdot9,81} \cong 0,00539$$

или 5,39 м/км.

Если бы по трубопроводу перекачивали бензин, то

$$Re = \frac{1,358\cdot0,361}{0,6\cdot10^{-6}} \cong 817063,\ \lambda_Б \cong 0{,}0174.$$

$$i = \lambda\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0,0174\cdot\frac{1}{0,361}\cdot\frac{1,358^2}{2\cdot9,81} \cong 0,00453$$

или 4,53 м/км.

139. Очевидны следующие параметры процесса:

$Q = 1000$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}530 - 2 \cdot 0{,}008 = 0{,}514$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,25}{514} \cong 0,00049\,;\; v = \frac{4 \cdot 1000/3600}{3,14 \cdot 0,514^2} \cong 1,34 \text{ м/с.}$$

Сначала находим гидравлические уклоны i_1 и i_2 на первой и второй половинах участка. Имеем:

1) $Re_Д = \dfrac{1,34 \cdot 0,514}{9 \cdot 10^{-6}} \cong 76529$, $\lambda_Д \cong 0{,}0212$,

$$i_Д = \lambda_Д \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0212 \cdot \frac{1}{0,514} \cdot \frac{1,34^2}{2 \cdot 9,81} \cong 0,00378\,.$$

2) $Re_Б = \dfrac{1,34 \cdot 0,514}{0,6 \cdot 10^{-6}} \cong 1147933$, $\lambda_Б \cong 0{,}0168$,

$$i_Б = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0168 \cdot \frac{1}{0,514} \cdot \frac{1,34^2}{2 \cdot 9,81} \cong 0,00299\,.$$

Затем рассчитываем изменение напора по длине участка. От начального значения 450 м он линейно уменьшается до середины участка на $60000 \cdot i_1 = 226{,}5$ м, то есть ее величина H_* со стороны дизельного топлива становится равной 223,5 м, рис. 2.14.

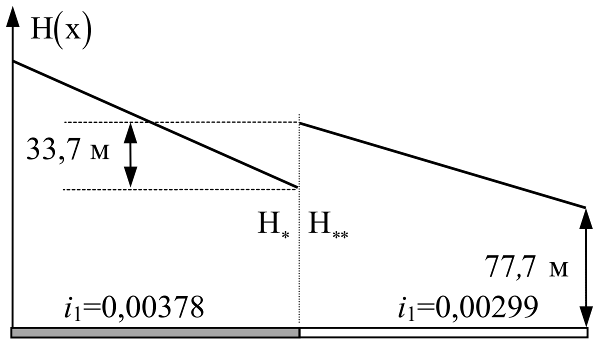


Рис. **2.14**. К решению задачи № 140

Находим давление p_* в месте контакта нефтепродуктов (длиной области смеси в соответствии с условием задачи пренебрегаем): $p_* = \rho_Д g H_* = 840 \cdot 9{,}81 \cdot 223{,}5 \cong 1{,}842 \cdot 10^6$ Па. Тогда напор H_{**} в месте контакта нефтепродуктов, вычисленный со стороны бензина, составит:

$$H_{**} = \frac{p_*}{\rho_Б g} = \frac{1{,}842 \cdot 10^6}{730 \cdot 9{,}81} \cong 257{,}2 \text{ м},$$

то есть напор в месте контакта дизельного топлива и бензина испытывает скачкообразное увеличение на величину

$H_{**} - H_* = 257{,}2 - 223{,}5 = 33{,}7$ м.

От места контакта и до конца участка напор опять линейно убывает, а его значение в конце участка определяется равенством 257,2 - $60000 \cdot 0{,}00299 \cong 77{,}7$ м, см. рисунок.

140. Сначала находим гидравлический уклон *i* в области, занятой бензином. Имеем:

$Q = 500$ м^3/ч, $d = D - 2\delta = 0{,}377 - 2 \cdot 0{,}007 = 0{,}363$ м,

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}2}{363} \cong 0{,}00055; \quad v = \frac{4 \cdot 500/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}363^2} \cong 1{,}34 \text{ м/с},$$

$$Re = \frac{1{,}34 \cdot 0{,}363}{0{,}6 \cdot 10^{-6}} \cong 810700, \quad \lambda_Б \cong 0{,}0175.$$

Гидравлический уклон *i* находится по формуле:

$$i_Б = \lambda_Б \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0175 \cdot \frac{1}{0{,}363} \cdot \frac{1{,}34^2}{2 \cdot 9{,}81} \cong 0{,}004412.$$

Далее вычисляем потери Δh напора на первых 30 км трубопровода:

$\Delta h = 30000 \cdot 0{,}004412 \cong 132{,}4$ м.

Находим напор H_* и давление p_* в месте контакта нефтепродуктов, рассчитанные по бензину:

$$H_* = H_0 - \Delta h = \frac{p_0}{\rho_Б g} - \Delta h = \frac{4{,}5 \cdot 10^6}{730 \cdot 9{,}81} - 132{,}4 \cong 496 \text{ м};$$

$p_* = \rho_Б g H_* = 730 \cdot 9{,}81 \cdot 496 \cong 3{,}552 \cdot 10^6$ Па.

Теперь можно вычислить напор H_{**} со стороны дизельного топлива: $H_{**} = \dfrac{p_*}{\rho_Д g} = \dfrac{3{,}552 \cdot 10^6}{845 \cdot 9{,}81} \cong 428{,}5$ м, то есть напор в месте контакта бензина и дизельного топлива испытывает скачкообразное уменьшение на величину

$H_* - H_{**} = 496 - 428{,}5 = 67{,}5$ м.

2.9. Перекачка высоковязких нефтей и нефтепродуктов с подогревом

141. Полагая в формуле (89) Рейнольдса-Филонова $T_1 = 20^0$С и $\nu_1 = 40$ сСт, получаем:

$\nu = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (T-20)}$ сСт.

Определяем вторую константу в этой формуле. Полагая $T = 70^0$С и $\nu = 5{,}3$ сСт, получаем уравнение:

$5{,}3 = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (70-20)}$,

откуда находим:

$$\kappa = -\frac{1}{50} ln \frac{5{,}3}{40} \cong 0{,}04\ 1/{}^0\text{C}.$$

Следовательно, для нефти данного месторождения формула Рейнольдса-Филонова приобретает вид:

$\nu = 40 \cdot e^{-0{,}04 \cdot (T-20)}$ сСт.

Теперь можно найти вязкости нефти при температурах 40 и 50 ^{0}С. Имеем:

$\nu(40) = 40 \cdot e^{-0{,}04 \cdot (40-20)} \cong 17{,}97$ сСт,

$\nu(50) = 40 \cdot e^{-0{,}04 \cdot (50-20)} \cong 12{,}05$ сСт.

142. Полагая в формуле (89) Рейнольдса-Филонова $T_1 = 10^0$С и $\nu_1 = 213{,}4$ сСт, получаем:

$\nu = 213{,}4 \cdot e^{-\kappa \cdot (T-10)}$ сСт.

Используя еще одно условие задачи, получаем уравнение для определения κ:

$$21{,}34 = 213{,}4 \cdot e^{-\kappa\cdot(20-10)},$$

из которого находим: $\kappa = -0{,}1 \cdot ln\,0{,}1 \cong 0{,}23$.

Наконец, подставляя значение κ, равное 0,23, в формулу (89), получаем уравнение для определения температуры T, при которой вязкость нефти снижается в 100 раз:

$$2{,}134 = 213{,}4 \cdot e^{-0,23\cdot(T-10)}.$$

Отсюда находим, $T = 10 - ln 0{,}01/0{,}23 \cong 30\,^0C$.

143. Полагая в формуле (89) Рейнольдса-Филонова $T_1 = 30^0C$ и $\nu_1 = 7$ сСт, получаем:

$$\nu = 7 \cdot e^{-\kappa\cdot(T-30)} \text{ сСт.}$$

Используя второе условие задачи, получаем:

$$350 = 7 \cdot e^{-\kappa\cdot(20-30)}.$$

Отсюда находим, что $\kappa = 0{,}391$.

Учитывая, что 10^{-4} м^2/с = 100 сСт, имеем неравенство:

$$\nu = 7 \cdot e^{-0,391\cdot(T-30)} < 100,$$

из которого находим: $T \geq 23{,}2^0C$.

144. Секундную потребность W тепла на подогрев нефти можно рассчитать по формуле:

$$W = \rho C_V Q \cdot \Delta T = 870 \cdot 2000 \cdot 150/3600 \cdot (70-20) = 3{,}625 \cdot 10^6 \text{ Вт.}$$

или $\approx 865{,}8$ ккал/с (1 ккал = 4187 Дж).

145. Обозначим температуру нефти после перемешивания потоков через T. Тогда уравнение теплового баланса дает:

$$\rho C_V Q_1 \cdot (50 - T) = \rho C_V Q_2 \cdot (T - 20) \text{ или}$$

$$T = \frac{50 \cdot Q_1 + 20 \cdot Q_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{50 \cdot 150 + 20 \cdot 300}{450} = 30\,^0C.$$

146. Определим сначала температуру T нефти, при которой ее начальная вязкость будет составлять 15 сСт. Для этого используем формулу Рейнольдса-Филонова:

$\nu = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (T-20)}$ сСт.

Используя второе условие задачи, получаем:

$8{,}4 = 40 \cdot e^{-\kappa \cdot (50-20)}$.

Отсюда находим, что $\kappa = 0{,}052$.

Вязкость 15 сСт будет получена при температуре, которая определяется уравнением

$$\frac{15}{40} = e^{-0{,}052 \cdot (T-20)} \Rightarrow T = 38{,}86 \ ^0C.$$

Определим теперь тепловую мощность W, необходимую для подогрева нефти от 10 до 38,86 ^{0}C. Для этого используем формулу $W = \rho \cdot C_V \cdot Q \cdot \Delta T$, в которой $\Delta T -$ разность начальной и конечной температур нефти. Подставляя в нее исходные данные, получаем:

$$W = 850 \cdot 1900 \cdot 1200/3600 \cdot (38{,}86 - 10) \cong 15{,}536 \cdot 10^{-6} \text{Вт}$$

или 15,536 МВт.

147. Для решения задачи используем формулу (91) В.Г. Шухова. Подставив в нее исходные данные, получим:

$$T(x) = 8 + (65-8) \cdot e^{-\frac{3{,}14 \cdot 1{,}25 \cdot 1{,}0}{850 \cdot 2000 \cdot 2300/3600} \cdot x} \text{ или}$$

$$T(x) = 8 + 57 \cdot exp\left(-0{,}36 \cdot 10^{-5} x\right).$$

Для $x = 50000$ м имеем:

$$T(50000) = 8 + 57 \cdot exp\left(-0{,}36 \cdot 10^{-5} \cdot 50000\right) \cong 55{,}6 \ ^0C.$$

Для $x = 100000$ м имеем:

$$T(100000) = 8 + 57 \cdot exp\left(-0{,}36 \cdot 10^{-5} \cdot 100000\right) \cong 47{,}8 \ ^0C.$$

148. Для решения задачи используем формулу (93):

$$\frac{T(x) - T_{нар.}}{T_0 - T_{нар.}} = \left[\frac{T_L - T_{нар.}}{T_0 - T_{нар.}}\right]^{x/L}.$$

Полагая в ней $x = L/22$ и $x/L = 1/2$, получаем:

$$\frac{T(L/2)-10}{65-10}=\left[\frac{30-8}{65-8}\right]^{1/2}.$$

Отсюда находим: $T(L/2)\cong 44{,}17\,{}^{0}C$.

149. Используя формулу (91) В.Г. Шухова, составляем уравнение для определения K:

$$20=6+(60-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot K\cdot 0{,}7}{870\cdot 1800/3600\cdot 1970}\cdot 120000}.$$

Решая это уравнение, находим: $1{,}35=0{,}308\cdot K$ и далее $K\cong 4{,}39$ Вт/м^2 ^{0}С.

150. Расчет начинаем с последнего сегмента участка, то есть с сегмента $90<x\le 125$ км. Используя формулу (91) В.Г. Шухова, получаем уравнение:

$$18=6+(T_{03}-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot 2{,}0\cdot 0{,}704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 35000},$$

из которого находим T_{03} – температуру нефти в начале 3-го сегмента: $T_{03}\cong 20{,}45$ ^{0}С. После этого перейдем к рассмотрению 2-го сегмента, для которого полученная температура является конечной.

Для 2-го сегмента $30<x\le 90$ км получаем уравнение:

$$20{,}45=6+(T_{02}-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot 8{,}0\cdot 0{,}704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 60000},$$

из которого находим T_{02} – температуру нефти в начале 2-го сегмента: $T_{02}\cong 57{,}54$ ^{0}С.

Наконец, переходим к рассмотрению 1-го сегмента $0<x\le 30$ км. Для него имеем уравнение:

$$57{,}54=6+(T_{01}-6)\cdot e^{-\frac{3{,}14\cdot 3{,}0\cdot 0{,}704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 30000},$$

из которого находим T_{01} – температуру нефти в начале всего участка: $T_{01}\cong 71{,}42$ ^{0}С. Таким образом, температура нефти в начале участка должна быть не ниже 71,42 ^{0}С.

Вычислим теперь среднее значение $K_{cp.}$ коэффициента теплопередачи для всего участка нефтепровода. По определению имеем уравнение:

$$18 = 6 + (71,42 - 6)\cdot e^{-\frac{3,14\cdot K_{cp.}\cdot 0,704}{848\cdot 1800/3600\cdot 1968}\cdot 125000},$$

из которого находим: $K_{cp.} \cong 5{,}12$ Вт/м^2 ^{0}C.

151. Для решения задачи можно было бы воспользоваться формулой (92), однако подставить в нее $K = 0$ непосредственно нельзя, поскольку параметр $T_\otimes$ также зависит от K, причем так, что $T_\otimes \to \infty$ при $K \to 0$. Поэтому в формуле (92) следовало бы сделать предельный переход $K \to 0$. Проще, однако, воспользоваться исходным уравнением теплообмена, положив в нем K равным 0. Сделав это, получим:

$$\rho C_v v \cdot \frac{dT}{dx} = \rho g v \cdot i_0,$$

где $i_0 -$ гидравлический уклон. Решив уравнение, найдем:

$$T(x) = T_0 + \frac{g\cdot i_0}{C_v}\cdot x \Rightarrow T_L - T_0 = \frac{g\cdot i_0\cdot L}{C_v}.$$

Режим перекачки имеет следующие параметры:

$$v = \frac{4\cdot 2200/3600}{3,14\cdot 0,7^2} \cong 1,59 \text{ м/с}, \; Re = \frac{1,59\cdot 0,7}{25\cdot 10^{-6}} \cong 44485,$$

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{44485}} \cong 0,0218, \; i_0 = 0,0218\cdot\frac{1}{0,7}\cdot\frac{1,59^2}{2\cdot 9,81} \cong 0,004.$$

Теперь можно рассчитать повышение $T_L - T_0$ температуры, происходящее за счет выделения тепла внутреннего трения:

$$T_L - T_0 = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}004 \cdot 400000}{1950} \cong 4\,^0\mathrm{C}.$$

152. Согласно формуле (92), учитывающей распределение температуры нефти по длине трубопровода с учетом выделяющегося тепла внутреннего трения, $T(x) = \mathrm{const.} = T_0$ только в том случае, если $T_0 - T_{нар.} - T_{\otimes} = 0$ или

$$T_{\otimes} = \frac{\rho g Q \cdot i_0}{\pi \cdot K \cdot d} = T_0 - T_{нар.}\,.$$

Отсюда находим, что коэффициент K должен удовлетворять условию:

$$K = \frac{\rho g Q \cdot i_0}{\pi \cdot \left(T_0 - T_{нар.}\right) \cdot d},$$

где $i_0 -$ гидравлический уклон, равный в данном случае 0,003. Таким образом, имеем:

$$K = \frac{890 \cdot 9{,}81 \cdot 2200/3600 \cdot 0{,}003}{3{,}14 \cdot 25 \cdot 0{,}7} \cong 0{,}29\ \text{Вт/м}^2\,^0\text{C}.$$

153. Коэффициент K теплопередачи от жидкости, движущейся в трубопроводе, к окружающему грунту определяется в данном случае формулой (94):

$$\frac{1}{K \cdot D} = \frac{1}{\alpha_1 \cdot d} + \left(\frac{1}{2\lambda_{ст.}} ln \frac{D}{d} + \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln \frac{D_{нар.}}{D} \right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot D_{нар.}},$$

в которой $d = D - 2\delta = 0{,}700$ м – внутренний диаметр трубы; $D_{нар.} = D + 2\delta_{из.} = 0{,}736$ м – диаметр трубы с изоляцией, а коэффициент α_2 теплопередачи через грунт в окружающий воздух рассчитывается по формуле (95) Форхгеймера:

$$\alpha_2 \cdot D_{нар.} = \frac{2\lambda_{гр.}}{ln\left[2H/D_{нар.} + \sqrt{\left(2H/D_{нар.}\right)^2 - 1} \right]}.$$

Последовательно делая вычисления, имеем:

a. $\alpha_2 \cdot D_{нар.} = \dfrac{2 \cdot 1{,}2}{ln\left[2 \cdot 2/0{,}736 + \sqrt{(2 \cdot 2/0{,}736)^2 - 1}\right]} \cong 1{,}0$ Вт/м ^{0}С;

b. $\alpha_1 \cdot d = 100 \cdot 0{,}7 = 70$ Вт/м ^{0}С;

c. $\dfrac{1}{2\lambda_{ст.}} \cdot ln\dfrac{D}{d} = \dfrac{1}{2 \cdot 40} \cdot ln\dfrac{0{,}72}{0{,}70} \cong 3{,}52 \cdot 10^{-4}$ м^{0}С/ Вт;

d. $\dfrac{1}{2\lambda_{из.}} \cdot ln\dfrac{D_{нар.}}{D} = \dfrac{1}{2 \cdot 0{,}5} \cdot ln\dfrac{0{,}736}{0{,}720} \cong 0{,}022$ м^{0}С/ Вт;

и, наконец:

$$\frac{1}{K \cdot 0{,}720} = \frac{1}{70} + 3{,}52 \cdot 10^{-4} + 0{,}022 + 1 = 1{,}0366 \text{ м}^0\text{С/ Вт},$$

откуда находим: $K \cong 1{,}34$ Вт/м^2 ^{0}С.

154. В данном случае можно использовать формулы:

а) Для случая отсутствия тепловой изоляции:

$$\frac{1}{K_1 \cdot D} = \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln\frac{D_1}{D} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot D_1}, \text{ где } D_1 = D + 2\delta_{из.}.$$

б) Для случая дополнительной тепловой изоляции:

$$\frac{1}{K_2 \cdot D} = \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln\frac{D_1}{D} + \frac{1}{2\lambda_*} ln\frac{D_*}{D_1} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot D_*}, \text{ где } D_* = D_1 - 2\delta_*.$$

Подставляя в каждую из этих формул численные значения параметров из условия задачи, получаем:

а) $\dfrac{1}{K_1 \cdot 1{,}02} = \dfrac{1}{2 \cdot 0{,}7} ln\dfrac{1{,}036}{1{,}02} + \dfrac{1}{2 \cdot 1{,}036}$,

откуда находим: $K_1 \cong 1{,}986$ Вт/м^2 ^{0}С.

б) Поскольку $K_2 = 0{,}5 \cdot K_1 = 0{,}993$ Вт/м^2 ^{0}С, то имеем:

$$\frac{1}{0{,}993 \cdot 1{,}02} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}7} ln\frac{1{,}036}{1{,}02} + \frac{1}{2 \cdot 0{,}1} ln\frac{D_*}{1{,}036} + \frac{1}{2D_*},$$

откуда находим: $D_* \cong 1{,}443$ м $\Rightarrow$ $\delta_* = 0{,}5 \cdot (D_* - D_1) = 0{,}054$ м или 54 мм.

155. По формуле (91) В.Г. Шухова находим коэффициент K_0 теплопередачи от нефти, движущейся по надземному участку трубопровода, в окружающую среду при отсутствии тепловой изоляции. Подставив в эту формулу численные значения параметров, получим:

$$32-40=(-20-40)\cdot\left[1-exp\left(-\frac{3{,}14\cdot 0{,}7\cdot K_0\cdot 2000}{1800/3600\cdot 850\cdot 1950}\right)\right],$$

откуда находим $K_0\cong 26{,}98$ Вт/м^2 ^{0}С.

Для того чтобы температура нефти даже в самом критическом случае не снизилась более чем на 1 ^{0}С, необходимо, чтобы коэффициент K_0 удовлетворял условию

$$39-40\geq(-20-40)\cdot\left[1-exp\left(-\frac{3{,}14\cdot 0{,}7\cdot K\cdot 2000}{1800/3600\cdot 850\cdot 1950}\right)\right],$$

откуда $K\leq 3{,}17$ Вт/м^2 ^{0}С. Принимаем $K_1=K_{max}=3{,}17$ Вт/м^2 ^{0}С.

Определим теперь толщину δ_* слоя тепловой изоляции ($D_*=D+2\delta_*$). Имеем:

$$\frac{1}{K_1 D}=\frac{1}{K_0 D_*}+\frac{1}{2\lambda_*}ln\frac{D_*}{D} \quad \text{или}$$

$$\frac{1}{3{,}17\cdot 0{,}72}=\frac{1}{26{,}98\cdot D_*}+\frac{1}{2\cdot 0{,}2}ln\frac{D_*}{0{,}72}.$$

Отсюда находим: $D_*\cong 0{,}85$ м. Наконец, определяем δ_*:

$\delta_*=0{,}5\cdot(0{,}85-0{,}72)=0{,}065$ м или 65 мм.

156. Суммарный коэффициент K теплопередачи в принятых допущениях определяется формулой:

$$\frac{1}{KD}=\frac{1}{2\lambda_{из.}}ln\frac{D+2\delta_{из.}}{D}+\frac{1}{\alpha_2(D+2\delta_{из.})},$$

в которой $D = 0{,}72$ м, $D + 2\delta_{из.} = 0{,}82$ м, $\lambda_{из.} = 0{,}25$ Вт/м ^{0}С. Таким образом, в этой формуле неизвестен только коэффициент α_2.

Для определения коэффициента α_2 теплопередачи от внешней поверхности слоя изоляции через грунт в воздух используем приближенную формулу (96):

$$\alpha_2\left(D + 2\delta_{из.}\right) = \frac{2\lambda_{гр.}}{ln\dfrac{2H}{D + 2\delta_{из.}} + \dfrac{\lambda_{гр.}}{\alpha_0 H}}$$

из которой вычисляем:

$$\alpha_2\left(D + 2\delta_{из.}\right) = \frac{2\cdot 1{,}8}{ln\dfrac{2\cdot 1{,}3}{0{,}82} + \dfrac{1{,}8}{8\cdot 1{,}3}} \cong 2{,}7 \text{ Вт/м } {}^0\text{С}.$$

После этого вычисляем значение коэффициента K:

$$\frac{1}{K\cdot 0{,}72} = \frac{1}{2\cdot 0{,}25} ln\frac{0{,}82}{0{,}72} + \frac{1}{2{,}7} \cong 0{,}63 \Rightarrow K \cong 2{,}2 \text{ Вт/м}^2\ {}^0\text{С}.$$

Приравнивая удельные Q/π тепловые потоки от нефти в окружающую среду и от нефти к внешней поверхности слоя изоляции

$$\frac{Q_w}{\pi} = KD\cdot\left(T_{неф.} - T_{возд.}\right) = \alpha D\cdot\left(T_{неф.} - T_{из.}\right) = 1{,}54\cdot\left(40 - 0\right) \cong 61{,}6 \text{ Вт/м}^2,$$

находим температуру $T_{из.}$ внешней поверхности слоя изоляции:

$$T_{из.} = T_{неф.} - \frac{KD}{\alpha D}\cdot\left(T_{неф.} - T_{возд.}\right),$$

где $\alpha -$ коэффициент теплопередачи через слой изоляции. Далее имеем:

$$\frac{1}{\alpha D} = \frac{1}{2\lambda_{из.}} ln\frac{D + 2\delta_{из.}}{D} = \frac{1}{2\cdot 0{,}25} ln\frac{0{,}82}{0{,}72} \cong 0{,}26,$$

$$\alpha D = 3{,}84 \text{ Вт/ м}^2\ {}^0\text{С}.$$

Таким образом:

$$T_{из.} = 40 - \frac{1,584}{3,84} \cdot (40 - 0) \cong 23,5\,^0C.$$

Используя, наконец, приближенную формулу (97) для распределения температуры в грунте при стационарном тепловом режиме

$$T(y,z) = T_{из.} - \frac{Q_w}{2\pi\lambda_{гр.}} \mathit{ln} \frac{r}{r_0},$$

где $r = \sqrt{y^2 + (z+H)^2}$; $r_0 = D/2 -$ радиус трубы, а ее ось имеет координату $(0,-H)$. Вертикальная ось OZ системы отсчета проходит через центр трубы, горизонтальная ось OY располагается на поверхности грунта, причем точка O находится над центром трубопровода на расстоянии H над ним.

Распределение $T(y)$ температуры поверхности грунта (плоскости $z = 0$) имеет вид:

$$T(y) = T_{из.} - \frac{Q_w/\pi}{2\lambda_{гр.}} \cdot \mathit{ln} \frac{\sqrt{y^2 + H^2}}{D/2}.$$

Подставив сюда численные значения параметров, получим:

$$T(y) = 23,5 - \frac{61,6}{2 \cdot 1,8} \cdot \mathit{ln} \frac{\sqrt{y^2 + 1,69}}{0,36} \quad \text{или}$$

$$T(0) = 23,5 - 17,1 \cdot \mathit{ln} \frac{\sqrt{y^2 + 1,69}}{0,36}\,^0C.$$

Максимальная температура на поверхности грунта достигается в точке $y = 0$, находящейся непосредственно над осью нефтепровода. Полагая $y = 0$, находим:

$$T(0) = 23,5 - 17,1 \cdot \mathit{ln} \frac{\sqrt{0^2 + 1,69}}{0,36} \cong +1,54\,^0C.$$

157. При решении предыдущей задачи была получена формула для распределения температуры поверхности грунта над местом залегания нефтепровода:

$$T(0) = 23{,}5 - 17{,}1 \cdot ln\frac{\sqrt{y^2 + 1{,}69}}{0{,}36}\ ^0C.$$

Примем, что на границах образовавшейся полосы, отделяющих покрытую снегом землю от непокрытой, температура грунта равна 0 ^{0}C, тогда для определения полуширины h образовавшейся незаслуженной полосы получаем уравнение:

$$23{,}5 - 17{,}1 \cdot ln\frac{\sqrt{h^2 + 1{,}69}}{0{,}36} = 0\,.$$

Решив это уравнение, найдем: $h \cong 0{,}334$ м или $2h \cong 0{,}67$ м.

158. Найдем сначала по формуле (89) зависимость $\nu(T)$ вязкости нефти от температуры. Имеем:

$$\nu(T) = 15 \cdot e^{-\kappa\cdot(T-60)},$$

где учтено, что $\nu(60) = 15$ сСт. Второе условие $\nu(20) = 40$ сСт дает для коэффициента κ уравнение:

$$40 = 15 \cdot e^{-\kappa\cdot(20-60)},$$

из которого находим $\kappa \cong 0{,}02452\ \ 1/{}^0C$.

Поскольку скорость v перекачки известна:

$$v = \frac{4 \cdot 1800/3600}{3{,}14 \cdot 0{,}7^2} \cong 1{,}30\,\text{м/с},$$

то используя формулу (91) В.Г. Шухова, можно вычислить средний по участку коэффициент K теплопередачи:

$$25 = 10 + (60 - 10) \cdot e^{-\frac{4\cdot K\cdot 135000}{860\cdot 1{,}3\cdot 0{,}7\cdot 1950}},$$

откуда находим:

$$K = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 860 \cdot 1950}{4 \cdot 135000} \cdot ln\frac{25-10}{60-10} \cong 3{,}4\ \text{Вт/м}^2\,{}^0C\,.$$

Потери напора на рассматриваемом участке вычисляем по модифицированной формуле Дарси-Вейсбаха (99):

$$h_\tau = \lambda_{эф.}\frac{L}{d}\cdot\frac{v^2}{2g},$$

где $\lambda_{эф.}$ – эффективный коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий переменность температуры по длине участка.

Сначала вычисляем вспомогательные величины:

$$\nu_{нар.} = 15\cdot e^{-0,02452\cdot(10-60)} \cong 51,1\,сСт,$$

$$\lambda_{нар.} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{1,3\cdot 0,7/\left(51,1\cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0,0274,$$

$$k = \kappa/4\cdot\left(T_0 - T_{нар.}\right) = 0,02452/4\cdot(60-10) \cong 0,307,$$

$$m = 4K\cdot L/(\rho v d C_v) = 4\cdot 3,4\cdot 135000/(860\cdot 1,3\cdot 0,7\cdot 1950) \cong 1,203$$

$$k\cdot exp(-m) = 0,307\cdot exp(-1,203) \cong 0,092,$$

$$Ei(-0,307) \cong -0,889;\ Ei(-0,092) \cong -1,899.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{эф.}$:

$$\lambda_{эф.} = \lambda_{нар.}\cdot\frac{1}{m}\cdot\left[Ei(-k) - Ei\left(-ke^{-m}\right)\right],$$

$$\lambda_{эф.} = 0,0274\cdot\frac{1}{1,203}[-0,889-(-1,899)] \cong 0,023.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора:

$$h_\tau = 0,023\cdot\frac{135000}{0,7}\cdot\frac{1,3^2}{2\cdot 9,81} \cong 382\,м.$$

Интересно отметить, что если бы нефть имела начальную температуру 60 ^{0}С на всем протяжении участка, то потери h_τ напора составили бы 335 м, что на 47 м меньше, чем в действительности.

159. Потери напора на рассматриваемом участке вычисляем по модифицированной формуле Дарси-Вейсбаха (99):

$$h_\tau = \lambda_{эф.} \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

в которой $\lambda_{эф.}$ – эффективный коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий переменность температуры потока по длине участка:

$$\lambda_{эф.} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{v \cdot d/\nu_{нар.}}} \cdot \frac{1}{m} \cdot \left[Ei(-k) - Ei\left(-ke^{-m}\right) \right], \text{ где}$$

$$k = \frac{\kappa}{4} \cdot \left(T_0 - T_{нар.}\right), m = \frac{\pi K d \cdot L}{\rho Q C_v} = \frac{4K \cdot L}{\rho v C_v d}.$$

В данном случае имеем:

$$\nu_{нар.} = 12 \cdot e^{-0,04 \cdot (10-50)} \cong 59,44,$$

$$k = \frac{\kappa}{4} \cdot \left(T_0 - T_{нар.}\right) = \frac{0,04}{4} \cdot (60 - 10) = 0,5.$$

По условию задачи требуется определить потери напора для убывающей последовательности расходов: 1000, 800 и 600 м^3/ч или соответствующих им скоростей 1,339; 1,071 и 0,804 м/с.

1) Пусть $v_1 = 1,339$ м/с. Тогда имеем:

$$\lambda_{нар.} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{1,339 \cdot 0,514 / \left(59,44 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0,0305;$$

$$k = 0,5;$$

$$m = 4K \cdot L / (\rho v d C_v) = 4 \cdot 3,5 \cdot 140000 / (900 \cdot 1,339 \cdot 0,514 \cdot 2000) \cong 1,582;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0,5 \cdot exp(-1,582) \cong 0,103,$$

$$Ei(-0,5) \cong -0,560; \ Ei(-0,103) \cong -1,796.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{эф.}$:

$$\lambda_{эф.} = 0,0305 \cdot \frac{1}{1,582}[-0,560 - (-1,796)] \cong 0,0238.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора:

$$h_\tau = 0,0238 \cdot \frac{140000}{0,514} \cdot \frac{1,339^2}{2 \cdot 9,81} \cong 592\,\text{м}.$$

2) Пусть $v_2 = 1,071$ м/с. Тогда имеем:

$$\lambda_{\text{нар.}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{1,071 \cdot 0,514 / \left(59,44 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0,032;\ k = 0,5;$$

$$m = 4 \cdot 3,5 \cdot 140000 / (900 \cdot 1,071 \cdot 0,514 \cdot 2000) \cong 1,978;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0,5 \cdot exp(-1,978) \cong 0,0692,$$

$$Ei(-0,5) \cong -0,560;\ Ei(-0,0692) \cong -2,16.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{\text{эф.}}$:

$$\lambda_{\text{эф.}} = 0,032 \cdot \frac{1}{1,978} \cdot [-0,560 - (-2,16)] \cong 0,02588.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора:

$$h_\tau = 0,02588 \cdot \frac{140000}{0,514} \cdot \frac{1,071^2}{2 \cdot 9,81} \cong 412\,\text{м}.$$

3) Пусть $v_1 = 0,804$ м/с. Тогда имеем:

$$\lambda_{\text{нар.}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{0,804 \cdot 0,514 / \left(59,44 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0,0346;\ k = 0,5;$$

$$m = 4 \cdot 3,5 \cdot 140000 / (900 \cdot 0,804 \cdot 0,514 \cdot 2000) \cong 2,635;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0,5 \cdot exp(-2,635) \cong 0,036,$$

$$Ei(-0,5) \cong -0,560;\ Ei(-0,036) \cong -2,8.$$

После этого находим эффективный коэффициент $\lambda_{\text{эф.}}$:

$$\lambda_{\text{эф.}} = 0,0346 \cdot \frac{1}{2,635} \cdot [-0,560 - (-2,8)] \cong 0,0294.$$

Наконец, рассчитываем потери h_τ напора

$$h_\tau = 0,0294 \cdot \frac{140000}{0,514} \cdot \frac{0,804^2}{2 \cdot 9,81} \cong 263,8\,\text{м}$$

и температуру T_L в конце участка трубопровода:

$T_L = 10 + (60-10)\cdot exp(-2{,}635) \cong 13{,}6\ ^0C$.

160. Найдем сначала по формуле (89) зависимость $\nu(T)$ вязкости нефти от температуры. Имеем:

$$\nu(T) = 5\cdot e^{-\kappa\cdot(T-50)},$$

где учтено, что $\nu(50) = 5$ сСт. Второе условие $\nu(20) = 40$ сСт дает для коэффициента κ уравнение:

$$40 = 5\cdot e^{-\kappa\cdot(20-50)},$$

из которого находим $\kappa \cong 0{,}0693\ \ 1/^0C$.

Далее составляем уравнение баланса напоров:

$$2\cdot\left[273 - 0{,}125\cdot 10^{-4} Q^2\right] = \lambda_{эф.}\cdot\frac{120000}{0{,}7}\cdot\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}.$$

В нем использован эффективный коэффициент $\lambda_{эф.}$ гидравлического сопротивления, учитывающий переменность температуры по длине участка, см. формулы (99):

$$\lambda_{эф.} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{v\cdot d/\nu_{нар.}}}\cdot\frac{1}{m}\cdot\left[Ei(-k) - Ei\left(-ke^{-m}\right)\right],\text{ где}$$

$$k = \frac{\kappa}{4}\cdot\left(T_0 - T_{нар.}\right),\ m = \frac{\pi K d\cdot L}{\rho Q C_v} = \frac{4K\cdot L}{\rho v C_v d}.$$

Подставляя в уравнение баланса напоров выражение для расхода Q через скорость v перекачки

$$Q = \frac{3{,}14\cdot 0{,}7^2}{4}\cdot v\cdot 3600,$$

а также учитывая другие данные условия, получаем уравнение:

$$546 = v^2\cdot\left(8737{,}4\cdot\lambda_{эф.} + 47{,}94\right). \qquad (*)$$

Полученное уравнение решаем методом итераций (последовательных приближений).

1-е приближение. В качестве 1-го приближения положим $\lambda_{эф.}^{(1)} = 0{,}02$. Тогда из уравнения (*) находим скорость течения жидкости: $v^{(1)} = 1{,}566$ м/с. Затем проверяем справедливость сделанного допущения. Имеем:

$$\nu_{\text{нар.}} = 5 \cdot \exp[-0{,}0693 \cdot (10 - 50)] = 79{,}95\,\text{сСт};$$

$$\lambda_{\text{нар.}} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{1{,}566 \cdot 0{,}7 / \left(79{,}95 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0{,}0292;$$

$$k = 1/4 \cdot 0{,}0693 \cdot (50 - 10) = 0{,}693;$$

$$m = \frac{4 \cdot 3{,}5 \cdot 120000}{1{,}566 \cdot 0{,}7 \cdot 870 \cdot 2000} \cong 0{,}881;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0{,}693 \cdot exp(-0{,}881) \cong 0{,}287;$$

$$\lambda_{\text{эф.}} = 0{,}0292 \cdot \frac{1}{0{,}881} \cdot [\text{Ei}(-0{,}693) - \text{Ei}(-0{,}287)] =$$

$$= 0{,}0292 \cdot \frac{1}{0{,}881} \cdot [-0{,}379 - (-0{,}939)] \cong 0{,}0186 < \lambda_{\text{эф.}} = 0{,}02.$$

Поскольку между принятым и рассчитанным $\lambda_{\text{эф.}}$ существует различие, сделаем второе приближение.

2-е приближение. Положим $\lambda_{\text{эф.}}^{(2)} = 0{,}0186$. Тогда из уравнения (*) находим новую скорость течения жидкости: $v^{(2)} = 1{,}611$ м/с. После этого опять проверяем справедливость сделанного допущения. Имеем:

$$\kappa = 0{,}0693\ 1/{}^{0}\text{C}; \ \nu_{\text{нар.}} = 79{,}95 \ \text{сСт};$$

$$\lambda_{\text{нар.}} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{1{,}611 \cdot 0{,}7 / \left(79{,}95 \cdot 10^{-6}\right)}} \cong 0{,}0290;$$

$$k = 1/4 \cdot 0{,}0693 \cdot (50 - 10) = 0{,}693;$$

$$m = \frac{4 \cdot 3{,}5 \cdot 120000}{1{,}611 \cdot 0{,}7 \cdot 870 \cdot 2000} \cong 0{,}856;$$

$$k \cdot exp(-m) = 0{,}693 \cdot exp(-0{,}856) \cong 0{,}294;$$

$$\lambda_{эф.} = 0,029 \cdot \frac{1}{0,856} \cdot [\mathrm{Ei}(-0,693) - \mathrm{Ei}(-0,294)] =$$

$$= 0,029 \cdot \frac{1}{0,856} \cdot [-0,379 - (-0,921)] \cong 0,0184 \approx 0,0186 = \lambda_{эф.}^{(2)}.$$

Поскольку для принятого и рассчитанного коэффициентов $\lambda_{эф.}$ получено хорошее совпадение, процесс последовательных приближений заканчивается. Таким образом, $v \cong 1,611$ м/с и, следовательно, $Q = 2231$ м^3/ч. При этом температура нефти в конце участка рассчитывается по формуле (91) В.Г. Шухова:

$$T_L = 10 + (50 - 10) \cdot exp(-0,856) \cong 27^0\mathrm{C}.$$

2.10. Физические свойства природных газов

161. Молярная масса μ газовой смеси рассчитывается по последней из формул (105):

$$\mu = \sum_{j=1}^{j=3} x_j \mu_j = 16,042 \cdot 0,99 + 28,016 \cdot 0,005 + 30,068 \cdot 0,005 = 16,172,$$

$$R = \frac{R_0}{\mu} = \frac{8314}{16,172} \cong 514,1 \text{ Дж/(кг К).}$$

162. Задача решается аналогично предыдущей.

$$\mu = \sum_{j=1}^{j=3} x_j \mu_j = 16,042 \cdot 0,88 + 28,016 \cdot 0,02 + 30,068 \cdot 0,06 +$$

$$+ 44,094 \cdot 0,04 = 18,245,$$

$$R = \frac{R_0}{\mu} = \frac{8314}{18,245} \cong 455,7 \text{ Дж/(кг К).}$$

163. Используя закон (101) Клапейрона-Менделеева

$$p \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R_0 T\,,$$

получаем уравнение для определения массы m газа

$$101300 \cdot 10^5 = \frac{m}{19{,}2} \cdot 8314 \cdot 293\,,$$

из которого находим: $m \cong 79842$ кг.

164. Используя формулу (101), получаем:

$$101300 \cdot 2{,}5 \cdot 10^5 = \frac{m}{18{,}5} \cdot 8314 \cdot 293.$$

Отсюда находим: $m \cong 192{,}328$ кг.

165. Нормальные условия (н) отличаются от стандартных (с) температурой: в первом случае она равна 0 ^{0}C, во втором +20 ^{0}C. Имеем:

$$p_{атм.} \cdot V_{н.} = \frac{m}{\mu} \cdot R_0 T_{н.}\,; p_{атм.} \cdot V_{с.} = \frac{m}{\mu} \cdot R_0 T_{с.}\,.$$

Следовательно, $V_{н.} / V_{с.} = T_{н.} / T_{с.}$. Отсюда получаем:

$$\frac{V_{н.}}{V_{с.}} = \frac{273}{273 + 20} \cong 0{,}93174 \text{ или } V_{н.} = 0{,}93174 10^4 = 9317{,}4 \text{ м}^3.$$

166. Аналогично решению предыдущей задачи, имеем: $V_{н.} / V_{с.} = T_{н.} / T_{с.}$. Отсюда получаем:

$$V_{с.} = V_{н.} \frac{T_{с.}}{T_{н.}} = 5 \cdot 10^4 \cdot \frac{273 + 20}{273} \cong 53663 \text{ м}^3.$$

167. Согласно закону Клапейрона-Менделеева, имеем:

$$p_{дн.} V_{р.} = RT_{дн.}\,;\; p_{нч.} V_{р.} = RT_{нч.} \;\Rightarrow p_{дн.} / p_{нч.} = T_{дн.} / T_{нч.}\,.$$

Здесь индексы *дн.* и *нч.* Относятся к значениям дневных и ночных параметров газа, соответственно. Далее имеем:

$$\frac{p_{дн.}}{p_{нч.}} = \frac{273 + 20}{273 + 8} \cong 1{,}0427\,, \text{ то есть } p_{дн.} = 1{,}0427 \cdot p_{нч.}\,.$$

Кроме того, известно, что $1/2 \cdot (p_{дн.} + p_{нч.}) = 0{,}11$ МПа. С учетом этого условия имеем систему уравнений для определения давлений $p_{дн.}$ и $p_{нч.}$:

$$\begin{cases} p_{дн.} + p_{нч.} = 0{,}22, \\ p_{дн.} = 1{,}0427 \cdot p_{нч.} \end{cases}.$$

Решив эту систему, получим: $p_{нч.} = 0{,}1077$ МПа, $p_{дн.} = 0{,}1123$ МПа. Таким образом, суточные колебания давления составляют $\pm 0{,}0023$ МПа.

168. Согласно закону Клапейрона-Менделеева

$$p \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R_0 T .$$

Поскольку величины V, m, μ неизменны, то

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1},$$

где индекс 1 относится к начальному состоянию газа, а индекс 2 – к новому. Отсюда имеем:

$$p_2 = 0{,}12 \cdot \frac{273+30}{273+15} \cong 0{,}1263 \text{ МПа}.$$

169. Поровый объем $V_{п.}$ газа определяется формулой

$$V_{п.} = m \cdot s \cdot \pi ab \cdot h,$$

где $\pi ab -$ площадь эллипса. В данном случае:

$$V_{п.} = 0{,}3 \cdot 0{,}65 \cdot 3{,}14 \cdot 3000 \cdot 2000 \cdot 15 \cong 55{,}1 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Масса M газа в газовой полости ПХГ вычисляется по формуле $M = \rho V_{п.}$, где $\rho -$ плотность газа в пластовых условиях. Имеем:

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{10 \cdot 10^6}{4{,}7 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{273+30}{200}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}802;$$

$$\rho = \frac{p}{ZRT} = \frac{10 \cdot 10^6}{0{,}802 \cdot 470 \cdot 303} \cong 87{,}556 \text{ кг/м}^3;$$

$$M = \rho V_{п.} = 87{,}556 \cdot 55{,}1 \cdot 10^6 \cong 4{,}824 \cdot 10^9 \text{ кг.}$$

Плотность $\rho_{ст.}$ газа при стандартных условиях рассчитывается по формуле $\rho_{ст.} = p_{ст.}/RT_{ст.}$ (здесь $Z_{ст.} = 1$). Имеем:

$$\rho_{ст.} = \frac{0{,}1013 \cdot 10^6}{470 \cdot 293} \cong 0{,}736 \text{ кг/м}^3.$$

Следовательно, объем $V_{ст.}$ газа, выраженный в стандартных кубических метрах, определяется равенствами:

$$V_{ст.} = \frac{M}{\rho_{ст.}} = \frac{4{,}824 \cdot 10^9}{0{,}736} \cong 6{,}554 \cdot 10^9 \text{ м}^3.$$

170. Поровый объем $V_{п.}$ вмещающих пород, занятых газом в конце периода отбора, вычисляется следующим образом:

$$V_{п.} = m \cdot s \cdot \pi abh = 0{,}3 \cdot 0{,}35 \cdot 3{,}14 \cdot 3000 \cdot 2000 \cdot 15 \cong 29{,}673 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Масса M газа в хранилище рассчитывается так же, как и в предыдущей задаче:

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{8{,}5 \cdot 10^6}{4{,}7 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{273+30}{200}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}832;$$

$$\rho = \frac{p}{ZRT} = \frac{8{,}5 \cdot 10^6}{0{,}832 \cdot 470 \cdot 303} \cong 71{,}739 \text{ кг/м}^3;$$

$$M = \rho V_{п.} = 71{,}739 \cdot 29{,}673 \cdot 10^6 \cong 2{,}129 \cdot 10^9 \text{ кг.}$$

Плотность $\rho_{ст.}$ газа при стандартных условиях была найдена при решении предыдущей задачи: $\rho_{ст.} = 0{,}736$ кг/м^3, поэтому его объем $V_{ст.}$, выраженный в стандартных кубических метрах, находится согласно равенству $M = \rho_{ст.} V_{ст.}$:

$$V_{ст.} = \frac{M}{\rho_{ст.}} = \frac{2{,}129 \cdot 10^9}{0{,}736} \cong 2{,}893 \cdot 10^9 \text{ м}^3.$$

Учитывая результаты расчетов, полученные при решении предыдущей задачи, находим, что из ПХГ отобрано

$$(6{,}554 - 2{,}893) \cdot 10^9 = 3{,}661 \cdot 10^9 \text{ м}^3,$$

что составляет примерно 56 % объема газа, находившегося в хранилище первоначально.

171. Используя закон (101) Клапейрона-Менделеева

$$p \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R_0 T,$$

получаем уравнение для определения массы m газа

$$1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 100000 = \frac{m}{19{,}5} \cdot 8314 \cdot (273 + 25),$$

из которого находим: $m \cong 1180591$ кг $\approx 1180{,}6$ т.

172. Критическая температура метана составляет 190,55 К. При более высоких температурах, метан может находиться только в газообразном состоянии *вне зависимости от давления.*

Критические параметры метана равны, как известно: $p_{кр.} = 4{,}641$ МПа, $T_{кр.} = 190{,}55$ К (или -82,45 ^{0}С). Таким образом, при давлении 20 МПа, которое намного *выше* критического, и температуре –110 ^{0}С (или 163 К), которое намного *ниже* критического, газ находится в жидком состоянии.

173. Средние значения критического давления и критической температуры смеси можно рассчитать по формулам (105):

$$p_{кр.см.} = 4{,}641 \cdot 0{,}94 + 4{,}913 \cdot 0{,}04 + 3{,}396 \cdot 0{,}02 \cong 4{,}627 \text{ МПа},$$

$$T_{кр.см.} = 190{,}55 \cdot 0{,}94 + 305{,}5 \cdot 0{,}04 + 126{,}25 \cdot 0{,}02 \cong 193{,}86 \text{ К}.$$

174. Средние значения критического давления и критической температуры смеси рассчитываются по формулам (105):

$$p_{кр.см.} = 4{,}641 \cdot 0{,}92 + 4{,}913 \cdot 0{,}04 + 3{,}396 \cdot 0{,}02 + 8{,}721 \cdot 0{,}01 +$$
$$+ 7{,}382 \cdot 0{,}01 \cong 4{,}695 \text{ МПа},$$

$$T_{кр.см.} = 190{,}55 \cdot 0{,}92 + 305{,}5 \cdot 0{,}04 + 126{,}25 \cdot 0{,}02 + 373{,}56 \cdot 0{,}01 + \\ + 304{,}19 \cdot 0{,}01 \cong 196{,}83 \text{ К.}$$

Затем определяем приведенные параметры газа $\overline{p}$ и $\overline{T}$:

$$\overline{p} = \frac{6{,}5}{4{,}695} \cong 1{,}384, \overline{T} = \frac{273+25}{196{,}83} \cong 1{,}514.$$

Наконец, по формуле (104) вычисляем $Z(\overline{p}, \overline{T})$:

$$Z(\overline{p}, \overline{T}) = 1 - 0{,}4273 \cdot 1{,}384 \cdot 1{,}514^{-3{,}668} \cong 0{,}871.$$

175. Сначала рассчитываются молярная масса и газовая постоянная смеси:

$$\mu = 16{,}042 \cdot 0{,}92 + 30{,}068 \cdot 0{,}04 + 58{,}12 \cdot 0{,}02 + \\ + 28{,}016 \cdot 0{,}01 + 34{,}900 \cdot 0{,}01 \cong 17{,}753 \text{ кг/кмоль,}$$

$$R = \frac{R_0}{\mu} = \frac{8314}{17{,}753} \cong 468{,}3 \text{ Дж/кг К.}$$

Затем определяются средние значения критических параметров газовой смеси:

$$p_{кр.см.} = 4{,}641 \cdot 0{,}92 + 4{,}913 \cdot 0{,}04 + 3{,}570 \cdot 0{,}02 + 3{,}396 \cdot 0{,}01 + \\ + 8{,}721 \cdot 0{,}01 \cong 4{,}659 \text{ МПа,}$$

$$T_{кр.см.} = 190{,}55 \cdot 0{,}92 + 305{,}5 \cdot 0{,}04 + 407{,}90 \cdot 0{,}02 + 126{,}25 \cdot 0{,}01 + \\ + 373{,}56 \cdot 0{,}01 \cong 200{,}68 \text{ К.}$$

Рассчитываются приведенные параметры газовой смеси:

$$\overline{p} = \frac{7{,}0}{4{,}659} \cong 1{,}502, \ \overline{T} = \frac{273+15}{200{,}68} \cong 1{,}435$$

и по формуле (104) вычисляется коэффициент $Z(\overline{p}, \overline{T})$ сжимаемости:

$$Z(\overline{p}, \overline{T}) = 1 - 0{,}4273 \cdot 1{,}502 \cdot 1{,}435^{-3{,}668} \cong 0{,}829.$$

После этого находится плотность ρ газа:

$$\rho = \frac{p}{ZRT} = \frac{7 \cdot 10^6}{0{,}829 \cdot 468{,}3 \cdot 288} \cong 62{,}61 \text{ кг/м}^3.$$

176. Уравнение равновесия газа, находящегося в скважине под действием собственного веса имеет вид:

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g,$$

где $p(y)-$ давление; $\rho = p/ZRT -$плотность газа; $g-$ ускорение силы тяжести, а ось Y направлена вертикально вверх. Отсюда получаем дифференциальное уравнение для p:

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{p}{Z}\cdot\frac{g}{RT} \text{ или } \frac{dp}{dy} = -\frac{p}{1-0{,}4273\cdot\overline{p}\cdot\overline{T}^{-3{,}668}}\cdot\frac{g}{RT}.$$

Разделив обе части уравнения на $p_{кр.}$, получим:

$$\left(\frac{1}{\overline{p}} - 0{,}4273\cdot\overline{T}^{-3{,}668}\right)d\overline{p} = -\frac{g}{RT}dy\,.$$

Интегрируя это уравнение по $\overline{p}$ от $p_{зб.}/p_{кр.}$ до $p_{уст.}/p_{кр.}$ и по y от 0 до L, где $L-$ глубина скважины, получаем:

$$ln\frac{\overline{p}_{уст.}}{\overline{p}_{зб.}} - 0{,}4273\cdot\overline{T}^{-3{,}668}\cdot\left(\overline{p}_{уст.} - \overline{p}_{зб.}\right) = -\frac{gL}{RT}$$

или $0{,}4273\cdot\overline{T}^{-3{,}668}\cdot\overline{p}_{уст.}\left(\dfrac{\overline{p}_{зб.}}{\overline{p}_{уст.}} - 1\right) - ln\dfrac{\overline{p}_{зб.}}{\overline{p}_{уст.}} = -\dfrac{gL}{RT}$.

Подставив сюда исходные данные из условия задачи, найдем:

$$0{,}4273\cdot\left(\frac{303}{195}\right)^{-3{,}668}\cdot\frac{7{,}0}{4{,}7}\cdot(x-1) - ln x = -\frac{9{,}81\cdot 1000}{470\cdot 303},$$

где $x = p_{зб.}/p_{уст.}$. Отсюда получаем трансцендентное уравнение:

$$0{,}12637\cdot x - ln\, x = 0{,}05748,$$

которое решаем методом последовательных приближений. В результате решения находим: $x \cong 1{,}083$. Следовательно, давление $p_{зб.} = 1{,}083\cdot p_{уст.} = 1{,}083\cdot 7{,}0 \cong 7{,}58$ МПа.

Таким образом, давление на забое 1000-м скважины на 0,58 МПа (≈ 6 атм.) больше, чем на ее устье. Эта разность обусловлена весом газового столба в скважине.

177. 1) Поскольку газ считается совершенным, справедливы следующие равенства:

$$p_{н.} = \rho_{н.} R T_{н.},\ p_{к.} = \rho_{к.} R T_{к.} \ \Rightarrow \frac{p_{н.}}{p_{к.}} = \frac{\rho_{н.}}{\rho_{к.}} \frac{T_{н.}}{T_{к.}},$$

где индекс н. обозначает параметр газа в начале участка газопровода, а к. – в его конце.

Далее имеем:

$$\frac{\rho_{н.}}{\rho_{к.}} = \frac{p_{н.}}{p_{к.}} \frac{T_{к.}}{T_{н.}} = \frac{5,5 \cdot 283}{3,5 \cdot 303} \cong 1,468.$$

2) Откажемся теперь от предположения о совершенности газа. Уравнение состояния в этом случае будет иметь вид: $p = Z(\overline{p}, \overline{T}) \cdot \rho R T$. Поэтому вычислим приведенные параметры газа в начале и в конце участка газопровода. Имеем:

$$\overline{p}_{н.} = 5,5/4,6 \cong 1,196,\ \overline{T}_{н.} = 303/190 \cong 1,595;$$

$$\overline{p}_{к.} = 3,5/4,6 \cong 0,761,\ \overline{T}_{н.} = 283/190 \cong 1,489.$$

Далее находим коэффициент Z сжимаемости газа:

$$Z_{н.} = 1 - 0,4273 \cdot 1,196 \cdot 1,595^{-3,668} \cong 0,908,$$

$$Z_{к.} = 1 - 0,4273 \cdot 0,761 \cdot 1,489^{-3,668} \cong 0,925.$$

После этого вычисляем отношение плотностей газа:

$$\frac{\rho_{н.}}{\rho_{к.}} = \frac{p_{н.}}{p_{к.}} \frac{T_{к.}}{T_{н.}} \frac{Z_{к.}}{Z_{н.}} = \frac{5,5 \cdot 283 \cdot 0,925}{3,5 \cdot 303 \cdot 0,908} \cong 1,495.$$

178. Согласно второй из формул (107), имеем:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

где T_2 – температура газа на выходе из нагнетателя; $T_1 = 288$ К – температура на его входе. Отсюда находим:

$$T_2 = 288 \cdot 1,6^{\frac{1,34-1}{1,34}} \cong 324,5\,\text{К}.$$

Таким образом, в результате адиабатического сжатия температура газа увеличивается примерно на 36,5 ^{0}С.

179. В политропическом процессе давление p и температура T газа связаны уравнением

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}},$$

где p_1, T_1 – давление и температура газа, соответствующие некоторому (исходному) состоянию; а m – показатель политропы. Поскольку

$$\frac{p}{p_1} = 1,4\,,\ \frac{T}{T_1} = \frac{273+30}{273+10} \cong 1,0707,$$

то имеем уравнение для определения m:

$$1,0707 = 1,4^{\frac{m-1}{m}} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = log_{1,4}1,0707 = \frac{ln1,0707}{ln1,4} \cong 0,203\,.$$

Отсюда находим: $m \cong 1,255$.

180. Сначала поступаем так же, как и при решении предыдущей задачи – находим коэффициент m политропы:

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} \Rightarrow \frac{273+38}{273+15} = 1,57^{\frac{m-1}{m}} \Rightarrow 1,0799 = 1,57^{\frac{m-1}{m}}\,.$$

Отсюда находим:

$$\frac{m-1}{m} = log_{1,57}1,0799 = \frac{ln1,0799}{ln1,57} \cong 0,17 \Rightarrow\ m \cong 1,21\,.$$

Поскольку, согласно (108) в политропическом процессе

$$\frac{T}{T_1}=\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{m-1}\Rightarrow\frac{\rho}{\rho_1}=\left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{1}{m-1}},\text{ то }\frac{\rho}{\rho_1}=\left(\frac{311}{288}\right)^{\frac{1}{1,21-1}}\cong 1,44\,.$$

2.11. Стационарные режимы работы простых газопроводов

181. Используем формулу для распределения $p(x)$ давления на участке газопровода:

$$p^2(x)=p_{н.}{}^2-\left(p_{н.}{}^2-p_{к.}{}^2\right)\cdot\frac{x}{L}$$

или

$$p(x)=p_{н.}\cdot\sqrt{1-\left(1-\frac{p_{к.}{}^2}{p_{н.}{}^2}\right)\cdot\frac{x}{L}}\Rightarrow p(x)=5{,}5\cdot\sqrt{1-\left(1-\frac{3{,}5^2}{5{,}5^2}\right)\cdot\frac{x}{L}}\,.$$

Последовательно подставляя сюда $x/L=\{1/5,2/5,3/5,4/5\}$, находим: $p(20)=5{,}16$ МПа; $p(40)=4{,}80$ МПа; $p(60)=4{,}41$ МПа; $p(80)=3{,}98$ МПа.

Для нахождения распределения $v(x)$ скорости газа используем условие постоянства массового расхода $\dot{M}$ по длине газопровода:

$$\dot{M}/S_0=\rho(x)\cdot v(x)=\frac{p(x)}{ZRT}\cdot v(x)=\text{const.},$$

где S_0 – площадь сечения газопровода. Если $Z=\text{const.}$, $T=\text{const.}$, то $p(x)\cdot v(x)=\text{const.}=p_{н.}v_{н.}$, то есть скорость течения газа обратно пропорциональна давлению. Отсюда имеем: $v(x)=p_{н.}v_{н.}/p(x)$ или $v(x)=5{,}5\cdot 5{,}0/p(x)$, где p измеряется в МПа, а v – в м/с. Подставляя последовательно найденные значения $p(x)$, находим: $v(20)\cong 5{,}33$ МПа;

$v(40)\cong 5{,}73$ м/с; $v(60)\cong 6{,}24$ м/с; $v(80)\cong 6{,}91$ м/с и $v(100)\cong 7{,}86$ м/с.

182. Поскольку массовый расход $\dot{M}$ газа при стационарном режиме перекачки не изменяется по длине газопровода, имеем:

$$\frac{\dot{M}}{S_0}=\rho_{н.}v_{н.}=\rho_{к.}v_{к.},$$

где S_0 – площадь сечения газопровода. Отсюда заключаем:

$$\frac{v_{к.}}{v_{н.}}=\frac{\rho_{н.}}{\rho_{к.}}=\frac{p_{н.}/(Z_{н.}RT_{н.})}{p_{к.}/(Z_{к.}\cdot RT_{к.})}=\frac{p_{н.}Z_{к.}T_{к.}}{p_{к.}Z_{н.}T_{н.}}=\frac{5{,}2\cdot 283\cdot Z_{к.}}{3{,}5\cdot 308\cdot Z_{н.}}\cong 1{,}365\cdot\frac{Z_{к.}}{Z_{н.}}.$$

Далее имеем:

$$Z_{н.}=1-0{,}4273\cdot(5{,}2/4{,}7)\cdot(308/194)^{-3{,}668}\cong 0{,}913;$$

$$Z_{к.}=1-0{,}4273\cdot(3{,}5/4{,}7)\cdot(283/194)^{-3{,}668}\cong 0{,}920.$$

Следовательно: $v_{к.}/v_{н.}=1{,}365\cdot 0{,}920/0{,}913\cong 1{,}375$.

183. Используем формулу для распределения $p(x)$ давления на участке газопровода:

$$p^2(x)=p_{н.}{}^2-\left(p_{н.}{}^2-p_{к.}{}^2\right)\frac{x}{L}\ \text{или}\ p(x)=\sqrt{p_{н.}{}^2-\left(p_{н.}{}^2-p_{к.}{}^2\right)\frac{x}{L}}.$$

Отсюда имеем:

$$p(L/2)=\sqrt{7{,}5^2-\left(7{,}5^2-4{,}0^2\right)\cdot 0{,}5}\cong 6{,}0\ \text{МПа}.$$

184. Аналогично решению предыдущей задачи имеем:

$$p(x)=\sqrt{p_{н.}{}^2-\left(p_{н.}{}^2-p_{к.}{}^2\right)\frac{x}{L}}.$$

Полагая в этой формуле $x/L=1/3$, находим:

$$p(L/3)=\sqrt{7{,}5^2-\left(7{,}5^2-4{,}0^2\right)\cdot 1/3}\cong 6{,}54\ \text{МПа}.$$

185. Используя формулу (112) для среднего на участке газопровода давления $p_{ср.}$, имеем:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_{н.} + \frac{p^2_{к.}}{p_{н.} + p_{к.}} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(5,2 + \frac{3,5^2}{5,2 + 3,5} \right) \cong 4,405 \text{ МПа}.$$

186. Найдем сначала плотность $\rho_{ст.}$ газа при *стандартных* условиях:

$$\rho_{ст.} = \frac{p_{ст.}}{R \cdot T_{ст.}} = \frac{p_{ст.}}{R_0/\mu \cdot T_{ст.}} = \frac{0,1013 \cdot 10^6}{8314/17,1 \cdot 293} \cong 0,711 \text{ кг/м}^3.$$

Затем вычислим массовый расход $\dot{M}$ газа:

$$\dot{M} = \rho_{ст.} Q_к = 0,711 \cdot \frac{25 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} \cong 205,8 \text{ кг/с}.$$

Найдем плотность $\rho_{в.}$ газа на входе в нагнетатель:

$$\rho_{в.} = \frac{p_{в.}}{Z_{в.} R T_{в.}} = \frac{3,7 \cdot 10^6}{Z_{в.} \cdot 8314/17,1 \cdot 288}.$$

Вычисляем коэффициент $Z_{в.}$ сжимаемости по параметрам газа на входе в нагнетатель. Имеем:

$$Z_{в.} = 1 - 0,4273 \cdot (3,7/4,7) \cdot (288/194)^{-3,668} \cong 0,92.$$

Следовательно:

$$\rho_{в.} = \frac{3,7 \cdot 10^6}{0,92 \cdot 8314/17,1 \cdot 288} \cong 28,722 \text{ кг/м}^3.$$

Теперь можно вычислить объемный расход $Q_{в.}$ на входе в нагнетатель:

$$Q_{в.} = \frac{\dot{M}}{\rho_{в.}} = \frac{205,8}{28,722} \cong 7,163 \text{ м}^3\text{/с или } 430 \text{ м}^3\text{/мин}.$$

187. В предыдущей задаче был найден объемный расход газа $Q_{в.} = 430$ м^3/мин на входе в нагнетатель. Аналогично этому находится объемный расход $Q_{н.}$ газа на выходе из нагнетателя. Имеем: $\rho_{ст.} = 0,711$ кг/м^3 и $\dot{M} = 205,8$ кг/с (см. решение предыдущей задачи).

Сначала рассчитываем коэффициент $Z_{н.}$ сжимаемости газа по его параметрам на выходе из нагнетателя:

$$Z_{н.} = 1 - 0,4273 \cdot (5,2/4,7) \cdot (308/194)^{-3,668} \cong 0,91$$

и после этого - плотность $\rho_{н.}$ газа в том же сечении:

$$\rho_{н.} = \frac{5,2 \cdot 10^6}{0,91 \cdot 8314/17,1 \cdot 308} \cong 38,159 \text{ кг/м}^3.$$

Теперь можно вычислить объемный расход $Q_{н.}$ на выходе из нагнетателя:

$$Q_{н.} = \frac{\dot{M}}{\rho_{н.}} = \frac{205,8}{38,159} \cong 5,39 \text{ м}^3/\text{с или } 324 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

Очевидно, этот расход меньше, чем расход газа на входе в нагнетатель: $Q_{н.} < Q_{в.}$. Имеем: $Q_{н.}/Q_{в.} = 324/430 \cong 0,753$.

188. Имеем:

$$\frac{Q_{к.*}}{Q_{к.}} = \sqrt{\frac{(p_{н.} + \Delta p)^2 - p_{к.}{}^2}{p_{н.}{}^2 - (p_{к.} - \Delta p)^2}} = \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 + 2\Delta p \cdot p_{н.} + \Delta p^2}{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 + 2\Delta p \cdot p_{к.} - \Delta p^2}}.$$

Вычислим разность числителя и знаменателя дроби, стоящей под знаком радикала. Получим:

$$\left[p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 + 2\Delta p \cdot p_{н.} + \Delta p^2\right] - \left[p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 + 2\Delta p \cdot p_{к.} - \Delta p^2\right] =$$
$$= 2\Delta p \cdot (p_{н.} - p_{к.}) + 2\Delta p^2 > 0,$$

поскольку $p_{н.} > p_{к.}$. Следовательно, числитель дроби больше, чем ее знаменатель. Отсюда получаем, что $Q_{к.*} > Q_{к.}$

189. Отношение $Q_{к.*}/Q_{к.}$ расходов пропорционально квадратному корню из отношения разности квадратов давления, поэтому имеем:

$$\frac{Q_{к.*}}{Q_{к.}} = \frac{\sqrt{(p_{н.} + \Delta p)^2 - (p_{к.} + \Delta p)^2}}{\sqrt{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}} = \frac{\sqrt{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 + 2\Delta p \cdot (p_{н.} - p_{к.})}}{\sqrt{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}},$$

$$\frac{Q_{к.*}}{Q_{к.}} = \sqrt{1 + \frac{2\Delta p}{p_{н.} + p_{к.}}} > 1 \Rightarrow \; Q_{к.*} > Q_{к.}\,.$$

Таким образом, коммерческий расход газа увеличивается от одновременного увеличения давлений в начале и конце участка газопровода на одну и ту же величину Δp.

190. В условиях задачи формула (115) дает для расходов газа пропорцию:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{d_1^{\,5}/\lambda_1}{d_2^{\,5}/\lambda_2}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2,5}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{0,5}.$$

Поскольку, согласно (116),

$$\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} = \sqrt{\frac{d_1^{\,0,2}}{d_2^{\,0,2}}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0,1}, \text{ то}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{d_1^{\,5}/\lambda_1}{d_2^{\,5}/\lambda_2}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2,6} = \left(\frac{1020-20}{1220-24}\right)^{2,6} \cong 0,628.$$

Следовательно,

$Q_2 = Q_1/0,628 = 20/0,628 \cong 31,85$ млн. м^3/сутки.

191. Формула (115) для расхода газа имеет вид:

$$Q_{к.} = 0,0384\cdot\sqrt{\frac{p_{н.}^{\;2} - p_{к.}^{\;2}}{ZT\lambda\cdot L\cdot\Delta}\cdot d^5}\,.$$

В силу условия $p_{в.} = p_{к.}$, $\varepsilon = p_{н.}/p_{в.} = p_{н.}/p_{к.}$, поэтому

$$Q_{к.} = 0,0384\cdot p_{к.}\sqrt{\frac{\varepsilon^2 - 1}{ZT\lambda\cdot L\cdot\Delta}\cdot d^5}\,.$$

Так как параметры $p_{к.}, Z, T, d, \Delta$ в сравниваемых вариантах одинаковы, а λ не зависит от режима течения, то имеем уравнение:

$$\frac{Q_{к.}^{(2)}}{Q_{к.}^{(1)}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2^{\,2} - 1}{\varepsilon_1^{\,2} - 1}} \text{ или } 1,1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2^{\,2} - 1}{1,56^2 - 1}}\,.$$

Решив его, находим: $\varepsilon_2 \cong 1{,}654$, откуда следует, что степень сжатия газа будет почти на 6 % больше, чем прежде.

192. Используем формулу (115):

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{ZT\lambda \cdot L \cdot \Delta} \cdot d^5}\ .$$

Выполним предварительные расчеты:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_{н.} + \frac{p^2{}_{к.}}{p_{н.} + p_{к.}} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(6{,}0 + \frac{3{,}5^2}{6{,}0 + 3{,}5} \right) \cong 4{,}86\,\text{МПа};$$

$$Z_{ср.} = 1 - 0{,}4273 \cdot (4{,}86/4{,}8) \cdot (288/200)^{-3{,}668} \cong 0{,}89;$$

$$\lambda = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}03}{1000} \right)^{0{,}2} \cong 0{,}0096\,.$$

Далее имеем:

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{\left(6 \cdot 10^6\right)^2 - \left(3{,}5 \cdot 10^6\right)^2}{0{,}89 \cdot 288 \cdot 0{,}0096 \cdot 125000 \cdot 0{,}6} \cdot 1{,}0^5} \cong 435{,}62\,\text{м}^3/\text{с}$$

или 37,64 млн. $м^3$/сутки.

193. Используем формулу (115):

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{ZT\lambda \cdot L \cdot \Delta} \cdot d^5}\ .$$

Выполним предварительные расчеты:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_{н.} + \frac{p^2{}_{к.}}{p_{н.} + p_{к.}} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(5{,}5 + \frac{3{,}8^2}{5{,}5 + 3{,}8} \right) \cong 4{,}70\,\text{МПа};$$

$$Z_{ср.} = 1 - 0{,}4273 \cdot (4{,}7/4{,}7) \cdot (283/194)^{-3{,}668} \cong 0{,}893;$$

$$\lambda = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}03}{1196} \right)^{0{,}2} \cong 0{,}0093\,.$$

Далее имеем:

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{\left(5{,}5 \cdot 10^6\right)^2 - \left(3{,}8 \cdot 10^6\right)^2}{0{,}893 \cdot 283 \cdot 0{,}0093 \cdot 120000 \cdot 0{,}59} \cdot 1{,}196^5} \cong 585{,}53$$

$м^3$/с или 50,58 млн. $м^3$/сутки.

194. Используем формулу (115):

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\ 2} - p_{к.}^{\ 2}}{ZT\lambda \cdot L \cdot \Delta} \cdot d^5} .$$

По формуле (116) вычисляем коэффициент λ:

$$\lambda = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}05}{1020 - 2 \cdot 10}\right)^{0{,}2} \cong 0{,}0106 .$$

Коэффициент Z сжимаемости газа в первом приближении рассчитываем по условиям в конце участка газопровода:

$$Z^{(1)} = 1 - 0{,}4273 \cdot (3{,}2/4{,}7) \cdot (283/194)^{-3{,}668} \cong 0{,}927 .$$

Получаем уравнение для $p_{н.}$:

$$\frac{30 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\ 2} - \left(3{,}2 \cdot 10^6\right)^2}{0{,}927 \cdot 283 \cdot 0{,}0106 \cdot 10^5 \cdot 0{,}59} \cdot 1^5} .$$

После упрощений, имеем:

$$347{,}2 = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\ 2} - 10{,}24 \cdot 10^{12}}{16{,}407 \cdot 10^4}} \Rightarrow p_{н.} \cong 4{,}864 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Теперь можно определить среднее давление $p_{ср.}$ на участке газопровода и уточнить принятый в расчете коэффициент Z. Имеем:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_{н.} + \frac{p^2_{к.}}{p_{н.} + p_{к.}}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(4{,}864 + \frac{3{,}2^2}{4{,}864 + 3{,}2}\right) \cong 4{,}089 \text{ МПа.}$$

$$Z^{(2)} = 1 - 0{,}4273 \cdot (4{,}089/4{,}7) \cdot (283/194)^{-3{,}668} \cong 0{,}907 .$$

Повторив расчеты с уточненным коэффициентом Z сжимаемости, получим уравнение

$$13{,}11 \cdot 10^{12} + 10{,}24 \cdot 10^{12} = p_{н.}^{\ 2} \Rightarrow p_{н.} \cong 4{,}83 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Поскольку следующее уточнение коэффициента Z не дает существенного изменения полученного результата, считаем, что решение $p_{н.} = 4{,}83$ МПа найдено.

195. Согласно формуле (115), имеем:

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\;2} - p_{к.}^{\;2}}{ZT\lambda \cdot L \cdot \Delta} \cdot d^5}\,.$$

По формуле (116) вычисляем коэффициент λ:

$$\lambda = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}03}{1020 - 2 \cdot 10}\right)^{0{,}2} \cong 0{,}0096\,.$$

Коэффициент Z сжимаемости газа в первом приближении рассчитываем по условию в начале участка газопровода: $Z^{(1)} = 1 - 0{,}4273 \cdot (5{,}5/4{,}7) \cdot (285/194)^{-3{,}668} \cong 0{,}878$.

Уравнение для определения $p_{к.}$ имеет вид:

$$\frac{35 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{\left(5{,}5 \cdot 10^6\right)^2 - p_{к.}^{\;2}}{0{,}878 \cdot 285 \cdot 0{,}0096 \cdot 120000 \cdot 0{,}62} \cdot 1^5}\,.$$

После упрощений получаем:

$$405{,}1 = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{30{,}25 \cdot 10^{12} - p_{к.}^{\;2}}{178724}} \Rightarrow p_{н.} \cong 3{,}22 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Теперь можно определить среднее давление $p_{ср.}$ на участке газопровода и уточнить принятое значение коэффициента Z. Имеем:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_{н.} + \frac{p^2_{к.}}{p_{н.} + p_{к.}}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(5{,}5 + \frac{3{,}22^2}{5{,}5 + 3{,}22}\right) \cong 4{,}46 \text{ МПа},$$

$$Z^{(2)} = 1 - 0{,}4273 \cdot (4{,}46/4{,}7) \cdot (285/194)^{-3{,}668} \cong 0{,}901\,.$$

Повторив расчеты с уточненным коэффициентом Z сжимаемости, найдем $p_{к.} \cong 3{,}14$ МПа. Поскольку следующее уточнение коэффициента Z не дает существенного изменения полученного результата, считаем, что решение найдено.

196. Согласно формуле (115), имеем:

$$Q_{к.} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{ZT\lambda \cdot L \cdot \Delta} \cdot d^5}\ .$$

Найдем сначала среднее давление $p_{ср.}$ на участке газопровода:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_{н.} + \frac{p^2{}_{к.}}{p_{н.} + p_{к.}} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(6{,}0 + \frac{4{,}0^2}{6{,}0 + 4{,}0} \right) \cong 5{,}07 \text{ МПа.}$$

Далее рассчитаем коэффициент Z сжимаемости газа:

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot (5{,}07/4{,}7) \cdot (283/194)^{-3{,}668} \cong 0{,}885\ .$$

По формуле (116) вычислим коэффициент λ:

$$\lambda = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}03}{d} \right)^{0{,}2} \cong \frac{0{,}038}{d^{0{,}2}}\ .$$

Подставляя данные из условия задачи, а также найденные значения Z и λ, в формулу для расхода газа, получаем уравнение для определения внутреннего диаметра d газопровода:

$$\frac{28 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 0{,}0384 \cdot \sqrt{\frac{\left(6{,}0 \cdot 10^6\right)^2 - \left(4{,}0 \cdot 10^6\right)^2}{0{,}885 \cdot 283 \cdot 0{,}038 \cdot 125000 \cdot 0{,}59} \cdot d^{5{,}2}}\ .$$

Решив это уравнение, найдем: $d \cong 1{,}193$ м. Соответственно внешний диаметр $D = d + 2\delta = 1{,}193 + 2 \cdot 0{,}01 = 1{,}213$ м. Очевидно, нужно принять $D = 1220$ мм.

197. Воспользуемся формулой (118) В.Г.Шухова, дающей распределение температуры газа по длине участка газопровода:

$$T(x) = T_{гр.} + \left(T_{н.} - T_{гр.}\right) \cdot e^{-ax}\ .$$

В этой формуле параметры газа $T_{гр.} = 0^0C$ (или 273 К) и $T_{н.} = 30^0C$ (или 303 К) известны, поэтому вычислим коэффициент $a = \alpha\pi d / \dot{M} C_p$. Имеем:

$$\dot{M} = \rho_{возд.} \cdot \Delta \cdot Q_{к.} = 1{,}204 \cdot 0{,}62 \cdot 32 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600) \cong 276{,}47 \text{ кг/с,}$$

$a = 1{,}75 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2/(276{,}47 \cdot 2500) \cong 9{,}54 \cdot 10^{-6}\ м^{-1}$.

Далее по формуле

$$T(x_i) = 0 + (30 - 0) \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot x_i)$$

рассчитываем температуры в заданных сечениях x_i:

$x_1 =$ 20000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^4) \cong 24{,}8\ ^0C$;

$x_2 =$ 40000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^4) \cong 20{,}5\ ^0C$;

$x_3 =$ 60000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^4) \cong 16{,}9\ ^0C$;

$x_4 =$ 80000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^4) \cong 14{,}0\ ^0C$;

$x_5 =$ 100000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^4) \cong 11{,}6\ ^0C$;

$x_6 =$ 120000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^4) \cong 9{,}5\ ^0C$;

$x_7 =$ 140000 м: $T = 30 \cdot exp(-9{,}54 \cdot 10^{-6} \cdot 14 \cdot 10^4) \cong 7{,}9\ ^0C$.

198. Формула для распределения температуры, учитывающая эффект Джоуля-Томсона, имеет вид

$$T(x) = T_{гр.} + (T_{н.} - T_{гр.}) \cdot e^{-ax} - D_* \cdot \frac{p_{н.} - p_{к.}}{a \cdot L}(1 - e^{-ax}).$$

Подставив в эту формулу данные из условия, получим:

$$T(x) = 30 \cdot e^{-9{,}54 \cdot 10^{-6} x} - 0{,}3 \cdot \frac{6{,}0 - 3{,}5}{1{,}336}\left(1 - e^{-9{,}54 \cdot 10^{-6} x}\right),$$

где $a = 1{,}75 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2/(281{,}07 \cdot 2500) \cong 9{,}54 \cdot 10^{-6}$ $м^{-1}$ (см. решение предыдущей задачи); $aL \cong 1{,}336$. После упрощений имеем:

$$T(x) = 30 \cdot e^{-9{,}54 10^{-6} x} - 0{,}56 \cdot \left(1 - e^{-9{,}54 10^{-6} x}\right) = 30{,}56 \cdot e^{-9{,}54 10^{-6} x} - 0{,}56.$$

Отсюда находим:

Координата, км	0	20	40	60	80	100	120	140
Температура газа без учета эффекта Джоуля - Томсона, ^0C	30	24,8	20,5	16,9	14, 0	11,6	9,7	7,9
Температура газа с учетом эффекта Джоуля – Томсона, ^0C	30	24,7	20,3	16,7	13,7	11,2	9,3	7,4
Поправка, к формуле В.Г. Шухова, ^0C	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5

199. Используя формулу (118) В.Г. Шухова, находим температуру газа в конце участка газопровода. Имеем:

$$T_{к.} = T(L) = 0 + (30 - 0) \cdot e^{-aL} = 30 \cdot exp(-aL).$$

Вычислив массовый расход $\dot{M}$ газа

$$\dot{M} = \rho_{возд} \cdot \Delta \cdot Q_{к.} = 1{,}224 \cdot 0{,}62 \cdot 32 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600) \cong 281{,}07 \text{ кг/с}$$

и показатель (aL) экспоненты

$$aL = \alpha \pi d L / \dot{M} C_p = 1{,}75 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2 \cdot 140000 / (281{,}07 \cdot 2500) \cong 1{,}336,$$

получим: $T_{к.} = 30 \cdot exp(-1{,}336) \cong 7{,}9\ {}^0C.$

Средняя температура $T_{ср.}$ газа на участке газопровода определяется формулой (121). Имеем:

$$T_{ср.} = 0 + \frac{30 - 7{,}9}{ln(30/7{,}9)} \cong 16{,}56\,{}^0C.$$

200. Согласно формуле (119), существует соотношение

$$T_{к.} = T_{гр.} + (T_{н.} - T_{гр.}) \cdot e^{-aL},$$

позволяющее определить параметр $a = \alpha \pi d / \dot{M} C_p$:

$$a = \frac{1}{L} \cdot ln \frac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}} = \frac{1}{125 \cdot 10^3} \cdot ln \frac{35 - 10}{15 - 10} \cong 1{,}288 \cdot 10^{-5}\ м^{-1}.$$

Далее нетрудно найти коэффициент α теплопередачи. Имеем:

$$\alpha = \frac{\dot{M} C_p}{\pi d} \cdot a = \frac{2500}{3{,}14 \cdot 1{,}02} \cdot 1{,}288 \cdot 10^{-5} \dot{M} \cong 0{,}01 \cdot \dot{M}.$$

Вычисляем массовый расход $\dot{M}$ газа:

$$\dot{M} = \rho_{возд} \cdot \Delta \cdot Q_{к.} = 1{,}204 \cdot 0{,}59 \cdot 25 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600) \cong 205{,}5 \text{ кг/с}.$$

Следовательно, $\alpha = 0{,}01 \cdot 205{,}5 \cong 2{,}06$ Вт/м^2 К.

2.12. Стационарные режимы работы сложных газопроводов

201. Очевидно, что среднее на участке газопровода давление $p_{ср.}$ выражается формулой

$$p_{ср.} = \frac{1}{L}\cdot\left(L_1\cdot p_{ср.,1} + L_2\cdot p_{ср.,2}\right),$$

где $L = L_1 + L_2 -$ протяженность всего участка газопровода; $p_{ср.,1}, p_{ср.2} -$ средние давления на его первом и втором сегментах, соответственно.

Обозначим давление в месте сочленения сегментов разного диаметра p_*, тогда согласно (125), имеем:

$$p_{н.}^{\ 2} - p_*^{\ 2} = B\cdot Q_{к.}\cdot\frac{L_1}{K_1^{\ 2}} \text{ и } p_*^{\ 2} - p_{к.}^{\ 2} = B\cdot Q_{к.}\cdot\frac{L_2}{K_2^{\ 2}}.$$

Отсюда находим:

$$p_*^{\ 2} = \frac{p_{н.}^{\ 2}\cdot K_1^{\ 2}/L_1 + p_{к.}^{\ 2}\cdot K_2^{\ 2}/L_2}{K_1^{\ 2}/L_1 + K_2^{\ 2}/L_2}.$$

Коэффициенты K_1 и K_2 расхода первого и второго участка, соответственно, очевидно, известны, поэтому давление p_* в месте сочленения сегментов найдено.

Далее, согласно формуле (112), имеем:

$$p_{ср.,1} = \frac{2}{3}\cdot\left(p_{н.} + \frac{p^2{}_*}{p_{н.} + p_*}\right) \text{ и } p_{ср.,2} = \frac{2}{3}\cdot\left(p_* + \frac{p^2{}_{к.}}{p_* + p_{к.}}\right),$$

откуда получаем:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3}\cdot\left(p_* + \frac{L_1}{L}\frac{p_{н.}^{\ 2}}{p_{н.} + p_*} + \frac{L_2}{L}\frac{p_{к.}^{\ 2}}{p_{к.} + p_*}\right).$$

202. Из решения предыдущей задачи следует:

$$p^{(1)}{}_{ср.} = \frac{2}{3}\cdot\left(p^{(1)}{}_* + 0{,}5\cdot\frac{p_{н.}^{\ 2}}{p_{н.} + p^{(1)}{}_*} + 0{,}5\cdot\frac{p_{к.}^{\ 2}}{p_{к.} + p^{(1)}{}_*}\right) \text{ и}$$

$$p^{(2)}{}_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p^{(2)}{}_{*} + 0,5 \cdot \frac{p_{н.}{}^{2}}{p_{н.} + p^{(2)}{}_{*}} + 0,5 \cdot \frac{p_{к.}{}^{2}}{p_{к.} + p^{(2)}{}_{*}} \right),$$

где индекс $^{(1)}$ относится к первому варианту (в котором трубой большего диаметра заменяется первая половина участка), а индекс $^{(2)}$ - ко второму варианту (в котором трубой большего диаметра заменяется вторая половина участка). Здесь p_{*} – давление в месте сочленения трубопроводов разного диаметра. Очевидно, что $p^{(1)}{}_{*} > p^{(2)}{}_{*}$, поскольку в трубопроводе большего диаметра потери давления меньше, чем в трубопроводе меньшего диаметра.

Оценим разность $p^{(1)}{}_{ср.} - p^{(2)}{}_{ср.}$ средних давлений. Для этого вычтем из первого равенства второе. После некоторых упрощений получим:

$$p^{(1)}{}_{ср.} - p^{(2)}{}_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p^{(1)}{}_{*} - p^{(2)}{}_{*} \right) \cdot \left[1 - 0,5 \cdot \frac{p_{н.}{}^{2}}{\left(p_{н.} + p^{(1)}{}_{*} \right) \cdot \left(p_{н.} + p^{(2)}{}_{*} \right)} - \right.$$

$$\left. -0,5 \cdot \frac{p_{к.}{}^{2}}{\left(p_{к.} + p^{(1)}{}_{*} \right) \cdot \left(p_{к.} + p^{(2)}{}_{*} \right)} \right].$$

Имеем: $p^{(1)}{}_{*} - p^{(2)}{}_{*} > 0$ и, кроме того,

$$\frac{p_{н.}{}^{2}}{\left(p_{н.} + p^{(1)}{}_{*} \right) \cdot \left(p_{н.} + p^{(2)}{}_{*} \right)} < 1 \text{ и } \frac{p_{к.}{}^{2}}{\left(p_{к.} + p^{(1)}{}_{*} \right) \cdot \left(p_{к.} + p^{(2)}{}_{*} \right)} < 1,$$

следовательно, выражение, стоящее в квадратных скобках, положительно. Это означает, что $p^{(1)}{}_{ср.} - p^{(2)}{}_{ср.} > 0$.

203. Поскольку трубопроводные сегменты, о которых идет речь, имеют близкие диаметры, то в качестве $d_{э.}$ примем диаметр 1,0 м. Тогда коэффициенты K_1 и K_2 расхода сегментов участка газопровода имеют следующие значения:

$$K_1 = (1200/1000)^{2,6} \cong 1,606 ; K_1 = (1000/1000)^{2,6} = 1,0 .$$

Согласно результатам решения задачи № 201, давление в месте сочленения сегментов разного диаметра может быть представлено выражением

$$p_* = \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 \cdot K_1{}^2 / L_1 + p_{к.}{}^2 \cdot K_2{}^2 / L_2}{K_1{}^2 / L_1 + K_2{}^2 / L_2}}\,.$$

Отсюда находим сначала p_*:

$$p_* = \sqrt{\frac{7{,}3^2 \cdot 1{,}606^2 / 70 + 4{,}0^2 \cdot 1{,}0^2 / 80}{1{,}606^2 / 70 + 1{,}0^2 / 80}} = 6{,}62\,\text{МПа},$$

а потом $p_{ср.}$:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(6{,}62 + \frac{70}{150} \cdot \frac{7{,}3^2}{7{,}3 + 6{,}62} + \frac{80}{150} \cdot \frac{4{,}0^2}{4{,}0 + 6{,}62} \right) \cong 6{,}14\,\text{МПа}.$$

204. Воспользуемся формулой (122), которая с учетом правила (126), справедливого для последовательного соединения трубопроводов, имеет вид:

$$Q_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}}\,, \text{ где } \frac{L}{K^2} = \frac{L_1}{K_1{}^2} + \frac{L_2}{K_2{}^2}\,.$$

Если в качестве эквивалентного диаметра $d_{э.}$ выбрать диаметр, равный 1000 мм, то можно вычислить коэффициент K расхода:

$$\frac{120}{K^2} = \frac{40}{\left[(1196/1000)^{2,6} \right]^2} + \frac{80}{\left[(1000/1000)^{2,6} \right]^2} \cong 95{,}77\,,$$

откуда $K \cong 1{,}119$.

После этого нужно вычислить коэффициент A согласно формуле (124). Однако для этого необходимо сначала найти $\Delta -$ плотность газа по воздуху, и коэффициент Z сжимаемости газа.

1) Рассчитываем плотность $\rho_{ст.}$ газа при стандартных условиях:

$R = 8314/\mu = 8314/18 \cong 461{,}9$ Дж/кг K;

$$\rho_{ст.} = \frac{p_{ст.}}{RT_{ст.}} = \frac{101300}{461{,}9 \cdot 293} \cong 0{,}749 \text{ кг/м}^3.$$

Затем рассчитываем $\Delta -$ плотность газа по воздуху:

$\Delta = 0{,}749/1{,}205 \cong 0{,}62$.

Здесь учтено, что плотность воздуха при стандартных условиях составляет 1,205 кг/м^3.

2) Рассчитываем среднее давление $p_{ср.}$ на участке *сложного* газопровода. Для этого воспользуемся результатами решения задачи № 201. Сначала находим давление p_* в месте сочленения трубопроводных сегментов разного диаметра. Имеем:

$$p_* = \sqrt{\frac{p_{н.}^{\ 2} \cdot K_1^{\ 2}/L_1 + p_{к.}^{\ 2} \cdot K_2^{\ 2}/L_2}{K_1^{\ 2}/L_1 + K_2^{\ 2}/L_2}} \text{ или}$$

$$p_* = \sqrt{\frac{5{,}5^2 \cdot 1{,}196^{5{,}2}/40 + 3{,}5^2 \cdot 1^{5{,}2}/80}{1{,}196^{5{,}2}/40 + 1^{5{,}2}/80}} \cong 5{,}2 \text{ МПа}.$$

После этого рассчитываем среднее давление $p_{ср.}$:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(p_* + \frac{L_1}{L} \frac{p_{н.}^{\ 2}}{p_{н.} + p_*} + \frac{L_2}{L} \frac{p_{к.}^{\ 2}}{p_{к.} + p_*} \right) \text{или}$$

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(5{,}2 + \frac{40}{120} \cdot \frac{5{,}5^2}{5{,}5 + 5{,}2} + \frac{80}{120} \cdot \frac{3{,}5^2}{3{,}5 + 5{,}2} \right) \cong 4{,}72 \text{ МПа}.$$

Заметим, что если мы воспользовались бы формулой (112), справедливой для участка *простого* трубопровода, то имели бы:

$$p_{ср.} = \frac{2}{3} \cdot \left(5{,}5 + \frac{3{,}5^2}{5{,}5 + 3{,}5} \right) \cong 4{,}57 \text{ МПа}.$$

3). Рассчитываем коэффициент Z сжимаемости газа:

$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot (4{,}72/4{,}7) \cdot (288/196)^{-3{,}668} \cong 0{,}895$.

Наконец, находим коэффициент A:

$$A = 17{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{d_{э.}^{\;2{,}6}}{\sqrt{ZT\Delta}} = 17{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(1000)^{2{,}6}}{\sqrt{0{,}895 \cdot 288 \cdot 0{,}62}} \cong 84{,}95$$

и вычисляем коммерческий расход газа:

$$Q_{к.} = 84{,}95 \cdot 1{,}119 \cdot \sqrt{\frac{5{,}5^2 - 3{,}5^2}{120}} \cong 36{,}82 \text{ млн. м}^3\text{/сутки.}$$

205. Обозначим K_1, L_1 и K_2, L_2 – коэффициенты расхода и протяженности сегментов газопровода. Поскольку при последовательном соединении элементов справедлива формула (126)

$$\frac{L}{K^2} = \frac{L_1}{K_1^{\;2}} + \frac{L_2}{K_2^{\;2}},$$

то имеем:

$$p_{н.}^{\;2} - p_{к.}^{\;2} = B \cdot Q_{к.}^{\;2} \cdot \left(\frac{L_1}{K_1^{\;2}} + \frac{L_2}{K_2^{\;2}} \right).$$

Если бы весь участок газопровода имел диаметр первых 60-ти км, то было бы справедливо уравнение:

$$p_{н.}^{\;2} - p_{к.}^{\;2} = B \cdot Q_{к.}'^{\;2} \cdot \frac{L_1 + L_2}{K_1^{\;2}},$$

в котором $Q'_{к.}$ – коммерческий расход при тех же начальном и конечном давлениях.

Из этих уравнений имеем:

$$1 = \frac{Q_{к.}'^{\;2}}{Q_{к.}^{\;2}} \cdot \frac{(L_1 + L_2)/K_1^{\;2}}{L_1/K_1^{\;2} + L_2/K_2^{\;2}}$$

или

$$\frac{Q'_{к.}}{Q_{к.}} = \sqrt{\frac{L_1/K_1^{\;2} + L_2/K_2^{\;2}}{(L_1 + L_2)/K_1^{\;2}}} = \sqrt{\frac{L_1/L_2 + (K_1/K_2)^2}{L_1/L_2 + 1}}\,.$$

Поскольку $K_1/K_2 = d_1^{\;2{,}6}/d_2^{\;2{,}6} = 1196^{2{,}6}/1000^{2{,}6} \cong 1{,}593$, то

$$\frac{Q'_{к.}}{Q_{к.}} = \sqrt{\frac{60/70 + 1{,}593^2}{60/70 + 1}} \cong 1{,}352 .$$

206. Аналогично решению предыдущей задачи имеем:

$$p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 = B \cdot Q_{к.}{}^2 \cdot \frac{L}{K_1{}^2} ,$$

$$p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 = B \cdot Q'_{к.}{}^2 \cdot \left(\frac{L - L_1}{K_1{}^2} + \frac{L_1}{K_2{}^2}\right),$$

где протяженность L_1 заменяемого участка равна 45 км.

Разделив почленно второе уравнение на первое, получим:

$$1 = \frac{Q'_{к.}{}^2}{Q_{к.}{}^2} \cdot \frac{(L - L_1)/K_1{}^2 + L_1/K_1{}^2}{L/K_1{}^2}$$

или

$$\frac{Q_{к.}}{Q'_{к.}} = \sqrt{\left(1 - \frac{L_1}{L}\right) + \frac{L_1}{L} \cdot \frac{K_1{}^2}{K_2{}^2}} .$$

Поскольку

$$\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2,6} = \left(\frac{1020 - 20}{1220 - 24}\right)^{2,6} \cong 0{,}628 ; \frac{L_1}{L} = \frac{45}{140} \cong 0{,}321 ,$$

то $Q'_{к.} = Q_{к.} / \sqrt{0{,}679 + 0{,}127} \cong 1{,}114 \cdot Q_{к.}$, то есть коммерческий расход газа можно увеличить на 11,4 % по сравнению с первоначальным.

207. Используем формулу (122) для расчета коммерческого расхода газа в сложном газопроводе:

$$Q_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}} .$$

Поскольку диаметры всех трех сегментов участка газопровода близки к значению 1000 мм, выберем этот диаметр в качестве эталонного: $d_{э.} = 1000$ мм.

Вычисляем значение константы A:

$$A = 17{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{d_{э.}{}^{2,6}}{\sqrt{ZT\Delta}} = 17{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1000^{2,6}}{\sqrt{0{,}9 \cdot 288 \cdot 0{,}62}} \cong 84{,}71\,.$$

Затем, согласно (126), рассчитываем коэффициент K расхода газа:

$$\frac{150}{K^2} = \frac{70}{\left[(1196/1000)^{2,6}\right]^2} + \frac{30}{\left[(1000/1000)^{2,6}\right]^2} + \frac{50}{\left[(800/1000)^{2,6}\right]^2}\,,$$

откуда находим: $K \cong 0{,}831$.

Вычисляем коммерческий расход $Q_{к.}$ газа:

$$Q_{к.} = 84{,}71 \cdot 0{,}831 \cdot \sqrt{\frac{5{,}75^2 - 3{,}8^2}{150}} \cong 24{,}8 \text{ млн. м}^3\text{/сутки.}$$

208. Используем формулу (122) для расчета коммерческого расхода газа в *сложном* газопроводе:

$$Q_{к.} = A \cdot K_0 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}}\,.$$

Новый расход $Q'_{к.}$ газа определяется той же самой формулой, но с другим коэффициентом (K) расхода:

$$Q'_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}}\,, \text{ поэтому } \frac{Q'_{к.}}{Q_{к.}} = \frac{K}{K_0}\,.$$

Далее имеем:

$$K_0 = 1; \quad \frac{120}{K^2} = \frac{120 - 75}{K_0{}^2} + \frac{75}{(K_0 + K_0)^2} = 45 + \frac{75}{4} = 63{,}75\,.$$

Отсюда находим: $K \cong 1{,}372$ и, значит, $Q'_{к.}/Q_{к.} \cong 1{,}372$.

209. Используем формулу (122) для расчета коммерческого расхода газа в сложном газопроводе:

$$Q_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}}\,.$$

Поскольку диаметры всех трех сегментов участка газопровода близки к значению 1000 мм, выберем этот диаметр в качестве эталонного: $d_{э.} = 1000$ мм.

Вычисляем коэффициенты, входящие в формулу для коммерческого расхода:

$$A = 17{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1000^{2,6}}{\sqrt{0{,}9 \cdot 283 \cdot 0{,}59}} \cong 87{,}6\,;$$

$$K_0 = \left(\frac{d}{d_{э.}}\right)^{2,6} = \left(\frac{996}{1000}\right)^{2,6} \cong 0{,}99\,; K_1 = \left(\frac{d_{л.}}{d_{э.}}\right)^{2,6} = \left(\frac{800}{1000}\right)^{2,6} \cong 0{,}56\,.$$

Далее имеем:

$$\frac{120}{K^2} = \frac{120-40}{{K_0}^2} + \frac{40}{(K_0+K_1)^2} \Rightarrow \frac{120}{K^2} = \frac{120-40}{0{,}99^2} + \frac{40}{(0{,}99+0{,}56)^2}\,,$$

откуда находим: $K \cong 1{,}105$.

$$Q_{к.} = 87{,}6 \cdot 1{,}105 \cdot \sqrt{\frac{5{,}5^2 - 3{,}8^2}{120}} \cong 35{,}135 \text{ млн. м}^3\text{/сутки.}$$

Если бы лупинг отсутствовал, коммерческий расход $Q'_{.к.}$ газа вычислялся б с другим коэффициентом расхода:

$$Q'_{.к.} = 87{,}6 \cdot 0{,}99 \cdot \sqrt{\frac{5{,}5^2 - 3{,}8^2}{120}} \cong 31{,}479 \text{ млн. м}^3\text{/сутки,}$$

то есть $(35{,}135 - 31{,}479)/31{,}479 \cong 0{,}116$. Таким образом, коммерческий расход газа был бы на 11,6 % меньше, чем на участке газопровода с лупингом.

210. В существующем варианте коммерческий расход $Q_{к.}$ газа выражается формулой

$$Q_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{{p_{н.}}^2 - {p_{к.}}^2}{L}}\,,$$

а после модернизации аналогичный расход $Q'_{.к.}$ давался бы той же формулой

$$Q'_{к.} = A \cdot K' \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}},$$

но с другим коэффициентом расхода. Поэтому при сохранении значений $p_{н.}$ и $p_{к.}$ отношение $Q'_{к.}/Q_{к.}$ расходов равно отношению K'/K коэффициентов расхода.

Выберем в качестве эталонного диаметр $d_1 = 514$ мм. Тогда, согласно формулам (126) и (127), имеем:

$$\frac{120}{K^2} = \frac{70}{\left(1^{2,6} + 1^{2,6}\right)^2} + \frac{50}{\left[(700/514)^{2,6}\right]^2} \cong 27{,}53, \Rightarrow K \cong 2{,}088.$$

В модернизированном варианте коэффициент расхода K' рассчитывается следующим образом:

$$K' = (700/514)^{2,6} \cong 2{,}232.$$

Таким образом, находим: $Q'_{к.}/Q_{к.} = 2{,}232/2{,}088 \cong 1{,}07$, то есть после модернизации участка его пропускная способность увеличится примерно на 7 %.

211. Обозначим Q_1 и $Q_2 -$ коммерческие расходы газа в каждом из двух параллельных газопроводов, а K_1 и K_2 – коэффициенты расхода соответственно в первой и второй трубе. Тогда имеем:

$$Q_1 = A \cdot K_1 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}},\ Q_2 = A \cdot K_2 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}},$$

где $L -$ протяженность участка. Очевидно также, что суммарная пропускная способность Q участка определяется формулой:

$$Q = Q_1 + Q_2 = A \cdot (K_1 + K_2) \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}}.$$

После вывода из эксплуатации половины второго трубопровода, пропускная способность Q' участка определится формулой

$$Q' = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}},$$

где коэффициент K расхода получившейся конфигурации находится по формуле (126):

$$\frac{L}{K^2} = \frac{L/2}{(K_1 + K_2)^2} + \frac{L/2}{K_1{}^2} \Rightarrow \frac{2}{K^2} = \frac{1}{(K_1 + K_2)^2} + \frac{1}{K_1{}^2},$$

или

$$\frac{2}{(K/K_1)^2} = \frac{1}{(1 + K_2/K_1)^2} + 1.$$

Отношение расходов Q'/Q определяется формулой:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{K}{K_1 + K_2} = \frac{K/K_1}{1 + K_2/K_1} = \sqrt{\frac{2}{1 + (1 + K_2/K_1)^2}}.$$

Вычислив отношение K_2/K_1:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{2,6} = \left(\frac{800}{996}\right)^{2,6} \cong 0{,}5657,$$

найдем отношение расходов *после* и *до* вывода части трубопровода из эксплуатации:

$$\frac{Q'}{Q} = \sqrt{\frac{2}{1 + (1 + 0{,}5657)^2}} \cong 0{,}761,$$

то есть коммерческий расход газа уменьшится примерно на 24% от его первоначального значения.

212. Обозначим протяженность лупинга на предыдущем участке газопровода через x км. Тогда оставшаяся часть участка имеет протяженность $(L - x)$ км. Если K – коэффициент расхода на предыдущем участке газопровода, то согласно формулам (126) и (127), имеем:

$$\frac{L}{K^2} = \frac{L - x}{K_0{}^2} + \frac{x}{(K_0 + K_0)^2},$$

где K_0 – коэффициент расхода на рассматриваемом участке газопровода до модернизации. Отсюда, в частности, следует:

$$\left(\frac{K_0}{K}\right)^2 = 1 - \frac{x}{L} + \frac{1}{4}\cdot\frac{x}{L} = 1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{x}{L}. \quad (*)$$

Поскольку справедливы формулы

$$Q_0 = A\cdot K_0\cdot\sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}} \text{ и } Q = A\cdot K\cdot\sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}'^{\,2}}{L}}$$

и, кроме того, $Q = Q_0$, то справедливо соотношение:

$$\frac{K_0\cdot\sqrt{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}}{K\cdot\sqrt{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}'^{\,2}}} = 1 \Rightarrow \frac{K_0}{K} = \frac{\sqrt{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}'^{\,2}}}{\sqrt{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}} = \sqrt{\frac{1-(p_{к.}'/p_{н.})^2}{1-(p_{к.}/p_{н.})^2}}\,.$$

Так как $p_{н.}/p_{к.} = 1{,}6$ (то есть $p_{к.}/p_{н.} = 0{,}625$) и, кроме того, согласно условию задачи, $p_{к.}'/p_{н.} = (1{,}15\cdot p_{к.})/p_{н.} = 0{,}71875$, то находим:

$$\frac{K_0}{K} = \sqrt{\frac{1-0{,}71875^2}{1-0{,}625^2}} \cong 0{,}891.$$

Учитывая формулу (*), получаем уравнение

$$0{,}891^2 = 1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{x}{L}$$

для определения x/L. Решив его, найдем: $x/L \cong 0{,}276$. Это означает, что лупинг должен занимать примерно 27,6% протяженности предыдущего участка газопровода.

213. На участке с лупингом, длину которого обозначим x, коэффициент расхода равен $2K_0$ (параллельное соединение трубопроводов), а на остальной части $(L-x)$ он равен K_0. Поскольку эти части участка соединены последовательно, то согласно формуле (126), имеем:

$$\frac{L}{K^2}=\frac{L-x}{K_0^{\,2}}+\frac{x}{\left(K_0+K_0\right)^2}.$$

Отсюда получаем:

$$\left(\frac{K_0}{K}\right)^2=1-\frac{3}{4}\cdot\frac{x}{L}.$$

Поскольку отношение коммерческих расходов Q_0/Q равно 1, то согласно формуле (122), имеем:

$$\frac{K_0\cdot\sqrt{p_{н.}^{\,2}-p_{к.}^{\,2}}}{K\cdot\sqrt{p_{н.}'^{\,2}-p_{к.}^{\,2}}}=1,$$

где $p'_{н.}$ – новое значение давления в начале участка газопровода: $p'_{н.}=6{,}5-1{,}0=5{,}5$ МПа.

Из приведенной формулы следует:

$$\frac{K_0}{K}=\frac{\sqrt{5{,}5^2-3{,}8^2}}{\sqrt{6{,}5^2-3{,}8^2}}=0{,}754.$$

Отсюда получаем уравнение для определения x/L:

$$1-\frac{3}{4}\cdot\frac{x}{L}=0{,}754^2\cong 0{,}569\Rightarrow\frac{x}{L}\cong 0{,}575.$$

Решив это уравнение, найдем $x/L\cong 0{,}575$, откуда получаем:

$$x=0{,}575\cdot L=0{,}575\cdot 140\cong 80{,}5 \text{ км}.$$

214. Формула (122) для коммерческого расхода $Q_{к.}$ газа на участке *сложного* газопровода имеет вид:

$$Q_{к.}=A\cdot K\cdot\sqrt{\frac{p_{н.}^{\,2}-p_{к.}^{\,2}}{L}},$$

если коэффициент K расхода вычисляется по формуле

$$\frac{L}{K^2}=\frac{L-L_{л.}}{K_0^{\,2}}+\frac{L_{л.}}{K_{л.}^{\,2}}\Rightarrow\frac{100}{K^2}=\frac{60}{K_0^{\,2}}+\frac{40}{K_{л.}^{\,2}}.$$

Выбрав в качестве эталонного диаметра диаметр 1000 мм, имеем:

$$K_0 = \left[\frac{(1020-2\cdot 10)}{1000}\right]^{2,6} = 1\,;\, K_1 = \left[\frac{(820-2\cdot 10)}{1000}\right]^{2,6} \cong 0,56\,;$$

$K_{л.} = K_0 + K_1 = 1 + 0,56 = 1,56$, см. формулу (127).

Здесь K_1 – коэффициент расхода той ветви лупинга, которая имеет диаметр $D_1 = 820 \times 10$ мм; $K_{л.}$ – коэффициент расхода участка трубопровода с лупингом в целом.

Находим коэффициент K:

$$\frac{100}{K^2} = 60 + \frac{40}{1,56^2} \Rightarrow K \cong 1,144\,.$$

Далее имеем:

$$\frac{Q'_{к.}}{Q_{к.}} = \frac{K}{K_0} = 1,144\,,\; Q'_{к.} = 1,144 \cdot Q_{к.} = 1,144 \cdot 28 \cong 32,0\,.$$

Таким образом, лупинг может увеличить коммерческий расход газа примерно на 4,0 млн. м^3/сутки.

215. Если в качестве эталонного диаметра газопровода выбрать диаметр 800 мм, то коэффициент K расхода определяется формулой (126):

$$\frac{130}{K^2} = \frac{20}{(600/800)^2} + \frac{50}{(514/800)^2} + \frac{60}{(800/800)^2} \cong 216,68\,,$$

откуда находим, что $K \cong 0,775$. Затем вычисляем коэффициент A:

$$A = 17,02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{800^{2,6}}{\sqrt{0,9 \cdot 288 \cdot 0,62}} \cong 47,422\,.$$

Согласно формуле (122), имеем:

$$Q_{к.} = 47,422 \cdot 0,775 \cdot \sqrt{\frac{6,2^2 - 3,8^2}{130}} \cong 15,79 \text{ млн. м}^3\text{/сутки.}$$

216. Обозначим протяженность лупинга через x (км). Тогда в формуле (122)

$$Q_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}}$$

для коммерческого расхода коэффициент K расхода всего участка в целом вычисляется по правилу

$$\frac{L}{K^2} = \frac{L - x}{K_0{}^2} + \frac{x}{K_1{}^2},$$

справедливому для *последовательного* соединения двух участков газопровода: первого - без лупинга, с протяженностью $L - x$, второго - с лупингом, с протяженностью x. Здесь $K_0 = 1$ - коэффициент расхода на участке без лупинга; K_1 - коэффициент расхода на участке с лупингом.

Согласно формуле (127), при *параллельном* соединении газопроводов коэффициенты расходов суммируются, поэтому имеет место равенство: $K_1 = K_0 + K_0 = 2K_0 = 2$. Отсюда находим коэффициент K расхода участка газопровода в целом:

$$\frac{L}{K^2} = L - x + \frac{1}{4} \cdot x = L - \frac{3}{4} x \Rightarrow K = \frac{1}{\sqrt{1 - 3/4 \cdot x/L}}.$$

Обозначив увеличенный расход через $Q'_{к.}$, имеем:

$$Q'_{к.} = A \cdot K \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}}, \quad Q_{к.} = A \cdot K_0 \cdot \sqrt{\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2}{L}},$$

откуда получаем уравнение для определения x/L:

$$\frac{Q'_{к.}}{Q_{к.}} = \frac{AK \cdot \sqrt{\left(p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2\right)/L}}{AK_0 \cdot \sqrt{\left(p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2\right)/L}} = \frac{K}{1} = \frac{1}{\sqrt{1 - 3/4 \cdot x/L}} = 1{,}25.$$

Решив это уравнение, найдем: $x/L = 0{,}48$. Поскольку $L = 120$ км, то $x = 0{,}48 \cdot 120 = 57{,}6$ км.

217. Используя формулу (125), имеем:

$$p_{н.}{}^2 - p_1{}^2 = B \cdot Q^2 \cdot \frac{40}{K^2},$$

$$p_1^{\ 2}-p_2^{\ 2}=B\cdot(Q-2)^2\cdot\frac{35}{K^2},$$

$$p_2^{\ 2}-p_{к.}^{\ 2}=B\cdot(Q-2-4)^2\cdot\frac{50}{K^2}.$$

Отсюда имеем:

$$p_{н.}^{\ 2}-p_{к.}^{\ 2}=\frac{B}{K^2}\cdot\left[40\cdot Q^2+35\cdot(Q-2)^2+50\cdot(Q-6)^2\right].$$

Поскольку расход Q известен, то осталось вычислить B и K. Принимаем $d_{э.}=1000$ мм. Тогда:

$$B=0{,}3452\cdot10^{10}\cdot\frac{0{,}92\cdot285\cdot0{,}59}{1000^{5{,}2}}\cong1{,}3414\cdot10^{-4},$$

$$K=[(1020-24)/(1000)]^{2{,}6}\cong0{,}99.$$

После этого имеем:

$$p_{к.}^{\ 2}=p_{н.}^{\ 2}-\frac{B}{K^2}\cdot\left[40\cdot Q^2+35\cdot(Q-2)^2+50\cdot(Q-6)^2\right]\text{или}$$

$$p_{к.}^{\ 2}=4{,}8^2-\frac{1{,}3414\cdot10^{-4}}{0{,}99^2}\cdot\left[40\cdot32{,}5^2+35\cdot30{,}5^2+50\cdot26{,}5^2\right].$$

Отсюда находим: $p_{к.}\cong2{,}83$ МПа.

218. Обозначим через p_* давление в месте подключения отвода. Тогда имеют место уравнения:

1. $p_{н.}^{\ 2}-p_*^{\ 2}=B\cdot Q^2\cdot\dfrac{75}{K^2}$;

2. $p_*^{\ 2}-p_{к0}^{\ 2}=B\cdot Q^2\varsigma^2\cdot\dfrac{20}{K_0^{\ 2}}$, где $\varsigma=q/Q$;

3. $p_*^{\ 2}-p_{к.}^{\ 2}=B\cdot(Q-q)^2\cdot\dfrac{55}{K^2}=B\cdot Q^2(1-\varsigma)^2\cdot\dfrac{55}{K^2}$,

где $q-$ расход в отводе; K,K_0- коэффициенты расхода в основной магистрали и в отводе; $\varsigma=q/Q-$неизвестная величина.

Сложив почленно уравнение (1) с уравнением (2) и затем – уравнение (1) с уравнением (3), получим:

$$p_{н.}{}^2 - p_{к0}{}^2 = B \cdot Q^2 \cdot \left(\frac{75}{K^2} + \frac{20}{K_0{}^2} \cdot \varsigma^2 \right),$$

$$p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 = B \cdot Q^2 \cdot \left(\frac{75}{K^2} + \frac{55}{K^2} \cdot (1-\varsigma)^2 \right).$$

Разделив почленно одно из этих уравнений на другое, получим:

$$\frac{p_{н.}{}^2 - p_{к0}{}^2}{p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2} = \frac{75/K^2 + 20/K_0{}^2 \cdot \varsigma^2}{75/K^2 + 55/K^2 \cdot (1-\varsigma)^2}$$

или

$$\frac{1-(p_{к0}/p_{н.})^2}{1-(p_{к.}/p_{н.})^2} = \frac{75 + 20(K/K_0)^2 \cdot \varsigma^2}{75 + 55 \cdot (1-\varsigma)^2}.$$

Поскольку $K/K_0 = [(1020-24)/(530-16)]^{2,6} \cong 5{,}584$, то

$$\frac{1-(2{,}0/5{,}8)^2}{1-(3{,}5/5{,}8)^2} = \frac{75 + 20 \cdot 5{,}584^2 \cdot \varsigma^2}{75 + 55 \cdot (1-\varsigma)^2},$$

откуда получаем квадратное уравнение для определения отношения $\varsigma = q/Q$:

$$\varsigma^2 + 0{,}278 \cdot \varsigma - 0{,}329 = 0.$$

Взяв его положительное решение, имеем:

$$\varsigma = \frac{-0{,}278 + \sqrt{0{,}278^2 + 4 \cdot 0{,}329}}{2} \cong 0{,}451.$$

Следовательно, $q \cong 0{,}451 \cdot Q$.

219. Обозначим коммерческий расход газа в начале участка Q, а в конце участка - $(Q-8)$ млн. м^3/сутки. Тогда справедливы следующие равенства:

$$p_{н.}{}^2 - p_*{}^2 = B \cdot Q^2 \cdot \frac{30}{K^2},$$

$$p_*{}^2 - p_{к.}{}^2 = B\cdot(Q-8)^2\cdot\frac{100}{K^2},$$

где p_* – давление в сечении отбора газа на СПХГ. Кроме того, коэффициент K расхода газа можно положить равным 1, если за эталонный диаметр принять значение 1000 мм основного газопровода.

Сложив почленно оба уравнения, получим:

$$p_{н.}{}^2 - p_{к.}{}^2 = B\cdot\left[30\cdot Q^2 + 100\cdot(Q-8)^2\right].$$

Вычислив коэффициент B

$$B = 0{,}3452\cdot 10^{10}\cdot\frac{0{,}9\cdot 285\cdot 0{,}62}{1000^{5,2}} \cong 1{,}379\cdot 10^{-4},$$

получим квадратное уравнение для расхода Q:

$$30\cdot Q^2 + 100\cdot(Q-8)^2 = \frac{5{,}8^2 - 3{,}75^2}{1{,}379\cdot 10^{-4}} \cong 141969 \text{ или}$$

$$Q^2 - 12{,}3\cdot Q - 1043 = 0 \Rightarrow Q \cong 39{,}0 \text{ млн. м}^3\text{/сутки.}$$

Следовательно, коммерческий расход газа в конце участка составляет $\approx 31{,}0$ млн. м^3/сутки.

220. Очевидно, что средняя на участке газопровода температура $T_{ср.}$ выражается формулой

$$T_{ср.} = \frac{1}{L}\cdot\left(L_1\cdot T_{ср.,1} + L_2\cdot T_{ср.,2}\right), \qquad (*)$$

где $L = L_1 + L_2$ – протяженность всего участка газопровода; $T_{ср.,1}, T_{ср.2}$ – средние температуры на первом и втором сегментах, соответственно.

Обозначим температуру в месте сочленения сегментов разного диаметра посредством T_*, тогда согласно формуле (118), имеем:

$$T_* = T_{гр.} + \left(T_{н.} - T_{гр.}\right)\cdot e^{-a_1 L}, \text{ и } T_{к.} = T_{гр.} + \left(T_* - T_{гр.}\right)\cdot e^{-a_2 L_2},$$

где $a_1 = \alpha\pi d_1 / \dot{M}C_p$, $a_2 = \alpha\pi d_2 / \dot{M}C_p$.

Отсюда находим a_1L_1 и a_2L_2:

$$a_1L_1 = ln\frac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_* - T_{гр.}},\ a_2L_2 = ln\frac{T_* - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}},$$

и далее получаем:

$$\frac{a_1L_1}{a_2L_2} = \frac{d_1L_1}{d_2L_2} = \frac{ln\left[\left(T_{н.} - T_{гр.}\right)/\left(T_* - T_{гр.}\right)\right]}{ln\left[\left(T_* - T_{гр.}\right)/\left(T_{к.} - T_{гр.}\right)\right]},$$

$$ln\left(\frac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_* - T_{гр.}}\right)^{d_2L_2} = ln\left(\frac{T_* - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}}\right)^{d_1L_1},$$

$$\left(\frac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_* - T_{гр.}}\right)^{d_2L_2} = \left(\frac{T_* - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}}\right)^{d_1L_1}.$$

Разрешив это уравнение относительно температуры T_*, получим:

$$T_* = T_{гр.} - \left(T_{н.} - T_{гр.}\right)^{d_2L_2/(d_1L_1+d_2L_2)}\left(T_{к.} - T_{гр.}\right)^{d_1L_1/(d_1L_1+d_2L_2)}. \quad (**)$$

Поскольку величины $T_{н.}, T_{к.}, T_{гр.}$, а также d_1, d_2, L_1 и L_2 известны, то можно считать известной и температуру T_* в месте сочленения сегментов газопровода различных диаметров. Если далее учесть, что

$$T_{ср.1} = T_{гр.} + \frac{T_{н.} - T_*}{ln\left(\frac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_* - T_{гр.}}\right)} \text{ и } T_{ср.2} = T_{гр.} + \frac{T_* - T_{к.}}{ln\left(\frac{T_* - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}}\right)},$$

то, согласно равенству (*), имеем:

$$T_{ср.} = T_{гр.} + \left(d_1L_1 + d_2L_2\right)\cdot\frac{\left(\frac{T_{н.} - T_*}{d_1L} + \frac{T_* - T_{к.}}{d_2L}\right)}{ln\left(\frac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}}\right)},$$

где температура T_* определяется выражением (**).

2.13. Расчет режимов работы центробежных нагнетателей газа

221. Плотность $\rho_{в.}$ газа, поступающего во всасывающий коллектор КС, определяется формулой:

$$\rho_{в.} = \frac{p_{в.}}{Z_{в.}RT_{в.}}, \text{ где } Z_{в.} = 1 - 0{,}4273 \cdot \overline{p} \cdot \overline{T}^{-3{,}668}, R = \frac{8314}{\mu}.$$

Подставляя в эти формулы данные из условия, получаем:

$$Z_{в.} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{4{,}0}{4{,}8} \cdot \left(\frac{288}{198}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}91;$$

$$R = \frac{8314}{17{,}36} \cong 478{,}9 \text{ Дж/кг К};$$

$$\rho_{в.} = \frac{p_{в.}}{Z_{в.}RT_{в.}} = \frac{4 \cdot 10^6}{0{,}91 \cdot 478{,}9 \cdot 288} \cong 31{,}870 \text{ кг/м}^3.$$

222. Коммерческий расход $Q_{к.}$ газа связан с объемным расходом $Q_{в.}$ в линии всасывания КС равенствами:

$$\dot{M} = Q_{к.} \cdot \rho_{ст.} = Q_{в.} \cdot \rho_{в.}.$$

Отсюда получаем соотношение между расходами:

$$Q_{в.} = Q_{.к.} \frac{\rho_{ст.}}{\rho_{в.}} = Q_{.к.} \frac{p_{ст.}/(RT_{ст.})}{p_{в.}/(Z_{в.}RT_{в.})} = Q_{.к.} \frac{0{,}1013}{3{,}5} \cdot \frac{288}{293} \cdot Z_{в.}$$

Вычисляем $Z_{в.}$:

$$Z_{в.} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{3{,}5}{4{,}7} \cdot \left(\frac{288}{194}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}925.$$

После этого находим:

$$Q_{в.} = \frac{15 \cdot 10^6}{24 \cdot 60} \cdot \frac{0{,}1013}{3{,}5} \cdot \frac{288}{293} \cdot 0{,}925 \cong 274 \text{ м}^3\text{/мин}.$$

223. Согласно формуле (132), температуры газа $T_{в.}$ *до* и $T_{н.}$ *после* компримирования связаны формулой

$$\frac{T_{н.}}{T_{в.}} = \left(\frac{p_{н.}}{p_{в.}}\right)^{\frac{m-1}{m}},$$

где $m-$ показатель политропы. Подставив в эту формулу данные из условия задачи, получим:

$$\frac{273+31{,}5}{273+15} = \left(\frac{4{,}55}{3{,}5}\right)^{\frac{m-1}{m}} \Rightarrow \frac{m-1}{m} \cong 0{,}212 \ \Rightarrow m \cong 1{,}27\,.$$

Следовательно, показатель политропического процесса сжатия газа на КС равен $\approx 1{,}27$.

Далее имеем:

$$\frac{T^{*}_{н.}}{273+20} = \left(\frac{4{,}55}{3{,}5}\right)^{\frac{1{,}27-1}{1{,}27}} \Rightarrow T^{*}_{н.} \cong 309{,}8 \text{ К},$$

то есть температура газа увеличится $\approx 5{,}3\ {}^{0}$С.

224. Сначала вычисляем параметры перекачиваемого газа:

$$R = \frac{8314}{17} \cong 489{,}1 \text{ Дж/кг К};$$

$$Z_{в.} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{3{,}5}{4{,}7} \cdot \left(\frac{283}{170}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}95\,.$$

Затем определяем приведенные параметры режима работы центробежного нагнетателя:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.}R_{пр.}T_{пр.}}{Z_{в.}RT_{в.}}} = \frac{4300}{4800}\sqrt{\frac{0{,}9\cdot 490\cdot 288}{0{,}95\cdot 489{,}1\cdot 283}} \cong 0{,}88\,;$$

$$(Q_{в.})_{пр.} = Q_{в.}\frac{n_0}{n} = 400\cdot\frac{4800}{4300} \cong 447 \text{ м}^3\text{/мин.}$$

По характеристикам ЦБН 370-18-1, рис. 1.13, находим приближенное значение степени сжатия: $\varepsilon \cong 1{,}19$.

225. Сначала вычисляем параметры перекачиваемого газа:

$$R = \frac{8314}{18{,}5} \cong 449{,}4 \text{ Дж/кг К};$$

$$Z_{в.}=1-0{,}4273\cdot\frac{3{,}75}{4{,}8}\cdot\left(\frac{283}{195}\right)^{-3{,}668}\cong 0{,}915.$$

Затем определяем приведенные параметры режима работы центробежного нагнетателя:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.}=\frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.}R_{пр.}T_{пр.}}{Z_{в.}RT_{в.}}}=\frac{5300}{6150}\sqrt{\frac{0{,}91\cdot 490\cdot 288}{0{,}915\cdot 449{,}4\cdot 283}}\cong 0{,}9;$$

$$(Q_{в.})_{пр.}=Q_{в.}\frac{n_0}{n}=260\cdot\frac{6150}{5300}\cong 302\ \text{м}^3/\text{мин.}$$

По характеристикам Н 300-1,23, рис. 1.14, находим приближенное значение степени сжатия: $\varepsilon\cong 1{,}21$.

226. Из решения предыдущей задачи известны $R=449{,}4$ Дж/кг К и $Z_{в.}=0{,}915$, поэтому параметры режима работы центробежного нагнетателя будут такими:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.}=\frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.}R_{пр.}T_{пр.}}{Z_{в.}RT_{в.}}}=\frac{6150}{6150}\sqrt{\frac{0{,}91\cdot 490\cdot 288}{0{,}915\cdot 449{,}4\cdot 283}}\cong 1{,}05;$$

$$(Q_{в.})_{пр.}=Q_{в.}\frac{n_0}{n}=260\cdot\frac{6150}{6150}=260\ \text{м}^3/\text{мин.}$$

По характеристикам Н 300-1,23, рис. 1.14, находим приближенное значение степени сжатия: $\varepsilon\cong 1{,}31$.

227. Рассчитываем параметры газа и режима перекачки:

$$R=\frac{R_{возд.}}{\Delta}=\frac{287{,}1}{0{,}59}\cong 486{,}6\ \text{Дж/(кг К)};$$

$$Z_{в.}=1-0{,}4273\cdot\frac{3{,}8}{4{,}75}\cdot\left(\frac{290}{198}\right)^{-3{,}668}\cong 0{,}916;$$

$$\rho_{ст.}=\rho_{возд.}\cdot\Delta=1{,}204\cdot 0{,}59\cong 0{,}710\ \text{кг/м}^3;$$

$$\rho_{в.}=\frac{p_{в.}}{Z_{в.}RT_{в.}}=\frac{3{,}8\cdot 10^6}{0{,}916\cdot 486{,}6\cdot 290}\cong 29{,}398\ \text{кг/м}^3;$$

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.}=\frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.}R_{пр.}T_{пр.}}{Z_{в.}RT_{в.}}}=\frac{6500}{6150}\cdot\sqrt{\frac{0{,}91\cdot 490\cdot 288}{0{,}916\cdot 486{,}6\cdot 290}}\cong 1{,}05\,;$$

$$(Q_{в.})_{пр.}=Q_{в.}\frac{6150}{6500}=0{,}946\cdot Q_{в.}\ м^3/мин.$$

Поскольку степень сжатия ε газа центробежным нагнетателем известна и равна 1,25, то по характеристикам нагнетателя можно найти приведенный расход: см. рис. 1.14 при $\varepsilon = 1{,}25$ и $(n/n_0)_{пр.} = 1{,}05$. Имеем: $(Q_{в.})_{пр.} \approx 370$ м^3/мин. Следовательно, $Q_{в.} = (Q_{в.})_{пр.}/0{,}946 = 370/0{,}946 \cong 390$ м^3/мин.

Поскольку $Q_{к.}\cdot\rho_{ст.} = Q_{в.}\cdot\rho_{в.}$, то можно вычислить коммерческий расход $Q_{к.}$ газа, обеспечиваемый данным ГПА:

$$Q_{к.}=Q_{в.}\frac{\rho_{в.}}{\rho_{ст.}}=370\cdot 60\cdot 24\cdot\frac{29{,}398}{0{,}710}\cong 22{,}06\cdot 10^6\ м^3/сутки.$$

228. Приближение строим по двум точкам, имеющим абсциссы $(Q_{в.пр.})_1 = 350$ м^3/мин; и $(Q_{в.пр.})_2 = 550$ м^3/мин, рис. 1.13.

Пусть $(n/n_0)_{пр.} = 0{,}95$. Подставив заданные расходы и соответствующие им степени сжатия в уравнения аппроксимации, получим систему линейных уравнений для коэффициентов a и b:

$$\begin{cases}1{,}225^2 = a - b\cdot 350^2,\\ 1{,}1505^2 = a - b\cdot 550^2.\end{cases}$$

Разрешив систему, найдем: $a = 1{,}62$; $b = 0{,}983\cdot 10^{-6}$. Таким образом, первую из характеристик нагнетателя можно представить в виде: $\varepsilon^2 = 1{,}62 - 0{,}983\cdot 10^{-6}\cdot Q_{в.пр.}{}^2$.

Аналогично находим вид остальных характеристик:

$(n/n_0)_{пр.} = 1{,}00 : \varepsilon^2 = 1{,}69 - 1{,}041\cdot 10^{-6}\cdot Q_{в.пр.}{}^2$;

$(n/n_0)_{пр.} = 1{,}05 : \varepsilon^2 = 1{,}79 - 1{,}235\cdot 10^{-6}\cdot Q_{в.пр.}{}^2$.

229. Приближение строим по двум точкам, имеющим абсциссы $\left(Q_{в.пр.}\right)_1 = 250$ м^3/мин; и $\left(Q_{в.пр.}\right)_2 = 450$ м^3/мин, рис. 1.14.

Пусть $\left(n/n_0\right)_{пр.} = 0{,}95$. Подставив заданные расходы и соответствующие им степени сжатия в уравнения аппроксимации, получим систему линейных уравнений для коэффициентов a и b:

$$\begin{cases} 1{,}25^2 = a - b\cdot 250^2, \\ 1{,}13^2 = a - b\cdot 450^2. \end{cases}$$

Разрешив систему, найдем: $a = 1{,}69$; $b = 2{,}040\cdot 10^{-6}$. Таким образом, первую из характеристик ЦБН Н-300-1,23 можно представить в виде: $\varepsilon^2 = 1{,}69 - 2{,}040\cdot 10^{-6}\cdot Q_{в.пр.}{}^2$.

Аналогично находим вид остальных характеристик:

$\left(n/n_0\right)_{пр.} = 1{,}00 : \varepsilon^2 = 1{,}76 - 2{,}165\cdot 10^{-6}\cdot Q_{в.пр.}{}^2$;

$\left(n/n_0\right)_{пр.} = 1{,}05 : \varepsilon^2 = 1{,}91 - 2{,}668\cdot 10^{-6}\cdot Q_{в.пр.}{}^2$.

230. Сначала вычисляем параметры перекачиваемого газа:

$$R = \frac{R_{возд.}}{\Delta} = \frac{287{,}1}{0{,}62} \cong 463{,}1 \text{ Дж/(кг К)};$$

$$Z_{в.} = 1 - 0{,}4273\cdot\frac{3{,}2}{4{,}8}\cdot\left(\frac{283}{195}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}927;$$

$$\rho_{ст.} = \rho_{возд.}\cdot\Delta = 1{,}204\cdot 0{,}62 \cong 0{,}746 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{в.} = \frac{p_{в.}}{Z_{в.} R T_{в.}} = \frac{3{,}2\cdot 10^6}{0{,}927\cdot 463{,}1\cdot 283} \cong 26{,}340 \text{ кг/м}^3;$$

$$Q_{в.} = Q_{к.}\cdot\rho_{ст.}/\rho_{в.} = \frac{15\cdot 10^6}{24\cdot 60}\cdot\frac{0{,}746}{26{,}34} \cong 295 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

Затем определяем приведенные параметры режима работы центробежного нагнетателя:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.} R_{пр.} T_{пр.}}{Z_{в.} R T_{в.}}} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{0{,}91\cdot 490\cdot 288}{0{,}927\cdot 463{,}1\cdot 283}} \cong 1{,}028\cdot\frac{n}{n_0};$$

$$(Q_{в.})_{пр.}=Q_{в.}\frac{n_0}{n}=295\cdot\frac{n_0}{n}\ м^3/мин.$$

Поскольку степень сжатия ε в рассматриваемом случае известна и равна 1,2, то необходимо, используя приведенные характеристики Н 300-1,23, рис. 1.14, подобрать такое значение n/n_0, чтобы точка с координатами $(Q_{в.})_{пр.}=295/(n/n_0)$ и $\varepsilon = 1{,}2$ лежала на характеристике $(n/n_0)_{пр.}=1{,}028\cdot n/n_0$. Ответ на этот вопрос ищем методом последовательных приближений.

1) Полагаем $(n/n_0)_{пр.}=0{,}85 \Rightarrow n/n_0=0{,}85/1{,}028\cong 0{,}827$;

$(Q_{в.})_{пр.}=295/0{,}827\cong 356{,}7$ м^3/мин $\Rightarrow$ $\varepsilon \cong 1{,}175 < 1{,}2$ (см. рис. 1.14), следовательно, $(n/n_0)_{пр.}$ нужно увеличить.

2) Полагаем $(n/n_0)_{пр.}=0{,}90 \Rightarrow n/n_0=0{,}90/1{,}028\cong 0{,}875$;

$(Q_{в.})_{пр.}=295/0{,}875\cong 337$ м^3/мин $\Rightarrow$ $\varepsilon \cong 1{,}205 \approx 1{,}19$ (см. рис.1.14), следовательно, можно считать, что решение найдено.

Имеем: $n = 0{,}875 \cdot n_0 = 0{,}875 \cdot 6150 \cong 5380$ об/мин.

Определяем мощность $N_{влп.}$ на валу привода ЦБН. Согласно (130), имеем:

$$N=\rho_{в.}\left(\frac{n}{n_0}\right)^3\cdot\left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.}=26{,}34\cdot(0{,}875)^3\cdot\left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.}\cong 17{,}65\cdot\left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.},$$

где значение $(N/\rho_{в.})_{пр.}$ берется согласно приведенной характеристике Н 300-1,23 при $(Q_{в.})_{пр.} = 337$ м^3/мин, рис. 1.14: $(N/\rho_{в.})_{пр.}\cong 137$ кВт/(кг/м^3). Подставляя это значение в формулу для мощности, находим: $N=17{,}65\cdot 137\cong 2418$ кВт и мощность $N_{влп.}$ на валу привода: $N_{влп.} = 2418+100 = 2518$ кВт.

231. Сначала вычисляем параметры перекачиваемого газа:

$$R = \frac{R_{\text{возд.}}}{\Delta} = \frac{287{,}1}{0{,}62} \cong 463{,}1\ \text{Дж/(кг К)};$$

$$Z_{\text{в.}} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{3{,}8}{4{,}7} \cdot \left(\frac{288}{194}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}919;$$

$$\rho_{\text{ст.}} = \rho_{\text{возд.}} \cdot \Delta = 1{,}204 \cdot 0{,}62 \cong 0{,}746\ \text{кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{в.}} = \frac{p_{\text{в.}}}{Z_{\text{в.}} R T_{\text{в.}}} = \frac{3{,}8 \cdot 10^6}{0{,}919 \cdot 463{,}1 \cdot 288} \cong 31{,}002\ \text{кг/м}^3;$$

$$Q_{\text{в.}} = Q_{\text{к.}} \cdot \rho_{\text{ст.}} / \rho_{\text{в.}} = \frac{22 \cdot 10^6}{24 \cdot 60} \cdot \frac{0{,}746}{31{,}002} \cong 367{,}6\ \text{м}^3/\text{мин}.$$

Затем определяем приведенные параметры режима работы центробежного нагнетателя:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{\text{пр.}} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{\text{пр.}} R_{\text{пр.}} T_{\text{пр.}}}{Z_{\text{в.}} R T_{\text{в.}}}} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{0{,}90 \cdot 490 \cdot 288}{0{,}919 \cdot 463{,}1 \cdot 288}} \cong 1{,}018 \cdot \frac{n}{n_0};$$

$$(Q_{\text{в.}})_{\text{пр.}} = Q_{\text{в.}} \frac{n_0}{n} = 367{,}6 \cdot \frac{n_0}{n}\ \text{м}^3/\text{мин}.$$

Поскольку степень сжатия ε в рассматриваемом случае известна и равна 1,25, то необходимо, используя приведенные характеристики 370-18-1, рис. 1.13, подобрать такое значение n/n_0, чтобы точка с координатами $Q_{\text{в.}} = 367{,}6/(n/n_0)$ и $\varepsilon = 1{,}25$ лежала на характеристике $(n/n_0)_{\text{пр.}} = 1{,}018 \cdot n/n_0$. Решение ищем методом последовательных приближений.

1) Полагаем $(n/n_0)_{\text{пр.}} = 0{,}9 \Rightarrow n/n_0 \cong 0{,}916$;

$(Q_{\text{в.}})_{\text{пр.}} = 367{,}6/0{,}916 \cong 401\ \text{м}^3/\text{мин} \Rightarrow \varepsilon \cong 1{,}2 < 1{,}25$ (см. рис. 1.13), следовательно, $(n/n_0)_{\text{пр.}}$ нужно увеличить.

2) Полагаем $(n/n_0)_{\text{пр.}} = 1{,}0 \Rightarrow n/n_0 = 1{,}0/1{,}018 \cong 0{,}982$;

$(Q_{\text{в.}})_{\text{пр.}} = 367{,}6/0{,}982 \cong 374$ $\text{м}^3/\text{мин}$ $\Rightarrow$ $\varepsilon \cong 1{,}25$ (см. рис.1.13), следовательно, можно считать, что решение найдено.

Имеем: $n = 0{,}982 \cdot n_0 = 0{,}982 \cdot 4800 \cong 4714$ об/мин.

232. Используя формулы (122) – (125), вычислим давление $p_{н.}$ в начале участка газопровода, необходимое для транспортировки газа, и соответствующую ему степень сжатия ε. Имеем:

$$p_{н.}^{\ 2} = p_{к.}^{\ 2} + B \cdot Q_{к.}^{\ 2} \cdot L,\ (d_{э.} = d\ ; К=1),$$

где $B = \dfrac{1}{A^2} = 0{,}3452 \cdot 10^{10} \cdot \dfrac{ZT\Delta}{d^{5,2}}$.

Вычисляем коэффициент B. Сначала рассчитываем коэффициент Z сжимаемости газа, принимая в качестве первого приближения среднее давление, равным давлению в конце участка газопровода.

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot (3{,}5/4{,}7) \cdot (285/200)^{-3,668} \cong 0{,}913.$$

Коэффициент B:

$$B = 0{,}3452 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0{,}913 \cdot 285 \cdot 0{,}62}{1196^{5,2}} \cong 5{,}515 \cdot 10^{-5}.$$

Отсюда находим:

$$p_{н.} = \sqrt{3{,}5^2 + 5{,}515 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{10000}{350}\right)^2 \cdot 125} \cong 4{,}23\,МПа,$$

следовательно, среднее давление $p_{ср.}$ на участке газопровода равно: $2/3 \cdot \left(4{,}23 + 3{,}5^2/7{,}73\right) \cong 3{,}88$ МПа.

Выполняя расчеты второго приближения для давления $p = p_{ср.} = 3{,}88$ МПа, имеем:

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot (3{,}88/4{,}7) \cdot (285/200)^{-3,668} \cong 0{,}904.$$

Коэффициент B:

$$B = 0{,}3452 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0{,}904 \cdot 285 \cdot 0{,}62}{1196^{5,2}} \cong 5{,}461 \cdot 10^{-5}.$$

Отсюда находим:

$$p_{н.} = \sqrt{3{,}5^2 + 5{,}461 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{10000}{350}\right)^2 \cdot 125} \cong 4{,}22\,\text{МПа},$$

то есть найденное значение давления $p_{н.}$ в начале участка практически не изменилось. Следовательно, степень сжатия ε, которую должны обеспечивать нагнетатели Н-300-1,23, равна $4{,}22/3{,}5 \cong 1{,}21$.

После того, как требуемая степень сжатия найдена, вычислим параметры газа в линии всасывания каждого нагнетателя, учитывая их параллельное соединение:

$$R = \frac{R_{возд.}}{\Delta} = \frac{287{,}1}{0{,}62} \cong 463{,}1\,\text{Дж/(кг К)};$$

$$Z_{в.} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{3{,}5}{4{,}7} \cdot \left(\frac{285}{200}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}913;$$

$$\rho_{ст.} = \rho_{возд.} \cdot \Delta = 1{,}204 \cdot 0{,}62 \cong 0{,}746\ \text{кг/м}^3;$$

$$\rho_{в.} = \frac{p_{в.}}{Z_{в.} R T_{в.}} = \frac{3{,}5 \cdot 10^6}{0{,}913 \cdot 463{,}1 \cdot 285} \cong 29{,}045\,\text{кг/м}^3;$$

$$Q_{в.} = Q_{к.} \cdot \rho_{ст.} / \rho_{в.} = \frac{(5000/350) \cdot 10^6}{24 \cdot 60} \cdot \frac{0{,}746}{29{,}045} \cong 255\ \text{м}^3\text{/мин.}$$

Затем определим приведенные параметры режима работы центробежного нагнетателя:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.} R_{пр.} T_{пр.}}{Z_{в.} R T_{в.}}} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{0{,}91 \cdot 490 \cdot 288}{0{,}913 \cdot 463{,}1 \cdot 285}} \cong 1{,}032 \cdot \frac{n}{n_0};$$

$$(Q_{в.})_{пр.} = Q_{в.} \frac{n_0}{n} = 255 \cdot \frac{n_0}{n}\ \text{м}^3\text{/мин.}$$

Поскольку степень сжатия ε уже известна и равна 1,21 , то необходимо, используя приведенные характеристики Н-300-1,23, рис. 1.14, подобрать значение n/n_0 так, чтобы точка с координатами $(Q_{в.})_{пр.} = 255/(n/n_0)$ и $\varepsilon = 1{,}21$ лежала на характеристике $(n/n_0)_{пр.} = 1{,}032 \cdot n/n_0$. Подбор осуществляем методом последовательных приближений.

1) Полагаем $(n/n_0)_{пр.} = 1{,}0 \Rightarrow n/n_0 = 1{,}0/1{,}032 \cong 0{,}969$;

$(Q_{в.})_{пр.} = 255/0{,}969 \cong 263\,м^3/мин \Rightarrow \varepsilon \cong 1{,}275$ (см. рис.1.14), что больше необходимого значения 1,21. Следовательно, $(n/n_0)_{пр.}$ нужно уменьшить

2) Полагаем $(n/n_0)_{пр.} = 0{,}95 \Rightarrow n/n_0 = 0{,}95/1{,}032 \cong 0{,}921$;

$(Q_{в.})_{пр.} = 255/0{,}921 \cong 277\,м^3/мин \Rightarrow \varepsilon \cong 1{,}24 > 1{,}21$ (см. рис. 1.14), следовательно, $(n/n_0)_{пр.}$ нужно еще уменьшить.

3) Полагаем $(n/n_0)_{пр.} = 0{,}90 \Rightarrow n/n_0 = 0{,}9/1{,}032 \cong 0{,}872$;

$(Q_{в.})_{пр.} = 255/0{,}872 \cong 292\,м^3/мин \Rightarrow \varepsilon \cong 1{,}21$ (см. рис. 1.14), следовательно, можно считать, что решение найдено.

Имеем: $n = 0{,}872 \cdot n_0 = 0{,}872 \cdot 6150 \cong 5360$ об/мин.

Определяем мощность $N_{влп.}$ на валу привода ЦБН. Согласно (130), имеем:

$$N = \rho_{в.}\left(\frac{n}{n_0}\right)^3 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.} = 29{,}045 \cdot (0{,}872)^3 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.} \cong 19{,}258 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.},$$

где значение $(N/\rho_{в.})_{пр.}$ берется согласно приведенной характеристике Н-300-1,23 при $(Q_{в.})_{пр.} = 292$ $м^3$/мин, рис. 1.14: $(N/\rho_{в.})_{пр.} \cong 135$ кВт/(кг/$м^3$) и $N = 19{,}258 \cdot 135 \cong 2600$ кВт и мощность $N_{влп.}$ на валу привода: $N_{влп.} = 2600 + 100 = 2700$ кВт.

Поскольку агрегатов 2, то суммарно потребляемая ими мощность составляет $2 \times 2700 \approx 5400$ кВт или 5,4 МВт.

233. Используем формулу (125):

$p_{н.}^2 = p_{к.}^2 + B \cdot Q_{к.}^2 \cdot L$, ($d_{э.} = d$; К=1), где $B = \dfrac{1}{A^2} = 0{,}3452 \cdot 10^{10} \cdot \dfrac{ZT\Delta}{d^{5,2}}$.

Вычисляем коэффициент B.

Сначала находим *среднюю* температуру $T_{ср.}$ на участке газопровода:

$$T_{ср.} = T_{гр.} + \frac{T_{н.} - T_{к.}}{ln\left(\dfrac{T_{н.} - T_{гр.}}{T_{к.} - T_{гр.}}\right)} = 8 + \frac{30-12}{ln\left(\dfrac{30-8}{12-8}\right)} \cong 18{,}6\ {}^0C.$$

Затем рассчитываем коэффициент Z сжимаемости газа, принимая в качестве первого приближения среднее давление, равным давлению в конце участка газопровода, а температуру – средней по участку:

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot (3{,}8/4{,}75) \cdot (291{,}6/195)^{-3,668} \cong 0{,}922\,.$$

Коэффициент B:

$$B = 0{,}3452 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0{,}922 \cdot 291{,}6 \cdot 0{,}65}{1196^{5,2}} \cong 5{,}974 \cdot 10^{-5}\,.$$

Отсюда находим:

$$p_{н.} = \sqrt{3{,}8^2 + 5{,}974 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{21000}{350}\right)^2 \cdot 105} \cong 5{,}90\ МПа.$$

Найденное значение показывает, что среднее давление $p_{ср.}$ на участке газопровода равно: $2/3 \cdot \left(4{,}5 + 5{,}9^2/10{,}4\right) \cong 5{,}23$ МПа, что выше принятого 3,8 МПа. Следовательно, расчет может быть откорректирован.

Выполняя расчеты второго приближения для давления $p = p_{ср.} = 5{,}23$ МПа, имеем:

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot (5{,}23/4{,}75) \cdot (291{,}6/195)^{-3,668} \cong 0{,}892\,.$$

Коэффициент B:

$$B = 0{,}3452 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0{,}892 \cdot 291{,}6 \cdot 0{,}65}{1196^{5,2}} \cong 5{,}780 \cdot 10^{-5}\,.$$

Отсюда находим:

$$p_{н.} = \sqrt{3{,}8^2 + 5{,}78 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{21000}{350}\right)^2 \cdot 105} \cong 6{,}0 \text{ МПа},$$

то есть найденное ранее значение давления $p_{н.}$ практически не изменилось. Следовательно, степень сжатия ε, которую должны обеспечивать нагнетатели 370-18-1, равна $6{,}0/4{,}7 \cong 1{,}28$.

После того, как требуемая степень сжатия найдена, вычисляем параметры газа в линии всасывания каждого нагнетателя, учитывая их параллельное соединение:

$$R = \frac{R_{возд.}}{\Delta} = \frac{287{,}1}{0{,}65} \cong 441{,}7 \text{ Дж/(кг К)};$$

$$Z_{в.} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{4{,}7}{4{,}75} \cdot \left(\frac{285}{195}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}895;$$

$$\rho_{ст.} = \rho_{возд.} \cdot \Delta = 1{,}204 \cdot 0{,}65 \cong 0{,}783 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{в.} = \frac{p_{в.}}{Z_{в.} R T_{в.}} = \frac{4{,}7 \cdot 10^6}{0{,}895 \cdot 441{,}7 \cdot 285} \cong 41{,}716 \text{ кг/м}^3;$$

$$Q_{в.} = Q_{к.} \cdot \rho_{ст.} / \rho_{в.} = \frac{[(21000/2)/350] \cdot 10^6}{24 \cdot 60} \cdot \frac{0{,}783}{41{,}716} \cong 391 \text{ м}^3\text{/мин.}$$

Затем определяем приведенные параметры режима работы центробежного нагнетателя:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр.} R_{пр.} T_{пр.}}{Z_{в.} R T_{в.}}} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{0{,}90 \cdot 490 \cdot 288}{0{,}895 \cdot 441{,}7 \cdot 285}} \cong 1{,}062 \cdot \frac{n}{n_0};$$

$$(Q_{в.})_{пр.} = Q_{в.} \frac{n_0}{n} = 391 \cdot \frac{n_0}{n} \text{ м}^3\text{/мин.}$$

Поскольку степень сжатия ε уже известна и равна 1,28 , то необходимо, используя приведенные характеристики 370-18-1, рис. 1.13, подобрать значение n/n_0 так, чтобы точка с координатами $(Q_{в.})_{пр.} = 391/(n/n_0)$ и $\varepsilon = 1{,}28$ лежала на характеристике $(n/n_0)_{пр.} = 1{,}062 \cdot n/n_0$. Подбор осуществляем методом последовательных приближений.

1) Полагаем $(n/n_0)_{пр.} = 1{,}0 \Rightarrow n/n_0 = 1{,}0/1{,}062 \cong 0{,}942$;

$(Q_{в.})_{пр.} = 391/0{,}942 \cong 415\,м^3/мин \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \cong 1{,}25$ (см. рис.1.13), что меньше необходимого значения 1,28. Следовательно, $(n/n_0)_{пр.}$ нужно увеличить.

2) Полагаем $(n/n_0)_{пр.} = 1{,}05 \Rightarrow n/n_0 = 1{,}05/1{,}062 \cong 0{,}989$;

$(Q_{в.})_{пр.} = 391/0{,}989 \cong 395\,м^3/мин \Rightarrow \varepsilon \cong 1{,}28$ (см. рис. 1.13), следовательно, решение найдено.

Имеем: $n = 0{,}989 \cdot n_0 = 0{,}989 \cdot 4800 \cong 4750$ об/мин.

234. Определим сначала степень ε_1 сжатия газа первым нагнетателем. Имеем:

$$R = \frac{8314}{17} \cong 489\,Дж/(кг\,К);$$

$$Z_{в.1} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{3{,}5}{4{,}7} \cdot \left(\frac{283}{170}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}951;$$

$$\rho_{в.1} = \frac{p_{в.1}}{Z_{в.1} R T_{в.1}} = \frac{3{,}5 \cdot 10^6}{0{,}951 \cdot 489 \cdot 283} \cong 26{,}595;$$

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.} = \frac{5300}{6150} \cdot \sqrt{\frac{0{,}91 \cdot 490 \cdot 288}{0{,}951 \cdot 489 \cdot 283}} \cong 0{,}85;$$

$$(Q_{в.})_{пр.} = 250 \cdot \frac{6150}{5300} \cong 290\,м^3/мин.$$

Используя характеристики Н-300-1,23, представленные на рис. 1.14, находим: $\varepsilon_1 \cong 1{,}19$.

Рассчитываем давление, температуру, см. (132), и расход газа на входе второго нагнетателя:

$$p_{в.2} = p_{н.1} = \varepsilon_1 \cdot p_{в.1} = 1{,}19 \cdot 3{,}5 = 4{,}165 \text{ МПа};$$

$$\frac{T_{в.2}}{T_{в.1}} = \varepsilon_1^{\frac{m-1}{m}} = 1{,}19^{\frac{1{,}27-1}{1{,}27}} \cong 1{,}0377\,;\ T_{в.2} = 283 \cdot 1{,}0377 \cong 294 \text{ К};$$

$$Z_{в.2} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{4{,}165}{4{,}7} \cdot \left(\frac{294}{170}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}949\,;$$

$$\rho_{в.2} = \frac{p_{в.2}}{Z_{в.2} R T_{в.2}} = \frac{4{,}165 \cdot 10^6}{0{,}949 \cdot 489 \cdot 294} \cong 30{,}528 \text{ кг/м}^3;$$

$$Q_{в.2} = \frac{\rho_{в.1}}{\rho_{в.2}} \cdot Q_{в.1} = \frac{26{,}595}{30{,}528} \cdot 250 \cong 218 \text{ м}^3\text{/мин};$$

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.} = \frac{5700}{6150} \cdot \sqrt{\frac{0{,}91 \cdot 490 \cdot 288}{0{,}949 \cdot 489 \cdot 294}} \cong 0{,}90\,;$$

$$(Q_{в.})_{пр.} = 218 \cdot \frac{6150}{5700} \cong 235 \text{ м}^3\text{/мин.}$$

Используя характеристики Н-300-1,23, представленные на рис. 1.14, находим: $\varepsilon_2 \cong 1{,}23$.

Степень ε сжатия газа системой двух нагнетателей равна произведению $\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$ степеней сжатия отдельных нагнетателей. Имеем:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 1{,}19 \cdot 1{,}23 \cong 1{,}46\,.$$

Используя формулу (132), находим:

$$\frac{T_{н.2}}{T_{в.2}} = \varepsilon_2^{\frac{m-1}{m}} = 1{,}23^{\frac{1{,}27-1}{1{,}27}} \cong 1{,}045 \Rightarrow T_{н.2} = 294 \cdot 1{,}045 \cong 307 \text{ К.}$$

235. Определим сначала степень ε_1 сжатия газа первым нагнетателем. Имеем:

$$R = \frac{R_{возд.}}{\Delta} = \frac{287{,}1}{0{,}62} \cong 463{,}1 \text{ Дж/(кг К)};$$

$$Z_{в.1} = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{3{,}2}{4{,}7} \cdot \left(\frac{288}{200}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}924\,;$$

$$\rho_{в.1}=\frac{3{,}2\cdot10^6}{0{,}924\cdot463{,}1\cdot288}\cong25{,}967\text{ кг/м}^3;$$

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.}=\frac{4800}{4800}\cdot\sqrt{\frac{0{,}90\cdot490\cdot288}{0{,}924\cdot463{,}1\cdot288}}\cong1{,}015;$$

$$(Q_{в.1})_{пр.}=500\cdot\frac{4800}{4800}=500\text{ м}^3\text{/мин.}$$

Используя характеристики нагнетателя 370-18-1, представленные на рис. 1.13, находим: $\varepsilon_1\cong1{,}235$.

Рассчитываем давление, температуру, см. (132), плотность и расход газа на входе второго нагнетателя:

$$p_{в.2}=p_{н.1}=\varepsilon_1\cdot p_{в.1}=1{,}235\cdot3{,}2=3{,}952\text{ МПа};$$

$$\frac{T_{в.2}}{T_{в.1}}=\varepsilon_1^{\frac{m-1}{m}}=1{,}235^{\frac{1{,}25-1}{1{,}25}}\cong1{,}043;\ T_{в.2}=288\cdot1{,}043\cong300{,}4\text{ К};$$

$$Z_{в.2}=1-0{,}4273\cdot\frac{3{,}952}{4{,}7}\cdot\left(\frac{300{,}4}{200}\right)^{-3{,}668}\cong0{,}919;$$

$$\rho_{в.2}=\frac{3{,}952\cdot10^6}{0{,}919\cdot463{,}1\cdot300{,}4}\cong30{,}912\text{ кг/м}^3;$$

$$Q_{в.2}=\frac{\rho_{в.1}}{\rho_{в.2}}\cdot Q_{в.1}=\frac{25{,}967}{30{,}912}\cdot500\cong420\text{ м}^3\text{/мин};$$

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр.}=\frac{n_2}{n_0}\cdot\sqrt{\frac{0{,}90\cdot490\cdot288}{0{,}919\cdot463{,}1\cdot300{,}4}}\cong0{,}997\cdot\frac{n_2}{n_0};$$

$$(Q_{в.2})_{пр.}=\frac{420}{n_2/n_0}\text{ м}^3\text{/мин, где } n_0=4800\text{ об/мин.}$$

Поскольку суммарная степень сжатия ε равна $\varepsilon_1\varepsilon_2$, то $\varepsilon_2=\varepsilon/\varepsilon_1=1{,}5/1{,}235\cong1{,}21$, то есть степень сжатия ε_2 во втором нагнетателе известна. Теперь необходимо, используя приведенные характеристики нагнетателя 370-18-1, рис. 1.13, подобрать значение n_2/n_0 так, чтобы точка с координатами

$(Q_{в.2})_{пр.} = 420/(n_2/n_0)$ и $\varepsilon_2 = 1{,}21$ лежала на характеристике $(n/n_0)_{пр.} = 0{,}997 \cdot n_2/n_0$. Подбор осуществляем методом последовательных приближений.

Полагаем $(n_2/n_0)_{пр.} = 0{,}95 \Rightarrow n_2/n_0 = 0{,}95/0{,}977 \cong 0{,}972$; тогда $(Q_{в.2})_{пр.} = 420/0{,}972 \cong 432$ м^3/мин $\Rightarrow$ $\varepsilon_2 \cong 1{,}21$ (см. рис. 1.13). Следовательно, $(n/n_0)_{пр.}$ найдено уже в первом приближении и в последующих приближениях необходимости нет. Имеем: $n_2 = 0{,}972 \cdot n_0 = 0{,}972 \cdot 4800 \cong 4670$ об/мин.

Определяем мощность $N^{(1)}_{влп.}$ на валу привода первого ЦБН. Согласно формуле (130), имеем:

$$N^{(1)} = \rho_{в.1}\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^3 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.1} = 25{,}967 \cdot (1{,}0)^3 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.} \cong 25{,}967 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.},$$

где значение $(N/\rho_{в.})_{пр.}$ берется согласно приведенной характеристике 370-18-1 при приведенном расходе 500 м^3/мин, рис. 1.13: $(N/\rho_{в.})_{пр.} \cong 260$ кВт/(кг/м^3). Отсюда находим: $N^{(1)} = 25{,}967 \cdot 260 \cong 6750$ кВт и мощность $N^{(1)}_{влп.}$ на валу привода: $N^{(1)}_{влп.} = 6750 + 100 = 6850$ кВт.

Определяем мощность $N^{(2)}_{влп.}$ на валу привода второго ЦБН. Имеем:

$$N^{(2)} = \rho_{в.2}\left(\frac{n_2}{n_0}\right)^3 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.} = 30{,}912 \cdot (0{,}972)^3 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.} \cong 28{,}4 \cdot \left(\frac{N}{\rho_{в.}}\right)_{пр.},$$

где значение $(N/\rho_{в.})_{пр.}$ берется согласно приведенной характеристике 370-18-1, рис. 1.13 при приведенном расходе 432 м^3/мин: $(N/\rho_{в.})_{пр.} \cong 250$ кВт/(кг/м^3). Отсюда находим: $N^{(2)} = 28{,}4 \cdot 250 = 7100$ кВт и мощность $N_{влп.}$ на валу привода: $N^{(2)}_{влп.} = 7100 + 100 = 7200$ кВт.

Таким образом, суммарная мощность, потребляемая обоими нагнетателями составляет $7200 + 6850 = 14050$ кВт или 14,05 МВт.

236. Согласно формуле (137), адиабатическая скорость звука c в газе (то есть волны быстрых колебаний, происходящих без теплообмена) определяется выражением: $c = \sqrt{\gamma \cdot ZRT}$, где $\gamma = C_P/C_V = 2500/2030 \cong 1{,}232$.

Далее находим: $R = \dfrac{8314}{17{,}8} \cong 467$ Дж/(кг К),

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{4{,}3}{4{,}8} \cdot \left(\frac{288}{194}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}910,$$

$$c = \sqrt{\gamma \cdot ZRT} = \sqrt{1{,}232 \cdot 0{,}91 \cdot 467 \cdot 288} \cong 388 \text{ м/с.}$$

237. При мгновенном закрытии крана в газопроводе возникает волна повышенного давления, в которой сжатие частиц газа происходит настолько быстро, что оно не сопровождается теплообменом. Поэтому скорость возникающей волны давления равна адиабатической скорости звука.

Рассчитываем параметры газа:

$$R = \frac{R_{возд.}}{\Delta} = \frac{287{,}1}{0{,}59} = \cong 486{,}6 \text{ Дж/(кг К)},$$

$$Z = 1 - 0{,}4273 \cdot \frac{5{,}2}{4{,}55} \cdot \left(\frac{303}{205}\right)^{-3{,}668} \cong 0{,}884,$$

$$\gamma = C_P/C_V = 2400/1913 = 1{,}255,$$

$$c = \sqrt{\gamma \cdot ZRT} = \sqrt{1{,}255 \cdot 0{,}884 \cdot 486{,}6 \cdot 303} \cong 404 \text{ м/с.}$$

238. Определим сначала параметр $c/\sqrt{\gamma} = \sqrt{ZRT}$, называемый *изотермической скоростью звука* в газе:

$$c/\sqrt{\gamma} = \sqrt{ZRT} = \sqrt{0{,}9 \cdot 490 \cdot 288} \cong 356{,}4 \text{ м/с.}$$

Далее по формуле (116) вычисляем коэффициент λ гидравлического сопротивления:

$$\lambda = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2k}{d}\right)^{0,2} = 0{,}067 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}05}{996}\right)^{0,2} \cong 0{,}011.$$

По формулам (124) и (122) рассчитываем коммерческие расходы газа *до* (индекс 0) и *после* (индекс 1) отключения ГПА. Имеем:

$$A = 17{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{996^{2,6}}{\sqrt{0{,}9 \cdot 288 \cdot 0{,}59}} \cong 85{,}9,$$

$$(Q_{к.})_0 = 85{,}9 \cdot \sqrt{\frac{5{,}1^2 - 3{,}8^2}{120}} \cong 26{,}67 \text{ млн.м}^3\text{/сутки},$$

$$(Q_{к.})_1 = 85{,}9 \cdot \sqrt{\frac{4{,}5^2 - 3{,}8^2}{120}} \cong 18{,}90 \text{ млн.м}^3\text{/сутки}.$$

Вычислим среднюю скорость v_0 газа на участке газопровода *до* отключения ГПА:

$$\rho_{ср.} v_0 \cdot S = \rho_{ст.} (Q_{к.})_0 \;\Rightarrow\; v_0 = \frac{\rho_{ст.} (Q_{к.})_0}{p_{ср.0} / (ZRT_{ср.}) \cdot \pi d^2/4}.$$

Поскольку $\rho_{ст.} = \rho_{возд.} \cdot \Delta = 1{,}204 \cdot 0{,}59 \cong 0{,}710$ кг/м^3, а $p_{ср.}$, согласно (112) составляет:

$$p_{ср.0} = \frac{2}{3} \cdot \left(5{,}1 + \frac{3{,}8^2}{5{,}1 + 3{,}8}\right) = 4{,}48 \text{ МПа},$$

находим:

$$v_0 = \frac{0{,}710 \cdot 26{,}67 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600)}{4{,}48 \cdot 10^6 / (0{,}9 \cdot 490 \cdot 288) \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}996^2/4} \cong 8{,}0 \text{ м/с}.$$

Аналогично вычисляем скорость v_1 газа на участке газопровода *после* отключения ГПА:

$$v_1 = \frac{\rho_{ст.} (Q_{к.})_1}{p_{ср.1} / (ZRT_{ср.}) \cdot \pi d^2/4},$$

$$p_{ср.1} = \frac{2}{3} \cdot \left(4{,}5 + \frac{3{,}8^2}{4{,}5 + 3{,}8}\right) = 4{,}15 \text{ МПа},$$

$$v_1 = \frac{0{,}710 \cdot 18{,}9 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600)}{4{,}15 \cdot 10^6 / (0{,}9 \cdot 490 \cdot 288) \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}996^2 / 4} \cong 6{,}0 \text{ м/с.}$$

Таким образом, из-за отключения одного из ГПА средняя скорость газа на участке газопровода уменьшилась с 8,0 до 6,0 м/с, поэтому среднюю скорость $v_{ср.}$ в рассматриваемом *переходном процессе* можно принять равной $\approx 7{,}0$ м/с.

Далее имеем:

$$a^2 = \frac{\left(c\sqrt{\gamma}\right)^2 d}{\lambda \cdot v_{ср.}} = \frac{(356{,}4)^2 \cdot 0{,}996}{0{,}011 \cdot 7} \cong 1{,}64 \cdot 10^6 \text{ м}^2\text{/с.}$$

239. Решение уравнения (140) типа теплопроводности с начальным условием $q_{к.}(x,0) = 0$ и краевыми условиями: $q_{к.}(0,t) = q_* = \text{const.}$ и $q \to 0$ при $x \to \infty$, имеет на полуоси $x > 0$, как известно, см. формулы (71) и (72), следующий вид:

$$q_{к.}^2(x,t) = q_*^2 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right) = q_*^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2a\sqrt{t}} e^{-\varsigma^2} d\varsigma\right).$$

Понимая под q_*^2 изменение квадрата коммерческого расхода газа, имеем:

$$\frac{[Q_{к.0} + \Delta Q_{к.}(L,t)]^2 - Q_{к.0}{}^2}{[Q_{к.0} + \Delta Q_{к.0}]^2 - Q_{к.0}{}^2} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{L/2a\sqrt{t}} e^{-\varsigma^2} d\varsigma.$$

Из условия задачи можно вычислить левую часть последнего равенства. Имеем:

$$\frac{[Q_{к.0} + 0{,}01 \cdot (0{,}25 \cdot Q_{к.0})]^2 - Q_{к.0}{}^2}{[Q_{к.0} + 0{,}25 \cdot Q_{к.0}]^2 - Q_{к.0}{}^2} \cong 0{,}0089.$$

Отсюда получаем уравнение

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{150000/\sqrt{4 \cdot 1{,}64 \cdot 10^6 \cdot t}} e^{-\varsigma^2} d\varsigma = 0{,}9911$$

для определения искомого момента *t* времени.

Используя таблицы значений интеграла вероятностей [11], находим:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{150000/\sqrt{4\cdot 1{,}64\cdot 10^6\cdot t}} e^{-\varsigma^2} d\varsigma = 0{,}955 \text{ при } \frac{150000}{\sqrt{4\cdot 1{,}64\cdot 10^6\cdot t}} \approx 1{,}85 .$$

или $t \cong 1002$ с (16,7 мин).

240. Для описания переходного процесса на участке газопровода используем уравнение (139), а также выражения (141) и (142):

$$\frac{\partial p^2(x,t)}{\partial t} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 p^2(x,t)}{\partial x^2}, \quad (1), \quad \dot{M}^2 = -S^2 \cdot \frac{\gamma d}{\lambda c^2} \cdot \frac{\partial p^2}{\partial x}, \quad (2)$$

где $\dot{M}$ – массовый расход газа; $a^2 = c^2 d / (\gamma \lambda v_{ср.})$; $c^2/\gamma = Z_{ср.} R T_{ср.}$; $v_{ср.} = 0{,}5(v'_{ср.} + v''_{ср.})$; $v'_{ср.}, v''_{ср.}$ – средние скорости газа в *старом* и *новом* стационарных режимах; $S = \pi d^2/4$ – площадь сечения трубопровода.

В *новом* стационарном режиме

$$p^{*2}(x) = p_{н.}^{*\,2} - \frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L} \cdot x, \quad \dot{M}^2 = \frac{\gamma d S^2}{\lambda c^2} \cdot \frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L},$$

поэтому решение задачи можно представить в виде:

$$p^{*2}(x,t) = p_{н.}^{*\,2} - \frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L} \cdot x + \left(p_{н.}^{\,2} - p_{н.}^{*\,2}\right) \cdot \Phi(x,t), \quad (3)$$

где $\Phi(x,t)$ – неизвестная безразмерная функция, характеризующая отклонение давления в сечении *x* газопровода в момент времени *t* от значения в новом стационарном режиме. Очевидно, что функция $\Phi(x,t)$, как и функция $p^{*2}(x,t)$ удовлетворяет основному уравнению (1).

Кроме того, функция $\Phi(x,t)$ удовлетворяет следующим *краевым* и *начальному* условиям:

В начале участка (при $x = 0$): $\Phi(0,t) = 0$ для всех $t > 0$.

В конце участка (при $x = L$): $\Phi(L,t) = 0$ для всех $t > 0$.

При $t=0$ (начальное условие) на участке $0 \le x \le L$ газопровода существовал стационарный режим с давлениями $p_{н.}$ в начале участка и $p_{к.}$ в его конце. Учитывая это обстоятельство и представление (3), полагаем:

$$p^{*2}(x,t) = p_{н.}^{*\,2} - \frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}\cdot x + \left(p_{н.}^{\,2} - p_{н.}^{*\,2}\right)\cdot \Phi(x,0) \equiv p_{н.}^{\,2} - \frac{p_{н.}^{\,2} - p_{к.}^{\,2}}{L}\cdot x,$$

откуда имеем: $\Phi(x,0) = 1 - x/L$.

Решение уравнения (1) с полученными краевыми и начальным условиями *методом разделения переменных*. Согласно этому методу, функция $\Phi(x,t)$ представляется в виде ряда, каждый член которого есть произведение функции, зависящей только от *t*, на функцию, зависящую только от *x*:

$$\Phi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n(t)\cdot R_n(x). \qquad (4)$$

Потребуем, чтобы каждый член этого ряда в отдельности удовлетворял уравнению (1). Получим:

$$\frac{d\Theta_n(t)}{dt}\cdot R_n(x) = a^2\cdot\Theta_n(t)\cdot\frac{d^2R_n(x)}{dx^2}$$

или, разделив обе части уравнения на произведение $\Theta_n(t)R_n(x)$:

$$\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{\Theta_n(t)}\frac{d\Theta_n(t)}{dt} = \frac{1}{R_n(x)}\cdot\frac{d^2R_n(x)}{dx^2}.$$

Левая часть этого уравнения зависит только от *t*, правая – только от *x*. Такое может быть только в случае, если каждая из этих частей есть константа. Имеем:

$$\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{\Theta_n(t)}\frac{d\Theta_n(t)}{dt} = \frac{1}{R_n(x)}\cdot\frac{d^2R_n(x)}{dx^2} = -\mu^2{}_n = \mathrm{const}.$$

Для существования решения эта константа (см. учебники по уравнениям математической физики) должна быть отрицательной, поэтому мы обозначили ее $\left(-\mu^2{}_n\right)$.

Далее имеем:

$$\frac{d^2R_n(x)}{dx^2}+\mu^2{}_n\cdot R_n(x)=0$$, откуда находим общее решение:

$$R_n(x)=A_n\,sin(\mu_n x)+B_n\,cos(\mu_n x).$$

Постоянные A_n и B_n интегрирования определяем из краевых условий, то есть условий при $x=0$ и $x=L$:

$R_n(0)=0$: $A_n\,sin(\mu_n 0)+B_n\,cos(\mu_n 0)=0$;

$R_n(L)=0$: $A_n\,sin(\mu_n L)+B_n\cdot cos(\mu_n L)=0$.

Отсюда заключаем, что $B_n=0$ и $A_n\,sin(\mu_n L)=0$.

Очевидно, что для существования *ненулевого* решения, необходимо, чтобы $sin(\mu_n L)=0$, то есть $\mu_n L=\pi n$ или $\mu_n=\pi n/L$, где $n=1,2,3,\ldots$. Числа μ_n называются *собственными числами* рассматриваемой краевой задачи.

Из уравнения для определения функции Θ_n находим:

$$\frac{d\Theta_n(t)}{dt}=-a^2\cdot\mu^2{}_n\cdot\Theta(t)\quad\Rightarrow\quad\Theta_n(t)=e^{-a^2\cdot\mu_n^2\cdot t},$$

следовательно, имеем:

$$\Phi(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin\left(\pi n\frac{x}{L}\right)\cdot e^{-a^2\cdot\pi^2 n^2/L^2\cdot t}.$$

Функция $\Phi(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям, поскольку этому уравнению и этим условиям удовлетворяет каждый ее член. Таким образом, остается подобрать лишь неизвестные коэффициенты A_n так, чтобы выполнялось начальное условие. Подставляя в полученное решение $t=0$, имеем:

$$\Phi(x,0)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin\left(\pi n\frac{x}{L}\right)\cdot e^{-a^2\cdot\pi^2 n^2/L^2\cdot 0}=\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin\left(\pi n\frac{x}{L}\right)\equiv 1-\frac{x}{L}$$

или

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin\left(\pi n\frac{x}{L}\right)\equiv 1-\frac{x}{L}.$$

Можно проверить справедливость следующих тождеств:

$$\int_0^L sin\left(\pi n\frac{x}{L}\right)\cdot sin\left(\pi m\frac{x}{L}\right)dx = \begin{cases} 0, \text{ если } m \neq n, \\ \dfrac{L}{2}, \text{ если } m = n, \end{cases}$$

где m и n – целые положительные числа. Поэтому, умножая обе части последнего тождества на $sin(\pi m x/L)$ и интегрируя полученное произведение от 0 до L, получаем:

$$A_m \cdot \frac{L}{2} = \int_0^L \left(1-\frac{x}{L}\right)\cdot sin\left(\pi m\frac{x}{L}\right)dx\ .$$

Интеграл в правой части полученного равенства вычисляется интегрированием *по частям* – он равен $L/\pi m$, следовательно, $A_m = 2/\pi m$. Окончательно имеем:

$$\Phi(x,t) = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n}\cdot sin\left(\pi n\frac{x}{L}\right)\cdot e^{-\frac{a^2\pi^2 n^2}{L^2}\cdot t}\ . \qquad (5)$$

Массовый расход $\dot{M}$ газа в новом стационарном режиме равен, согласно (2):

$$\dot{M}_*^2 = -\frac{S^2\gamma d}{\lambda c^2}\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\;2}}{L},$$

а в текущий момент времени в конце участка газопровода, то есть при $x = L$, он определяется выражением:

$$\dot{M}^2(L,t) = -\frac{S^2\gamma d}{\lambda c^2}\cdot\frac{\partial p^2}{\partial x} = M_*^2 + \frac{S^2\gamma d}{\lambda c^2}\left(p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\;2}\right)\cdot\left.\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|_{x=L},$$

$$\dot{M}^2(L,t) = \dot{M}_*^2\cdot\left[1+\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\;2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\;2}}\right]\cdot L\left.\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|_{x=L}.$$

Отсюда следует:

$$\frac{\dot{M}_*^2 - M^2}{\dot{M}_*^2} = \frac{\dot{M}_* - M}{\dot{M}_*}\cdot\frac{\dot{M}_* + M}{\dot{M}_*} = -\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\;2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\;2}}\cdot L\left.\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|_{x=L}.$$

Поскольку нас интересуют моменты времени, в которые $\dot{M}(L,t) \approx \dot{M}_*$, то отношение $\left(\dot{M} + M_*\right)/\dot{M}_* \approx 2$, следовательно:

$$\frac{\dot{M}_* - M}{\dot{M}_*} \cong -\frac{1}{2}\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}\cdot L\frac{\partial\Phi}{\partial x}\bigg|_{x=L} \approx 0{,}01 \text{ или}$$

$$-L\frac{\partial\Phi}{\partial x}\bigg|_{x=L} \approx 0{,}02\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}}.$$

Вычисляя левую часть этого равенства на основе решения (5), имеем:

$$-L\left[2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi n}\cdot\frac{\pi n}{L}cos(\pi n)\cdot e^{-\frac{a^2\pi^2 n^2}{L^2}\cdot t}\right] \approx 0{,}02\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}} \text{ или}$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty}cos(\pi n)\cdot e^{-\frac{a^2\pi^2 n^2}{L^2}\cdot t} \approx 0{,}01\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}},,$$

то есть получаем уравнение для определения искомого момента времени *t*.

Экспоненты в левой части полученного уравнения с ростом номера *n* уменьшаются, поэтому члены ряда с номерами 2,3,4 и т.д. будут значительно меньше члена ряда с номером $n = 1$. Если ограничиться первым членом ряда в решении задачи, то уравнение упрощается:

$$e^{-\frac{a^2\pi^2}{L^2}\cdot t} = 0{,}01\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}} \Rightarrow t = \frac{L^2}{a^2\pi^2}\cdot ln\left(100\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}\right).$$

Подставляя сюда $a^2 = d\cdot Z_{ср.}RT_{ср.}/(\lambda v_{ср.})$, получаем ответ:

$$t = \frac{\lambda v_{ср.}L^2}{\pi^2 d\cdot Z_{ср.}RT_{ср.}}\cdot ln\left(100\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2} - p_{н.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2} - p_{к.}^{\,2}}\right).$$

241. В решении предыдущей задачи № 240 была получена формула, определяющая время переходного процесса, о котором идет речь. Для того чтобы воспользоваться этой формулой, вычислим коэффициент λ гидравлического сопротивления и среднюю скорость $v_{ср.}$ в переходном процессе. Имеем:

$$\lambda = 0{,}067\cdot(2\cdot 0{,}05/1000)^{0{,}2} \cong 0{,}0106.$$

Далее вычисляем расходы, средние давления и средние скорости газа начального и конечного стационарных режимов:

$$\dot{M}_0 = \sqrt{\frac{\left(3{,}14\cdot1^2/4\right)^2\cdot1}{0{,}0106\cdot0{,}9\cdot500\cdot293\cdot10^5}\left(5{,}5^2-3{,}5^2\right)\cdot10^{12}} \cong 281{,}7\text{ кг/с},$$

$$\dot{M}_1 = \sqrt{\frac{\left(3{,}14\cdot1^2/4\right)^2\cdot1}{0{,}0106\cdot0{,}9\cdot500\cdot293\cdot10^5}\left(4{,}5^2-3{,}5^2\right)\cdot10^{12}} \cong 187{,}8\text{ кг/с};$$

$$p_{ср.0} = 4{,}574\text{ МПа},\ p_{ср.1} = 4{,}021\text{ МПа},$$

$$v_{ср.0} = \frac{281{,}7}{4{,}574\cdot10^6/(0{,}9\cdot500\cdot293)\cdot3{,}14\cdot1^2/4} \cong 10{,}3\text{ м/с},$$

$$v_{ср.1} = \frac{187{,}8}{4{,}021\cdot10^6/(0{,}9\cdot500\cdot293)\cdot3{,}14\cdot1^2/4} \cong 7{,}8\text{ м/с}.$$

$$v_{ср.} = 0{,}5\cdot\left(10{,}3+7{,}8\right)\cong 9\text{ м/с}.$$

Теперь можно использовать полученную при решении задачи № 240 формулу

$$t = \frac{\lambda v_{ср.}L^2}{\pi^2 d\cdot Z_{ср.}RT_{ср.}}\cdot ln\left(100\cdot\frac{p_{н.}^{*\,2}-p_{н.}^{\,2}}{p_{н.}^{*\,2}-p_{к.}^{\,2}}\right).$$

Имеем:

$$t = \frac{0{,}0106\cdot9\cdot\left(10^5\right)^2}{3{,}14^2\cdot1\cdot0{,}9\cdot500\cdot293}\cdot ln\left(100\cdot\frac{5{,}5^2-4{,}5^2}{5{,}5^2-3{,}5^2}\right)\cong 2948\text{ с}.$$

или ≈ 49 мин.

242. Рассчитаем сначала коэффициент a^2 в уравнении

$$\frac{\partial q_{к.}^{\,2}(x,t)}{\partial t} = a^2\cdot\frac{\partial^2 q_{к.}^{\,2}(x,t)}{\partial x^2},\quad a^2 = \frac{c^2 d}{\gamma\lambda\cdot v_{ср.}}.$$

Имеем: $c/\gamma = \sqrt{Z_{ср.}RT_{ср.}} = \sqrt{0{,}92\cdot500\cdot283} \cong 360{,}8$ м/с,

$$\lambda = 0{,}067\left(\frac{2k}{d}\right)^{0,2} = 0{,}067\cdot\left(\frac{2\cdot0{,}03}{800}\right)^{0,2} \cong 0{,}01,$$

$\rho_{ст.} = \rho_{возд.}\Delta = 1{,}204 \cdot 0{,}6 \cong 0{,}722$ кг/м^3,

$\dot{M}_0 = 0{,}722 \cdot 15 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600) \cong 125{,}35$ кг/с,

$\dot{M}_1 = 0{,}722 \cdot 10 \cdot 10^6 / (24 \cdot 3600) \cong 83{,}56$ кг/с.

Согласно формуле (111), имеем:

$$p_{к.}{}^2 = p_{н.}{}^2 - \frac{16 \cdot \dot{M}^2 \cdot \lambda \cdot ZRTL}{\pi^2 d^5}.$$

Отсюда получаем:

$$p_{к.}{}^2 = \left(5{,}5 \cdot 10^6\right)^2 - \frac{16 \cdot 125{,}35^2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}92 \cdot 500 \cdot 283 \cdot 1{,}25 \cdot 10^5}{3{,}14^2 \cdot 0{,}8^5},$$

и далее находим: $p_{к.} \cong 4{,}19$ МПа.

По той же формуле (111) можно получить давление в начале участка при новом расходе:

$$p_{н.}{}^2 = p_{к.}{}^2 + \frac{16 \cdot \dot{M}_1{}^2 \cdot \lambda \cdot ZRTL}{\pi^2 d^5}$$

$$p_{н.}{}^2 = \left(4{,}19 \cdot 10^6\right)^2 + \frac{16 \cdot 83{,}56^2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}92 \cdot 500 \cdot 283 \cdot 1{,}25 \cdot 10^5}{3{,}14^2 \cdot 0{,}8^5},$$

откуда находим: $p_{н.} \cong 4{,}81$ МПа.

В первом случае $p_{ср.} \approx 4{,}88$ МПа, во втором – 4,51 МПа.

По формуле $v = \dot{M}/\rho S$ находим средние скорости $v_{ср.0}$ и $v_{ср.1}$. Имеем:

$$v_{ср.0} = \frac{125{,}35}{4{,}88 \cdot 10^6 / (0{,}92 \cdot 500 \cdot 283) \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^2 / 4} = 6{,}65 \text{ м/с},$$

$$v_{ср.1} = \frac{83{,}56}{4{,}51 \cdot 10^6 / (0{,}92 \cdot 500 \cdot 283) \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^2 / 4} = 4{,}80 \text{ м/с},$$

поэтому в качестве $v_{ср.}$ можно принять скорость, равную среднему арифметическому найденных: 5,73 м/с.

$$a^2 = \frac{c^2 d}{\gamma\lambda \cdot v_{ср.}} = \frac{360{,}8^2 \cdot 0{,}8}{0{,}01 \cdot 5{,}73} \cong 1{,}82 \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Решение уравнения (140), подобно тому, как это делалось при решении задачи № 240, будем искать в виде ряда. Для этого положим:

$$q_{к.}{}^2(x,t) = q_{к.1}^2 + \left(q_{к.0}^2 - q_{к.1}^2\right)\cdot \Phi(x,t),$$

где $\Phi(x,t)$ – искомая безразмерная функция. Эта функция удовлетворяет уравнению (139), а также начальному и краевым условиям:

В начале участка (при $x = 0$): $\Phi(0,t) = 0$ для всех $t > 0$.

В конце участка (при $x = L$): $p(L,t) = \text{const.}$: из (139) следует $\left(\partial^2 p^2 / \partial x^2\right)_{x=L} = 0$ и с учетом (141) - $(\partial\Phi/\partial x)_{x=L} = 0$ для всех $t > 0$.

Поскольку при $t = 0$

$$q_{к.}{}^2(x,0) = q_{к.1}^2 + \left(q_{к.0}^2 - q_{к.1}^2\right)\cdot \Phi(x,0) = q_{к.0}^2,$$

то начальное условие имеет вид:

$$\Phi(x,0) = 1.$$

Согласно методу разделения переменных, ищем функцию $\Phi(x,t)$ в следующем виде:

$$\Phi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n(t)\cdot R_n(x).$$

Потребуем, чтобы каждый член этого ряда в отдельности удовлетворял исходному дифференциальному уравнению. Получим:

$$\frac{d\Theta_n(t)}{dt}\cdot R_n(x) = a^2 \cdot \Theta_n(t)\cdot \frac{d^2R_n(x)}{dx^2}$$

или, разделив обе части уравнения на произведение $\Theta_n(t)R_n(x)$:

$$\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{\Theta_n(t)}\frac{d\Theta_n(t)}{dt} = \frac{1}{R_n(x)}\cdot\frac{d^2R_n(x)}{dx^2}.$$

Левая часть этого уравнения зависит только от *t*, правая – только от *x*. Такое может быть только в случае, если каждая из этих частей есть константа. Имеем:

$$\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{\Theta_n(t)}\frac{d\Theta_n(t)}{dt}=\frac{1}{R_n(x)}\cdot\frac{d^2R_n(x)}{dx^2}=-\mu^2{}_n=\text{const}.$$

Отсюда находим:

$$R_n(x)=A_n\,sin(\mu_n x)+B_n\,cos(\mu_n x);\ \Theta_n(t)=e^{-\mu^2{}_n a^2 t}.$$

Используя граничные условия, получаем:

$$R_n(0)=0:\ A_n\,sin\,0+B_n\,cos\,0=0\ \Rightarrow\ B_n=0;$$

$$dR_n/dx\big|_{x=L}=0:\ \mu_n A_n\,cos(\mu_n L)=0\ \Rightarrow \mu_n L=\frac{\pi}{2}(2n+1).$$

Таким образом,

$$\Phi(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)\frac{x}{L}\right]\cdot e^{-\mu_n^2 a^2 t};\ \mu_n=\frac{\pi}{2L}(2n+1).$$

Для нахождения коэффициентов A_n этого ряда используем начальное условие $\Phi(x,0)\equiv 1$. Подставив в выражение для $\Phi(x,t)$ значение $t=0$, найдем:

$$\Phi(x,0)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)\frac{x}{L}\right]\equiv 1.$$

Умножив обе части этого равенства на $sin(\mu_m x/L)$ и проинтегрировав полученный результат по x от 0 до L, получим уравнение для определения A_n:

$$A_n\cdot\int_0^L sin\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)\frac{x}{L}\right]^2 dx=\frac{L}{\mu_n},\quad\Rightarrow\quad A_n=\frac{4}{\pi(2n+1)}.$$

Здесь учтено, что

$$\int_0^L sin\left[\frac{\pi}{2}(2n+1)\frac{x}{L}\right]sin\left[\frac{\pi}{2}(2m+1)\frac{x}{L}\right]dx=0,\ \text{если}\ m\neq n.$$

Таким образом, решение задачи имеет вид:

$$q_{к.}^{\,2}(x,t)=q_{к.1}^2+\frac{4}{\pi}\left(q_{к.0}^2-q_{к.1}^2\right)\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n+1}sin(\mu_n x)\cdot e^{-\mu_n^2 a^2 t},$$

где $\mu_n=\pi(2n+1)/2L$ и $a^2=1{,}82\cdot 10^6$ м^2/с.

По условию задачи ищется момент времени *t*, в который при $x/L=25/125=0{,}2$ расход $\dot{M}$ газа равен 10,5 млн.м^3/сутки, то есть

$$\frac{q_{к.}^{\,2}(0{,}2L,t)-q_{к.1}^{\,2}}{q_{к.0}^{\,2}-q_{к.1}^{\,2}}=\frac{\dot{M}^2-\dot{M}_1^{\,2}}{\dot{M}_0^{\,2}-\dot{M}_1^{\,2}}=\frac{10{,}5^2-10^2}{15^2-10^2}=0{,}082.$$

Следовательно, требуется найти *t* из уравнения:

$$\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{2n+1}sin\left(\frac{\pi}{2}(2n+1)\cdot 0{,}2\right)\cdot e^{-\mu_n^2 a^2 t}\right\}=0{,}082\,.$$

Вычислим первые два члена этого ряда:

$n=1$: $0{,}344\cdot exp\left(-22{,}18\cdot a^2 t/L^2\right)$,

$n=2$: $0{,}255\cdot exp\left(-61{,}60\cdot a^2 t/L^2\right)$.

Отсюда видно, что члены ряда быстро убывают с ростом номера *n*, если $a^2 t/L^2$ не слишком мало. Поэтому, если ограничиться только первым членом ряда, получим уравнение

$$0{,}344\cdot exp\left(-22{,}18\cdot\frac{1{,}82\cdot 10^6\cdot t}{125000^2}\right)=0{,}082$$

для определения искомого момента *t* времени. Решив его, найдем: $t\cong 555$ с ($\approx 9{,}25$ мин).

243. Найдем сначала давление p_* газа в сечении утечки. Для этого воспользуемся формулой

$$p^2(x)=p_{н.}^2-\left(p_{н.}^2-p_{к.}^2\right)\cdot x/L\,.$$

Подставив в нее исходные данные из условия, получим:

$$p_*^2=5{,}5^2-\left(5{,}5^2-3{,}5^2\right)\cdot 30/150\Rightarrow p_*=5{,}162 \text{ МПа}.$$

Далее воспользуемся формулами (144):

$$p_c = p_* \cdot \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}; \quad T_c = T_* \cdot \frac{2}{\gamma+1}; \quad v_c = \sqrt{\frac{2\gamma R T_*}{\gamma+1}}.$$

Имеем:

$$R = R_{\text{возд.}}/\Delta = 287{,}1/0{,}62 \cong 463{,}1\,\text{Дж/(кг К)},$$

$$p_c = 5{,}162 \cdot \left(\frac{1{,}37+1}{2}\right)^{\frac{1{,}37}{1-1{,}37}} \cong 2{,}753\,\text{МПа},$$

$$T_c = (273+12) \cdot \frac{2}{1{,}37+1} \cong 240{,}5\,\text{К};$$

$$v_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}37 \cdot 463{,}1 \cdot 285}{1{,}37+1}} \cong 390{,}6\,\text{м/с}.$$

Отсюда находим массовый расход $\dot{M}_{у.}$ утечки:

$$\dot{M}_{у.} = \rho_c v_c S_c = \frac{2{,}753 \cdot 10^6}{0{,}9 \cdot 463{,}1 \cdot 240{,}5} \cdot 390{,}6 \cdot \left(20 \cdot 10^{-6}\right) \cong 0{,}215\,\text{кг/с}.$$

За сутки будет потеряно: $24 \cdot 3600 \cdot 0{,}215 \cong 18{,}5 \cdot 10^3$ кг газа или, учитывая, что плотность газа при стандартных условиях равна $1{,}204 \cdot 0{,}62 \cong 0{,}746$ кг/м^3, объем потерянного в утечке газа составит $\approx 24{,}85$ тыс. м^3.

244. Поскольку отверстие в газопроводе мало, допустимо считать, что утечка газа не влияет на распределение давления по длине газопровода, которое имеет вид:

$$p^2(x) = p_{н.}^2 - \left(p_{н.}^2 - p_{к.}^2\right) \cdot x/L,$$

следовательно, давление p_* в месте повреждения трубопровода можно рассчитать по этой формуле:

$$p_* = \sqrt{5{,}8^2 - \left(5{,}8^2 - 3{,}5^2\right) \cdot 80/120} \cong 4{,}4\,\text{МПа}.$$

Отношение $p_*/p_{атм.}$ равно $4{,}4/0{,}1013 \cong 43{,}4$. Поскольку эта величина значительно больше критического отношения

$$\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{1{,}31+1}{2}\right)^{\frac{1{,}31}{1{,}31-1}} \cong 1{,}84,$$

отделяющего *звуковой* режим истечения газа от *дозвукового*, то в данном случае истечение газа через отверстие будет звуковым, и скорость v_c истечения равна местной скорости звука:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}31\cdot 500\cdot 283}{1{,}31+1}} \cong 400{,}6 \text{ м/с.}$$

Давление p_c, температура T_c и плотность ρ_c газа на срезе выходного отверстия определяются формулами (144):

$$p_c = 4{,}4\cdot\left(\frac{1{,}31+1}{2}\right)^{\frac{1{,}31}{1-1{,}31}} \cong 2{,}393 \text{ МПа,}$$

$$T_c = (273+10)\cdot\frac{2}{1{,}31+1} \cong 245 \text{ К;}$$

$$\rho_c = \frac{p_c}{RT_c} = \frac{2{,}393\cdot 10^6}{500\cdot 245} \cong 19{,}53 \text{ кг/м}^3.$$

Следовательно, массовый расход $\dot{M}_{у.}$ утечки будет равен:

$$\dot{M}_{у.} = \rho_c v_c S_c = 19{,}53\cdot 400{,}6\cdot\left(4\cdot 10^{-4}\right) \cong 3{,}129 \text{ кг/с.}$$

За сутки будет потеряно: $24\cdot 3600\cdot 3{,}129 \cong 270{,}35\cdot 10^3$ кг газа или, учитывая, что плотность газа при стандартных условиях равна $1{,}204\cdot(287{,}1/500) \cong 0{,}691$ кг/м^3, объем потерянного газа составит $\approx 391{,}24$ тыс. м^3.

245. Атмосферное давление, как известно, равно 0,1013 МПа, поэтому легко проверить, что в первом случае превышение давления в трубопроводе над атмосферным больше, а во втором случае меньше величины $(p_*/p_{атм.})_{кр.}$:

$$\left(\frac{p_*}{p_{атм.}}\right)_{кр.} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{1{,}35+1}{2}\right)^{\frac{1{,}35}{1{,}35-1}} \cong 1{,}863\,,$$

определяющей режим истечения газа из короткого насадка (свечи). Действительно:

$$\frac{1{,}2}{0{,}1013} = 11{,}8 > 1{,}863\,; \frac{0{,}12}{0{,}1013} = 1{,}18 < 1{,}863\,.$$

Отсюда следует, что в первом случае режим истечения будет *звуковым*, а во втором – *дозвуковым*.

Для звукового режима истечения имеем:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}35\cdot 487\cdot 283}{1{,}35+1}} \cong 398\,\text{м/с};$$

для дозвукового:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}35\cdot 487\cdot 283}{1{,}35-1}\left[1-\left(\frac{0{,}1013}{0{,}12}\right)^{\frac{1{,}35-1}{1{,}35}}\right]} \cong 214\,\text{м/с}$$

246. При решении предыдущей задачи № 245 было установлено, что в первом случае режим истечения газа - звуковой, скорость истечения составляет 398 м/с; во втором случае режим истечения – дозвуковой, скорость истечения составляет 214 м/с.

1. Рассмотрим звуковой режим ($p_* = 1{,}2$ МПа):

$$\rho_{ст.} = 0{,}1013\cdot 10^6/(487\cdot 293) \cong 0{,}710\,\text{кг/м}^3,$$

$$p_c = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 1{,}2\cdot\left(\frac{1{,}35+1}{2}\right)^{\frac{1{,}35}{1-1{,}35}} \cong 0{,}644\,\text{МПа},$$

$$T_c = T_*\frac{2}{\gamma+1} = 283\cdot\frac{2}{1{,}35+1} \cong 240{,}9\,\text{К},$$

Отсюда, в частности, следует, что газ, истекая в атмосферу через свечу, охлаждается из-за адиабатического расширения от +10 ^{0}C до –32,1 ^{0}C.

$$\rho_c = \frac{p_c}{RT_c} = \frac{0{,}644 \cdot 10^6}{487 \cdot 240{,}9} \cong 5{,}489\,\text{кг/м}^3,$$

$$\dot{M}_{у.} = \rho_c v_c S_c = 5{,}489 \cdot 398 \cdot \left(3{,}14 \cdot 0{,}1^2/4\right) \cong 17{,}15\,\text{кг/с}$$

(или $17{,}15/0{,}710 \cong 24{,}15$ м^3/с).

2. Рассмотрим теперь дозвуковой режим истечения, скорость истечения составляет 214 м/с.

$$p_c = p_{атм.} = 0{,}1013\ \text{МПа},$$

$$T_c = T_* \cdot \left(p_{атм.}/p_*\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 283 \cdot \left(0{,}1013/0{,}12\right)^{\frac{1{,}35-1}{1{,}35}} \cong 270{,}84\,\text{К}.$$

В этом случае газ охлаждается меньше, чем в случае звукового истечения, всего до – 2,16 ^{0}С.

Далее находим:

$$\rho_c = \frac{p_c}{RT_c} = \frac{0{,}1013 \cdot 10^6}{487 \cdot 270{,}84} \cong 0{,}768\,\text{кг/м}^3,$$

$$\dot{M}_{у.} = \rho_c v_c S_c = 0{,}768 \cdot 214 \cdot \left(3{,}14 \cdot 0{,}1^2/4\right) \cong 1{,}29\,\text{кг/с}$$

(или $1{,}29/0{,}710 \cong 1{,}82$ м^3/с).

247. Очевидно, что режим истечения газа в диапазоне указанных давлений будет *критическим*, то есть скорость газа на срезе свечи будет равна местной скорости звука.

Учитывая, что $R = R_{возд.}/\Delta = 287{,}1/0{,}62 \cong 463{,}1$ Дж/(кг К), и используя формулу (145) для определения времени *t* истечения газа при критическом режиме, имеем:

$$t = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}196^2/4 \cdot 3000}{3{,}14 \cdot 0{,}084^2/4} \cdot \frac{ln(4{,}0/2{,}0)}{\left(\dfrac{2}{1{,}34+1}\right)^{\frac{1}{1{,}34-1}} \sqrt{\dfrac{2 \cdot 1{,}34 \cdot 463{,}1 \cdot 283}{1{,}34+1}}},$$

откуда находим: $t \cong 1727$ с (≈ 29 мин). При этом скорость v_c истечения, согласно (144), будет равна:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\gamma RT_*}{\gamma+1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}34 \cdot 463{,}1 \cdot 283}{1{,}34+1}} \cong 387{,}4\,\text{м/с}.$$

248. При истечении газа из отключенного участка трубопровода в данном случае реализуются оба режима истечения – *критический* и *докритический* – в зависимости от того больше или меньше давление в сечении установки свечи величины:

$$\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\cdot p_{атм.} = \left(\frac{1{,}31+1}{2}\right)^{\frac{1{,}31}{1{,}31-1}}\cdot 0{,}1013\cdot \cong 0{,}186\ \text{МПа}.$$

Рассмотрим сначала первую стадию процесса – критический режим истечения газа $0{,}186 \le p < 2{,}0$ МПа. Время t_1 такого истечения определяется формулой (145):

$$t_1 = \frac{V}{S_c}\cdot\frac{ln(p_0/p_t)}{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\sqrt{\frac{2\gamma RT_*}{\gamma+1}}}.$$

Сначала вычисляем: $V = 3{,}14\cdot 0{,}8^2/4\cdot 5000 = 2512\ м^3$ - объем участка; $S_c = 3{,}14\cdot 0{,}15^2/4 \cong 0{,}0177\ м^2$ – площадь выходного отверстия; $R = R_{возд.}/\Delta = 287{,}1/0{,}59 \cong 487$ Дж/(кг К). Затем вычисляем время t_1:

$$t_1 = \frac{2512}{0{,}0177}\cdot\frac{ln(2/0{,}186)}{\left(\frac{2}{1{,}31+1}\right)^{\frac{1}{1{,}31-1}}\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}31\cdot 487\cdot 283}{1{,}31+1}}} \cong 1357\ \text{с}.$$

Для второй, дозвуковой, стадии истечения, в которой давление уменьшается от 0,186 до 0,1013 МПа, справедлива формула (148):

$$t_2 \cong 1{,}33\cdot\frac{V}{S_c}\cdot\frac{1}{\sqrt{RT_*}} = 1{,}33\cdot\frac{2512}{0{,}0177}\cdot\frac{1}{\sqrt{487\cdot 283}} \cong 508\ \text{с}.$$

Общее время $(t_1 + t_2)$ опорожнения участка газопровода составляет 1357+508 = 1865 с или ≈ 31 мин.

249. Длину области газовоздушной смеси, образующуюся при вытеснении природного газа воздухом из 25-км трубопровода, вычисляем по формуле (143). Имеем:

$$l_c = 6{,}22 \cdot d^{0{,}45} \cdot \sqrt{L} = 6{,}22 \cdot 800^{0{,}45} \cdot \sqrt{25} \cong 630 \text{ м.}$$

250. Для того чтобы концентрация маркера в середине "метки" уменьшилась не более чем на 0,01%, необходимо, чтобы протяженность "метки" равнялась длине области смеси газа, помеченного маркером, и не помеченного им. Согласно формуле (143) имеем:

$$l_c = 6{,}22 \cdot d^{0{,}45} \cdot \sqrt{L} = 6{,}22 \cdot 1000^{0{,}45} \cdot \sqrt{750} \cong 3813 \text{ м.}$$

***