

Основные уравнения потока жидкости в проницаемых средах

Формулирование уравнений, которые описывают поток в проницаемых средах, является необходимым первым этапом в понимании и описании процессов повышения нефтеотдачи. В каждом процессе участвуют, по крайней мере, одна фаза, которая может содержать несколько компонентов. Кроме того, из-за меняющейся температуры, давления и состава, эти компоненты могут полностью смешиваться на некоторых участках потока, обуславливая исчезновение фазы на этом участке. Загрязнение атмосферы и накопление химических и ядерных отходов ведут к аналогичным проблемам.

В этой главе мы описываем многофазный, многокомпонентный поток жидкости в проницаемых средах. В своем описании мы используем основные законы сохранения и линейную материальную теорию.

Наша формулировка отличается от других источников универсальностью для многофазных, многокомпонентных потоков. Например, она содержит как частные случаи, уравнения многокомпонентного однофазного потока (Беар, 1972) и уравнения трехфазного, многокомпонентного потока (Кричлоу, 1977; Писман, 1977; Коатс, 1980). Кроме того, другие (Тодд и Чейз, 1979; Флеминг и др., 1981; Ларсон, 1979) сформулировали многокомпонентные многофазные потоки в пористых средах, но с более ограничивающими допущениями, как например, идеальное смешивание или несжимаемые жидкости. Однако при решении этих уравнений приходится исходить из многих упомянутых предположений.

2-1 Сохранение массы

В этом разделе мы рассмотрим физическую природу многофазных, многокомпонентных потоков в пористых средах и дадим математическое описание уравнений сохранения.

Четырьмя наиболее важными механизмами, которые вызывают перенос химических веществ в проницаемых природных средах, являются силы вязкости, гравитационные силы,

дисперсия (диффузия) и капиллярные силы. Движущими силами для первых трех являются градиенты давления, плотности и концентрации соответственно. Капиллярные или поверхностные силы обусловлены границами раздела большой кривизны между различными однородными фазами. Эта кривизна является результатом того, что определенные фазы ограничены порами проницаемой среды. Капиллярные силы подразумевают разные давления в каждой фазе однородной жидкости.

Предположение о сплошной среде

Перенос химических веществ в многочисленных однородных фазах происходит потому, что из-за вышеупомянутых сил, поток в пористой среде ограничен каналами течения, чрезвычайно неправильными по форме. Уравнения сохранения для каждого вещества применимы в каждой точке среды, включая твердую фазу. В принципе, при заданных материальных уравнениях, скорости реакции и граничных условиях можно сформулировать математическую систему для всех каналов течения среды. Но из-за чрезвычайно извилистых фазовых границ в такой системе мы не можем решить уравнения сохранения вещества локально, за исключением лишь простейшей геометрии микроскопической проницаемой среды.

Практическим способом избежать этого затруднения является приведение определения сплошной среды к макроскопическому масштабу, таким образом, чтобы точка в проницаемой среде ассоциировалась с характерным элементарным объемом, объемом большим относительно поровых размеров неподвижной среды, но небольшим по сравнению с размерами проницаемой среды. Характерный элементарный объем определяется как объем, ниже которого локальные изменения первичного свойства проницаемых сред, обычно пористости, становятся большими (Беар, 1972). Усредненная по объему форма уравнений сохранения вещества применима ко всякому характерному элементарному объему в пределах теперь сплошной области макроскопической проницаемой среды. (Более подробную информацию к вопросу об усреднении по объему см. Беар, 1972; Грэй, 1975.)

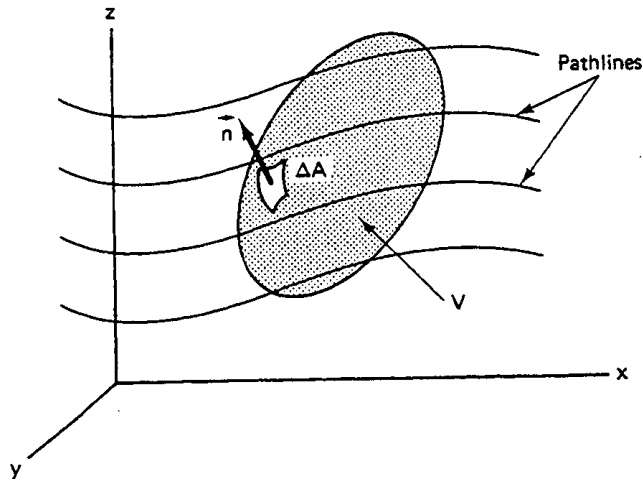
Объемно-усредненные уравнения сохранения вещества идентичны уравнениям сохранения за пределами проницаемой среды, за исключением измененных определений терминов скопление, поток и источник. Эти определения теперь включают в себя пористость проницаемой среды, проницаемость, извилистость и дисперсность – все локально сглаженные из-за определения характерного элементарного объема.

Вместо того чтобы начать с уравнений движения потока через непроницаемую среду, а затем проводить объемное усреднение по характерному элементарному объему, мы на начальном этапе сделаем предположение о сплошной среде и выведем, исходя из этого, уравнение сохранения массы. Этот метод не дает понимания многих физических явлений, полученных из объемных усреднений, но это более прямой метод.

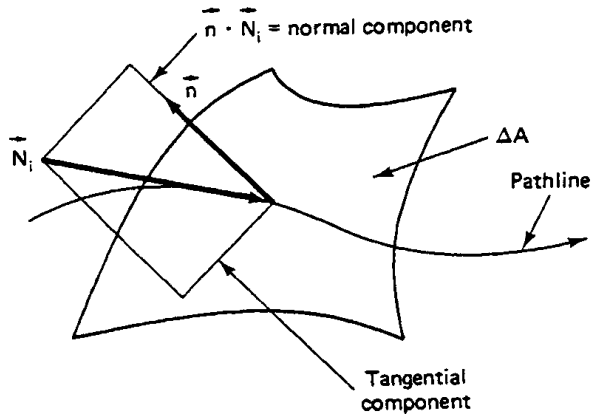
Баланс массы

В таком случае представим произвольный заданный объем V , залегающий в проницаемой среде, через которую течет произвольное количество химических веществ. В ходе данного обсуждения вы постоянно должны осознавать различие между компонентами и фазами. Пусть компонентов будет $i = 1, \dots, N_c$ а фаз – $j = 1, \dots, N_p$. Объем V больше или равен характерному элементарному объему, но меньше или равен размерам макроскопической проницаемой среды. Как показывает Рис.2-1(а), площадь поверхности A объема V составлена из элементов площади поверхности ΔA , направление из центра которых указывает единичный вектор нормали \vec{n} .

Sec. 2-1 Mass Conservation



(a) Произвольный объем в области течения



(b) Часть элемента поверхности

Рис.2-1 Геометрии для получения производных закона сохранения

Сумма всех элементов поверхности ΔA является общей площадью поверхности объема V . Эта сумма становится интегралом по поверхности по мере того, как самый большой ΔA приближается к нулю.

Уравнение сохранения массы для веществ i в объеме V представляет собой:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{накопления} \\ i \epsilon V \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{переноса} \\ i \epsilon V \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{переноса} \\ i \text{ из } V \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{добычи} \\ i \epsilon V \end{array} \right\}, i = 1, \dots, N_c \quad (2.1-1)$$

Это уравнение является степенной формой уравнения сохранения; эквивалентная форма, основанная на суммарном потоке, следует из интегрирования уравнения (2.1-1) по времени (см. Раздел 2-5). Два первых члена в правой части уравнения (2.1-1) можно записать как:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{переноса} \\ i \\ \epsilon V \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{переноса} \\ i \\ \text{из } V \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Чистая} \\ \text{скорость} \\ \text{переноса} \\ i \epsilon V \end{array} \right\}, i = 1, \dots, N_c \quad (2.1-2)$$

При таком обозначении члены уравнения (2.1-1) слева направо представляют собой накопление, поток и источник, соответственно. В нижеследующих параграфах мы попытаемся дать математическое описание этих членов.

Член накопления для вещества i представляет собой:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{накопления} \\ i \text{ в } V \end{array} \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \begin{array}{l} \text{Суммарная} \\ \text{масса} \\ i \text{ в } V \end{array} \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_V W_i dV \right\} \quad (2.1-3a)$$

где W_i – общая концентрация i в единицах массы i на единицу объема насыпного материала. Интеграл по объему представляет собой сумму бесконечно малых элементов объема в V , взвешенных по общей концентрации. Т.к. V – величина постоянная:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_V W_i dV \right\} = \int_V \frac{\partial W_i}{\partial t} dV \quad (2.1-3b)$$

Этот полный вывод с тем же результатом может быть повторен с V , зависящим от времени (Слаттэри, 1972).

Условие конечного потока следует из рассмотрения скорости переноса через отдельный элемент поверхности, как показано на Рис.2-1(b). Пусть \vec{N}_i будет вектором потока веществ i , вычисленный в центре ΔA в единицах массы i на поверхность – временную сложность. \vec{N}_i можно легко разложить на нормальную и тангенциальную составляющие \vec{n} . Однако только нормальная составляющая $\vec{n} \cdot \vec{N}_i$ пересекает ΔA , и скорость переноса составляет:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{переноса} \\ i \text{ через } \Delta A \end{array} \right\} = -\vec{n} \cdot \vec{N}_i \Delta A \quad (2.1-4a)$$

Знак минус возникает из-за того, что \vec{n} и \vec{N}_i имеют противоположные направления для переноса в ΔA ($\vec{n} \cdot \vec{N}_i < 0$), и этот элемент должен быть положительным из уравнения (2.1-1).

Суммирование бесконечно малых элементов поверхности дает:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Конечная} \\ \text{скорость} \\ \text{переноса} \\ \text{в } V \end{array} \right\} = -\int_A \vec{n} \cdot \vec{N}_i dA \quad (2.1-4b)$$

Т.к. поверхностный интеграл наличествует по всей поверхности V , оба потока, как в V , так и из него, включены в уравнение (2.1-4b).

Конечная скорость образования i в V :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Конечная} \\ \text{скорость} \\ \text{образования} \\ i \text{ в } V \end{array} \right\} = -\int_V R_i dV \quad (2.1-5)$$

где R_i – массовая скорость образования в единицах массы i на объемно-временную сложность. Этот элемент может вычислять как образование ($R_i > 0$), так и уничтожение ($R_i < 0$) i , либо через одну или несколько химических реакций, либо через физические источники (скважины) в V .

Комбинирование уравнений (2.1-3) – (2.1-5) в уравнение (2.1-1) дает нижеследующее скалярное уравнение для сохранения i :

$$\int_V \frac{\partial W_i}{\partial t} dv + \int_A \vec{n} \cdot \vec{N}_i dA = \int_V R_i dV, i=1, \dots, N_C \quad (2.1-6)$$

Уравнение (2.1-6) представляет собой общий баланс или «слабую» форму уравнения сохранения.

Поверхностный интеграл в уравнении (2.1-6) может быть преобразован в интеграл по объему с помощью теоремы Гаусса- Остроградского

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = \int_A \vec{n} \cdot \vec{B} dA \quad (2.1-7)$$

где B может быть любой скалярной величиной, вектором или тензорной функцией положения в V (при соответствующих изменениях в определениях оператора). Значок $\vec{\nabla}$ - это оператор расходимости, нечто вроде обобщенной производной, чья конкретная форма зависит от системы координат. Таблица 2-1 дает формы $\vec{\nabla}$ в прямоугольной, цилиндрической и сферической системе координат. Функция B должна быть однозначной в V , требование, которому, к счастью, отвечает большинство физических задач. И, наконец, неявным в представлении поверхностного интеграла уравнений (2.1-6) и (2.1-7) является требование того, чтобы интегрируемая величина определялась на поверхности A объема V .

Применение теоремы Гаусса- Остроградского к уравнению (2.1-6) дает:

$$\int_V \left(\frac{\partial W_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{N}_i - R_i \right) dV = 0, i=1, \dots, N_C \quad (2.1-8)$$

Но т.к. V произвольный, интегрируемая величина должна быть нулем.

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{N}_i - R_i = 0, i=1, \dots, N_C \quad (2.1-9)$$

Уравнение (2.1-9) – это дифференциальная форма уравнения сохранения вещества. Оно применимо в любой точке в пределах макроскопических размеров проницаемой среды. В следующем разделе мы даем конкретные определения составляющих общей концентрации W_i , потока \vec{N}_i и источника R_i .

2-2 Определения и определяющие уравнения для изотермического потока

В Таблице 2-2 собраны уравнения, необходимые для полного описания изотермического, многокомпонентного, многофазного потока в проницаемых средах. Колонка 1 Таблицы 2-2 дает дифференциальную форму уравнения, название которого дается в колонке 2. В колонке 3 дается количество скалярных уравнений, представленных уравнением в колонке 1. В колонках 4 и 5 даются идентичность и ряд независимых переменных, добавляемых в формулировку уравнением, приведенным в колонке 1. N_D – число пространственных размерностей ($N_D \leq 3$). Постоянная фаза является единственной однородной фазой, хотя может существовать несколько твердых фаз.

Таблица 2-1 Сводка дифференциальных операторов в прямоугольных, цилиндрических и сферических координатах

Прямоугольные координаты (x, y, z)	Цилиндрические координаты (r, θ, z)	Сферические координаты (r, θ, ϕ)
$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 B_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \frac{\partial(B_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi}$
$[\vec{\nabla} S]_x = \frac{\partial S}{\partial x}$	$[\vec{\nabla} S]_r = \frac{\partial S}{\partial r}$	$[\vec{\nabla} S]_r = \frac{\partial S}{\partial r}$
$[\vec{\nabla} S]_y = \frac{\partial S}{\partial y}$	$[\vec{\nabla} S]_\theta = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta}$	$[\vec{\nabla} S]_\theta = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta}$
$[\vec{\nabla} S]_z = \frac{\partial S}{\partial z}$	$[\vec{\nabla} S]_z = \frac{\partial S}{\partial z}$	$[\vec{\nabla} S]_\phi = \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial S}{\partial \phi}$
$\nabla^2 S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$	$\nabla^2 S = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot (r \cdot \frac{\partial S}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$	$\nabla^2 S = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \cdot (r^2 \frac{\partial S}{\partial r}) + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial \phi^2}$

Примечание: \vec{V} = векторная функция
 S = скалярная функция

Таблица 2-2 Уравнения для изотермического потока жидкости в проницаемых средах

Уравнение (1)	Наименование (2)	Число независимых скалярных * уравнений (3)	Зависимые переменные [†]	
			Идентичность (4)	Номер (5)
(2.1-9) $\frac{\partial W_i}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{N}_i = R_i$	сохранения веществ i	N_C	W_i, R_i, \bar{N}_i	$2N_C + N_C \cdot N_D$
(2.2-1) $W_i = \phi \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot S_j \cdot \omega_{ij} + (1 - \phi) \cdot \rho_s \omega_{is}$	общей концентрации	$N_C - 1$	$\rho_j, S_j, \omega_{ij}, \omega_{is}$	$2N_P + N_P N_C + N_C$
(2.2-2) $\bar{N}_i = \sum_{j=1}^{N_p} (\rho_j \omega_{ij} \bar{u}_j - \phi \rho_j S_j \bar{K}_{ij} \cdot \nabla \omega_{ij})$	потока веществ i	$N_C N_D$	\bar{u}_j	$N_P \cdot N_D$
(2.2-3) $R_i = \phi \cdot \sum_{j=1}^{N_p} S_j \cdot r_{ij} + (1 - \phi) \cdot r_{is}$	источника веществ i	$N_C - 1$	r_{ij}, r_{is}	$N_P \cdot N_C + N_C$
(2.2-4) $\sum_{i=1}^{N_C} R_i = 0$	определения общей реакции	1		
(2.2-5) $\bar{u}_j = -\lambda_{vj} \cdot \bar{k} \cdot (\nabla \cdot P_j + \rho_j \bar{g})$	закона Дарси	$N_P N_D$	λ_{vj}, P_j	$2N_P$
(2.2-6) $\lambda_{vj} = \lambda_{vj}(S, \omega, \bar{u}_j, \bar{x})$	относительной подвижности	N_P		
(2.2-7) $P_j - P_n = P_{cn}(S, \omega, \bar{x})$	определения капиллярного давления	$N_P - 1$		

* Всего независимых уравнений = $N_D(N_P + N_C) + 2N_P N_C + 4N_P + 4N_C$

[†] Всего зависимых переменных = $N_D(N_P + N_C) + 2N_P N_C + 4N_P + 4N_C$

Таблица 2-2 (продолжение)

Уравнение (1)	Наименование (2)	Число независимых скалярных * уравнений (3)	Зависимые переменные [†]	
			Идентичность (4)	Номер (5)
(2.2-8a) $\sum_{i=1}^{N_C} \omega_{ij} = 1$	определения относительной доли массы	N_P		
(2.2-8b) $\sum_{i=1}^{N_C} \omega_{is} = 1$	определения относительной доли массы в постоянной фазе	I		
(2.2-9) $\sum_{i=1}^{N_C} S_j = 1$	определения насыщенности	I		
(2.2-10a) $r_{ij} = r_j(\omega_{ij}, p_j)$	скоростей однородных кинетических реакций	$(N_C-1)N_P$		
(2.2-10b) $r_{is} = r_{is}(\omega_{is})$	скоростей реакций с постоянной фазой	N_C-1		
(2.2-10c) $\sum_{i=1}^{N_C} r_{ij} = 0$	определения общего фазового взаимодействия	N_P		
(2.2-10d) $\sum_{i=1}^{N_C} r_{is} = 0$	скоростей общего взаимодействия с постоянной фазой	I		
(2.2-11a) $\omega_{ij} = \omega_{ij}(\omega_{ik})_{k \neq j}$	равновесных зависимостей (или фазовых равновесий)	$N_C(N_P-1)$		
(2.2-11b) $\omega_{is} = \omega_{is}(\omega_{ij})$	равновесных зависимостей постоянной фазы (или фазовых равновесий)	N_C		
(2.2-12) $\rho_j = \rho_j(T, P_j)$	Уравнения состояния	N_P		

* Всего независимых уравнений = $N_D (N_P+N_C) + 2N_P N_C + 4N_P + 4N_C$

[†] Всего зависимых переменных = $N_D (N_P+N_C) + 2N_P N_C + 4N_P + 4N_C$

Нормально индексированная величина (например, ω_{ij}), появляясь без подстрочных индексов в Таблице 2-2, означает зависимость, включающую по большей части все члены индексированного множества. В перечне зависимых переменных основные свойства сред, такие как пористость ϕ и тензор проницаемостей \bar{k} , представляют собой заданные функции положения \bar{x} в проницаемых средах. Эти величины являются, строго говоря, функциями давления жидкости внутри среды (Дэйк, 1978), но для неразрушающих для проницаемой среды давлений этот эффект обычно слабовыраженный. Мы также предполагаем, что плотность постоянной фазы ρ_s дается так же, как и тензор дисперсии \bar{K}_{ij} , хотя последний является функцией фазовых скоростей и коэффициента молекулярной диффузии. Оставшиеся термины, упомянутые в Таблице 2-2, определяются в системе обозначений и приведены ниже.

Первые четыре уравнения в Таблице 2-2 – это уравнение сохранения веществ (уравнение 2.1-9) и определения для членов этого уравнения, представляющих накопление, поток и источник. Мы воспринимаем уравнения сохранения N_C как независимую систему уравнений; уравнение сохранения общей массы или уравнение непрерывности, которое следует из суммирования уравнения (2.1-9) от 1 до N_C , не перечислено как независимое уравнение (см. Раздел 2-4). При решении отдельных проблем, может оказаться удобнее принять формулировку задачи за уравнение непрерывности, а уравнения сохранения массы $N_C - 1$ с главным компонентом (например, вода в потоке растворенных солей в водном растворе) опускается.

Определение терминов

Термин накопления W_i , общего сохранения веществ i , представляет сумму веществ i в текущих фазах N_P , плюс в постоянной фазе (уравнение 2.2-1). Фазовая насыщенность S_j определяется как доля порового пространства, занятого фазой j .

Существуют только W_i независимые от $N_C - 1$, т.к. суммирование по i , при использовании определений доли массы (уравнения 2.2-8а и 2.2-8b) дает

$$\sum_{i=1}^{N_C} W_i = \phi \sum_{j=1}^{N_P} \rho_j \cdot S_j + (1 - \phi) \cdot \rho_s \equiv \rho(\omega_i, P) \quad (2.2-13a)$$

где ρ - общая плотность проницаемой среды (общая текущая масса плюс постоянные фазы, деленная на общий объем). Мы можем рассматривать общую плотность как функцию некоего локального давления P и совокупность долей общей массы, определяемую как:

$$\omega_i = \frac{W_i}{\sum_{i=1}^{N_C} W_i} \quad (2.2-13b)$$

Здесь ω_i – масса веществ i во всех фазах, деленная на общую массу проницаемой среды. Комбинирование уравнений (2.2-13а) и (2.2-13b) дает ограничение по W_i

$$\rho(W_1, \dots, W_{N_C}, P) = \sum_{i=1}^{N_C} W_i \quad (2.2-13c)$$

что означает, что существуют W_i независимые от $N_C - 1$, а не от N_C .

Запись в левой части уравнения (2.2-13с) означает, что ρ является функцией двух переменных – общей концентрации и давления. Уравнения (2.2-13а) – (2.2-13с) могут быть истолкованы как ограничение по доле массы ω_{ij} , фазовым давлениям P_j и насыщенностям S_j . Поток \vec{N}_i в уравнении (2.2-2) является суммой, определяемой по всем текущим фазам потока компонента i внутри каждой фазы. \vec{N}_i состоят из конвективной (определяемой по поверхностной фазовой скорости \vec{u}_j) и дисперсионной составляющей (характеризуемой тензором дисперсии \overline{K}_{ij}).

Дисперсия имеет ту же форму, что и диффузия при течении через непроницаемые среды и фактически распадается до молекулярной диффузии в пределах небольших значений \vec{u}_j (см.

Главу 5). При больших значениях \vec{u}_j компоненты \overline{K}_{ij} могут быть во много раз больше молекулярной диффузии, т.к. они теперь содержат элементы, возникающие в результате колебания скорости \vec{u}_j и доли массы ω_{ij} вокруг их средних значений в характерном элементарном объеме (Грей, 1975). Два компонента \overline{K}_{ij} для однородных изотропных проницаемых сред представляют собой, согласно Беару (1972):

$$(K_{xx})_{ij} = \frac{D_{ij}}{\tau} + \frac{(\alpha_{lj} \cdot u_{xj}^2 + \alpha_{tj} \cdot (u_{yj}^2 + u_{zj}^2))}{\phi \cdot S_j \cdot |\vec{u}_j|} \quad (2.2-14a)$$

$$(K_{xx})_{ij} = \frac{(\alpha_{lj} - \alpha_{tj}) \cdot u_{xj} \cdot u_{yj}}{u \cdot S_j \cdot |\vec{u}_j|} \quad (2.2-14b)$$

где подстрочный индекс ℓ относится к пространственной координате в параллельном или осевом направлении к массовому потоку, а t – любое направление перпендикулярное или поперечное ℓ . D_{ij} – эффективный коэффициент двойной диффузии веществ i в фазе j (Бёрд и др., 1960), α_{lj} и α_{tj} – продольная и поперечная дисперсности, а τ – коэффициент извилистости проницаемой среды. $(K_t)_{ij}$ – положительная величина, т.к. $(\alpha_{lj} - \alpha_{tj})$ всегда положительна.

Элементом, определяющим источник, является уравнение (2.2-3), сумма (определяемая по всем фазам) скорости появления веществ i вследствие гомогенной химической реакции в фазе j (Ливинспил, 1962). Каждый r_{ij} мог бы представлять сумму нескольких реакций в фазе j , если вещества i участвуют в одновременно протекающих реакциях. Сумма R_i , определенная по всем веществам (Уравнение 2.2-4), равна нулю, т.к. не может быть результирующего накопления массы из-за химической реакции. Часто R_i используется для представления реакций, происходящих на границах фаз даже если, строго говоря, такие реакции являются следствием слагаемых потока, определенных на границах фаз в процессе усреднения по объему (Грей, 1975). Кроме того, удобно использовать R_i для представления физических источников, которые либо определяются, либо соотносятся с фазовыми давлениями и насыщенностями.

Дополнительные зависимости

Уравнение (2.2-5) – это версия закона Дарси для многофазного потока в проницаемых средах (Коллинс, 1976). Закон Дарси для однофазного потока – это по существу усредненная по объему форма уравнения количества движения (Слаттери, 1972; Хубберт, 1956). Форма, данная в уравнении (2.2-5), предполагает ползучее течение в проницаемой среде без проскальзывания жидкости на границах фаз. В стандартных справочных данных появляются поправки с учетом эффектов, помимо эффектов Дарси (Коллинс, 1976; Беар, 1972).

Потенциальной функцией для приведенной фазовой скорости \bar{u}_j является векторная сумма $\nabla P_j + \rho_j \bar{g}$, где P_j – давление в непрерывной фазе j . \bar{g} – гравитационный вектор, который, как предполагается, является постоянной величиной и направлен к центру земли. В дальнейшем в этой статье мы примем направление координаты, параллельное \bar{g} , за положительную восходящую величину. Гравитационный вектор может быть записан как:

$$\bar{g} = -g \cdot \bar{\nabla} \cdot D_z \quad (2.2-15)$$

где g – величина гравитационного вектора, D_z – положительное расстояние ниже некоего горизонтального нулевого уровня. В случае систем декартовых координат с постоянным углом наклона, с нулевым уровнем, $\bar{\nabla}$ становится вектором, состоящим из косинусов углов наклона между соответствующей осью и вертикалью.

Тензорная форма проницаемости \bar{k} подразумевает анизотропную проницаемую среду с осями координат, не выровненными относительно главной оси \bar{k} . С включением \bar{k} мы включили в формулировку все основные свойства проницаемых сред: ϕ , \bar{k} , α_{lj} , α_{ij} и τ .

Другой величиной в уравнении (2.2-5) является относительная подвижность λ_{rj} фазы j , определяемая как частное относительной проницаемости k_{rj} и вязкости μ_j .

$$\lambda_{rj} = \frac{k_{rj}(S, \omega, \bar{x})}{\mu_j(\omega, \bar{u}_j)} \quad (2.2-16)$$

Уравнение (2.2-16) раскладывает λ_{rj} на свойство породы – жидкости k_{rj} и свойство жидкости μ_j . k_{rj} является функцией склонности фазы j смачивать проницаемую среду, распределения пор по размерам и целого множества фазовых насыщенностей (см. Главу 3). μ_j является функцией фазового состава и, если фаза j является неньютоновской, величины приведенной скорости \bar{u}_j (см. главу 8). Относительные проницаемости и вязкости k_{rj} и μ_j обычно определяются экспериментально, давая λ_{rj} . В несколько обобщенном виде запишем произведение $\lambda_{rj} \bar{k}$, данное в уравнении (2.2-5), как:

$$\lambda_{rj} \cdot \bar{k} = \frac{\bar{k}_j}{\mu_j} \quad (2.2-17)$$

где \bar{k}_j – тензор фазовой проницаемости. Эта форма учитывает анизотропные фазовые проницаемости.

Разностью между фазовыми давлениями любых двух фаз, текущих в характерном элементарном объеме, является капиллярное давление, определяемое как в уравнении (2.2-7). Капиллярное давление между фазами j и n является функцией тех же переменных, как и относительная проницаемость (Фатт и Дикстра, 1951). То, что существуют соотношения, не зависящие от $N_p - 1$, следует из рассмотрения множества всех капиллярных давлений при постоянном j : P_{c1j} , P_{c2j} , ..., P_{cNpj} . Игнорируя тривиальный случай P_{cjj} , тут несомненно капиллярные давления $N_p - 1$. Капиллярное давление P_{ckn} между любыми двумя другими фазами k и n могут быть выражены в виде линейной комбинации членов из множества образов.

$$P_{ckn} = P_k - P_n = (P_k - P_j) + P_j - P_n = P_{ckj} + P_{cjn} \quad (2.2-18)$$

Следовательно, существуют только зависимости капиллярного давления, не зависящие от N_p-1 , обычно определяемые экспериментально в статических условиях. Мы рассмотрим капиллярное давление подробнее в Главе 3.

Давления P_j являются давлениями непрерывных фаз, а не давлениями, которые существовали бы в отдельных “каплях” фазы j . В последнем случае все же существуют перепады фазовых давлений, но, будучи отображением конфигурации пор локальной проницаемой среды, они не определяются однозначно функциями, данными в уравнении (2.2-7).

Уравнения (2.2-8a), (2.2-8b) и (2.2-9) следуют из определений доли массы и фазовой насыщенности, соответственно.

Уравнения (2.2-10a) – (2.2-10d) являются определениям скорости реакции компонента i в фазе j или в постоянной фазе. Так же, как это было справедливо в отношении R_i , не может быть результирующего накопления массы в фазе вследствие химической реакции. Затем составляющие скорости реакции r_{ij} и r_{is} суммируются до нуля, как показано уравнениями (2.2-10b) и (2.2-10c).

Локальное равновесие

Уравнения (2.2-11a) и (2.2-11b) являются зависимостями между долями массы текущих фаз N_p и постоянной фазы, присутствующих в характерном элементарном объеме. Эти зависимости возникают в результате решения уравнения сохранения для каждого вещества в каждой фазе

$$\frac{\partial W_{ij}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{N}_{ij} = R_{ij} + r_{mij} \quad (2.2-19)$$

где второй подстрочный индекс в W_i , \vec{N}_i и R_i относится к одночлену в суммах, полученных суммированием всех фаз в их первоначальном определении. Член r_{mij} отображает скорость переноса массы веществ i из или в фазу j . Чтобы сохранить взаимосогласованность с уравнением (2.1-9), мы должны иметь $\sum_{j=1}^{N_p} r_{mij} = 0$, зависимость, которая следует из неспособности накапливать массу на границе раздела. Т.к. суммой уравнений сохранения по всем текущим фазам для вещества i является уравнение (2.1-9), существуют $N_c(N_p-1)$, такие независимые фазовые равновесия. Т.к. существуют также фазовые равновесия N_c для постоянной фазы, общим числом независимых соотношений является $N_c N_p$. Имеется аналогичное количество дополнительных неизвестных, r_{mij} , которые должны определяться самостоятельно.

Хотя фазовое равновесие является формально правильным, более рациональным подходом является предположение локального термодинамического равновесия; т.е. доли массы компонента i связаны зависимостями термодинамического равновесия (Поуп и Нельсон, 1978). Для потока, протекающего через природные проницаемые среды, предположение локальных равновесий между фазами обычно является адекватным (Раймонди и Торсаро, 1965). Исключения составляют потоки с очень высокими скоростями или потоки выщелачивающего агента, которые могут встречаться в щелочных заводнениях.

Если локальные равновесия применимы, число $N_c N_p$ независимых скалярных уравнений можно вывести из правила фаз (см. Главу 4). Равновесные зависимости сами по себе являются очень сильными функциями конкретного процесса повышения нефтеотдачи, и многие закономерности и важные особенности данного процесса можно понять из относительно простых соображений фазовых равновесий. В Главе 4 мы рассмотрим фазовое поведение в общих чертах; мы оставим конкретные аспекты для соответствующих разделов, в которых будут рассмотрены вопросы химического заводнения, заводнения с применением растворителей и термозаводнения.

Прежде, чем оставить это краткое обсуждение зависимостей фазовых балансов и равновесий, мы отметим, что определение локального равновесия несколько различается при течении в проницаемой и непроницаемой среде. В первом случае составы всех фаз в характерном элементарном объеме находятся в равновесии; во втором случае равновесие подразумевается только на микроскопических границах фаз (Бёрд и др., 1960).

Последняя система уравнений в Таблице 2-2 представляет собой уравнения состояния (уравнение 2.2-12), которые связывают плотности фазы с ее составом, температурой и давлением. При течении в условиях локального термодинамического равновесия отношения равновесия для текущих фаз (уравнение 2.2-11) теоретически можно получить из уравнения состояния. Это редко осуществляется на практике (за исключением простейших случаев, как, например, двухфазные равновесия пара – жидкости) из-за невыполнимости вычислений и из-за неточностей, присущих даже самым лучшим уравнениям состояния. Тем не менее, должна быть какая-то степень внутренней согласованности между уравнениями (2.2-11) и (2.2-12).

Уравнение непрерывности

Если мы подставим уравнения (2.2-1) – (2.2-3) в уравнение (2.1-9), мы получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\phi \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot S_j \cdot \omega_{ij} + (1 - \phi) \cdot \rho_s \cdot \omega_{is} \right) + \nabla \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \left(\rho_j \cdot \omega_{ij} \cdot \bar{u}_j - \phi \cdot S_j \cdot \rho_j \cdot \bar{K}_{ij} \cdot \nabla \cdot \omega_{ij} \right) \right) \quad (2.2-20)$$

$$= \phi \sum_{j=1}^{N_p} S_j \cdot r_{ij} + (1 - \phi) \cdot r_{is}, \quad i=1, \dots, N_C$$

Мы суммируем уравнение (2.2-20) по компонентам N_C , чтобы получить уравнение непрерывности или сохранения общей массы:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot S_j + (1 - \phi) \cdot \rho_s \right) + \nabla \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \right) = 0 \quad (2.2-21)$$

Уравнение (2.2-21) может быть полностью записано на основе производных давления и насыщенности, при использовании уравнений (2.2-5) и (2.2-13); это уравнение представляет собой разновидность уравнения “давления”.

2-3 Уравнения энергетического баланса

Чтобы ослабить требование изотермического потока к уравнениям Таблицы 2-2, нам требуется уравнение сохранения энергии. Это уравнение добавляет в формулировку дополнительную зависимую переменную – температуру. Как гласит энергетический баланс или первый закон термодинамики, подходящий для наших целей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{накопления} \\ \text{энергии} \\ \text{в } V \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Результирующая} \\ \text{скорость} \\ \text{энергии} \\ \text{перенесенной} \\ \text{в } V \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Скорость} \\ \text{выработки} \\ \text{энергии} \\ \text{в } V \end{array} \right\} \quad (2.3-1)$$

где V – произвольный объем, как в уравнении 2-1. Чтобы сократить последующий вывод, мы проводим параллель между уравнением сохранения вещества (2.1-2) и уравнением (2.3-1).

По аналогии с методикой Раздела 2-2, уравнение (2.3-1) можно записать как:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \cdot U + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot |\bar{u}_j|^2 \right) + \bar{\nabla} \cdot \bar{E} \cdot dV = \dot{W} \quad (2.3-2)$$

В уравнении (2.3-2) член $\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot |\bar{u}_j|^2$ представляет кинетическую энергию на единицу

объема насыпного материала. Оставшиеся члены ρU , \bar{E} и \dot{W} представляют концентрацию энергии, поток и источник, соответственно, которым мы ниже придадим конкретную форму. U – суммарная внутренняя энергия, а ρ – общая плотность, данная уравнением (2.2-13а).

Член, отображающий источник, требует гораздо больше уточнений, чем другие члены в уравнении (2.3-2). Общепринятая форма первого закона термодинамики для открытых систем, выраженная уравнением (2.3-2), требует, чтобы член \dot{W} состоял только из рабочих компонентов при отсутствии внешних нагревательных источников. Теплота реакции, испарения и растворения, конечно, имеет значение в некоторых процессах повышения нефтеотдачи, но эти величины неявно присутствуют в уравнении в составляющих концентрации и потока. В этом выводе мы рассматриваем только степень действия на поле давления \dot{W}_{PV} и плотность \dot{W}_G . Сумма $\dot{W} = \dot{W}_{PV} + \dot{W}_G$ представляет собой степень воздействия на элемент поля в объеме V .

Возвращаясь к Рис. 2-1(б), рассмотрим элемент в многофазном многокомпонентном поле течений, пересекающий ΔA . Т.к. действие – это произведение силы, умноженной на расстояние, степень действия равна силе, умноженной на скорость. Поэтому элемент, пересекающий ΔA , оказывает действие $\Delta \dot{W}_{PV}$, где:

$$\Delta \dot{W}_{PV} = - \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \Delta A \cdot \bar{n} \cdot \bar{u}_j \quad (2.3-3)$$

Член $\rho_j \Delta A \bar{n}$ – это сила, оказываемая на ΔA давлением в фазе j . Скалярное произведение в уравнении (2.3-3) просто выражает более общее определение степени воздействия при использовании векторных сил и скоростей. Знак минус в уравнении (2.3-3) предназначен для того, чтобы выполнить обычное термодинамическое правило знаков для работы, т.к. $\Delta \dot{W}_{PV}$ должно быть положительным при воздействии на элемент жидкости, текущей в V ($\bar{n} \cdot \bar{u}_j < 0$). Общая работа давления – объема представляет собой сумму уравнения (2.3-3), взятую по всем элементам поверхности, которая в пределах самого большого значения ΔA , стремящегося к нулю, становится поверхностным интегралом. Применение теоремы Гаусса – Остроградского, уравнение (2.1-7), к этому интегралу дает конечный вид для \dot{W}_{PV} .

$$\dot{W}_{PV} = - \int_V \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\nabla} \cdot (P_j \cdot \bar{u}_j) \cdot dV \quad (2.3-4)$$

Чтобы объяснить гравитационное действие, мы опять возьмем скалярное произведение вектора скорости и гравитации \bar{g} .

$$\Delta \dot{W}_G = \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{g} \cdot \Delta V \quad (2.3-5)$$

Знак плюс появляется в этом уравнении, т.к. фаза жидкости, текущей вопреки силе тяжести ($\bar{u}_j \cdot \bar{g} < 0$), оказывает на нее действие. Уравнение (2.3-3) подходит для действия, оказанного

вопреки поверхностным силам, а уравнение (2.3-5) подходит для действия, оказанного вопреки массовым силам. Используя обычный метод перехода к пределу, получаем степень общего воздействия, оказанного вопреки силе тяжести:

$$\dot{W}_G = \int_V \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{g} \cdot dV \quad (2.3-6)$$

Выражения действия хорошо подходят в уравнение (2.3-2). Собрал все члены под тем же самым интегралом по объему и сделав подынтегральное выражение равным нулю, т.к. V – величина произвольная, мы получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \cdot U + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot |\bar{u}_j|^2 \right) + \bar{\nabla} \cdot \bar{E} + \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\nabla} \cdot (P_j \cdot \bar{u}_j) - \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{g} = 0 \quad (2.3-7)$$

Член потока энергии состоит из конвекционных вкладов от текущих фаз, проводимости и излучения, все остальные формы не учитываются.

$$\bar{E} = \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \left[U_j + \frac{1}{2} \cdot |\bar{u}_j|^2 \right] + \bar{q}_c + \bar{q}_r \quad (2.3-8)$$

Для краткости мы отбросим излучение в последующем обсуждении, хотя этот механизм переноса может иметь большое значение при определении теплопотерь по мере удаления от ствола скважины (Глава 11). Для многофазного потока, по закону Фурье, проводящий тепловой поток представляет собой:

$$\bar{q}_c = -k_{T_j} \cdot \bar{\nabla} \cdot T \quad (2.3-9)$$

где k_{tt} – суммарная теплопроводность. k_{tt} представляет собой сложную функцию фазовых насыщенностей и теплопроводностей фазы k_{tj} и твердой фазы k_{ts} , которые мы воспринимаем как известные величины (см. Главу 11). Параллель между уравнением (2.3-8) и членом, представляющим дисперсионный поток в уравнении (2.2-2), очевидна. Кроме того, в этом определении мы осуществили требование локального теплового равновесия, приняв температуру T одинаковой во всех фазах внутри характерного элементарного объема.

Подставляя определения (2.3-8) и (2.3-9) в (2.3-7), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \cdot U + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot |\bar{u}_j|^2 \right) + \bar{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \left[U_j + \frac{1}{2} |\bar{u}_j|^2 \right] \right) \\ - \bar{\nabla} \cdot (k_{T_j} \cdot \bar{\nabla} \cdot T) + \sum_{j=1}^{N_p} \left[\bar{\nabla} \cdot (P_j \cdot \bar{u}_j) - \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{g} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.3-10)$$

Первая сумма в члене конвекции и сумма в выражении действия давления – объема могут быть объединены, давая:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \cdot U + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot |\bar{u}_j|^2 \right) + \bar{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \left[H_j + \frac{1}{2} |\bar{u}_j|^2 \right] \right) \\ - \bar{\nabla} \cdot (k_{T_j} \cdot \bar{\nabla} \cdot T) - \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{g} = 0 \end{aligned} \quad (2.3-11)$$

где $H_j = U_j + P_j/\rho_j$ – энтальпия фазы j на единицу массы j . И, наконец, запишем вектор гравитации как в уравнении (2.2-15). Последний член в уравнении (2.3-11) принимает вид:

$$\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{g} = -\bar{g} \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \bar{\nabla} \cdot D_z = -g \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \bar{\nabla} \cdot (\rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot D_z) + g \cdot \sum_{j=1}^{N_p} D_z \cdot \bar{\nabla} \cdot (\rho_j \cdot \bar{u}_j) \quad (2.3-12)$$

Это при подстановке в уравнение (2.3-11) дает:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \cdot U + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot |\bar{u}_j|^2 \right) + \bar{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \left[H_j + \frac{1}{2} |\bar{u}_j|^2 + g \cdot D_z \right] \right) - \bar{\nabla} \cdot (k_{T_j} \cdot \bar{\nabla} \cdot T) \\ - g \cdot D_z \cdot \bar{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.3-13)$$

Из уравнения (2.2-21) последний член становится $gD_z \partial(\phi\rho)/\partial t$, который при подстановке в уравнение (2.3-13) принимает окончательный вид (уравнение 2.3-14) в Таблице 2-3, т.к. gD_z не зависит от времени. Члены действия силы тяжести теперь присутствуют в уравнении в виде более привычной потенциальной энергии.

Дополнительные зависимости

В Таблице 2-3 собраны уравнения, которые вместе с уравнениями Таблицы 2-2 необходимы для полного описания вопросов неизотермического потока жидкости. Первые три уравнения мы уже рассмотрели.

Концентрация энергии на единицу объема должна включать внутреннюю энергию от всех текущих фаз и постоянной фазы:

$$\rho \cdot U = \phi \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot S_j \cdot U_j + (1 - \phi) \cdot \rho_s \cdot U_s \quad (2.3-15)$$

где U_j – внутренняя энергия на единицу массы фазы j . Это определение, наряду с членом кинетической энергии, не учитывает все формы энергии за исключением внутренней и потенциальной, которая включена в \dot{W} ниже.

Внутренние энергии фазы U_j и U_s , и энтальпии H_j являются функциями температуры T , фазового давления P_j и состава ω_{ij} . Одной из форм, которую может принимать эта зависимость, является уравнение (2.3-16), где внутренние энергии с двойным индексом (и энтальпии) являются парциальными величинами массы. Парциальные величины массы, уравнение (2.3-17), подобны парциальным молярным величинам в термодинамике растворения (Денбиг, 1968). Например, парциальной внутренней энергией массы вещества i в фазе j является изменение U_j с изменением ω_{ij} , все остальные параметры остаются постоянными,

$$U_{ij} = \left(\frac{\partial U_j}{\partial \omega_{ij}} \right)_{P_j, T, \omega_{ik}, k \neq i} \quad (2.3-18)$$

Таблица 2-3 Дополнительные уравнения для неізотермического потока жидкости в проницаемых средах

Уравнение (1)	Наименование (2)	Количество независимых скалярных уравнений* (3)	Зависимые переменные†	
			Идентич- ность (4)	Коли- чество (5)
(2.3-14) $\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\rho \cdot U + \rho \cdot g \cdot D_z + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j ^2 \right)$ $+ \bar{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot \bar{u}_j \cdot \left[H_j + \frac{1}{2} \bar{u}_j ^2 + g \cdot D_z \right] \right)$ $- \bar{\nabla} \cdot (k_{T_j} \cdot \bar{\nabla} \cdot T) = 0$	Сохранение энергии	1		
(2.3-15) $\rho \cdot U = \phi \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \cdot S_j \cdot U_j + (1 - \phi) \cdot \rho_s \cdot U_s$	Совокупная внутренняя энергия	1		
(2.3-16a) $U_j = \sum_{i=1}^{N_c} \omega_{ij} \cdot U_{ij}$	Фазовая внутренняя энергия	N _p		
(2.3-16b) $U_s = \sum_{i=1}^{N_c} \omega_{is} \cdot U_{is}$				
(2.3-16c) $U_s = \sum_{i=1}^{N_c} \omega_{is} \cdot U_{is}$	Фазовая энтальпия	N _p		
(2.3-17a) $U_{ij} = U_{ij}(T, P_j, \omega)$	Парциальная внутренняя энергия массы	N _p N _c		
(2.3-17b) $U_{is} = U_{is}(T, P_j, \omega)$				
(2.3-17c) $H_{ij} = H_{ij}(T, P_j, \omega)$	Парциальная энтальпия массы	N _p N _c		

* Общее количество независимых уравнений = 2(N_pN_c) + 2N_p + N_c + 3

† Общее количество зависимых переменных = 2(N_pN_c) + 2N_p + N_c + 3

и аналогично для U_{is} и H_{ij} . Сами по себе парциальные свойства массы могут быть рассчитаны из уравнений состояния (2.2-12) или эмпирических корреляций в виде функций температуры, давления и состава.

Уравнения (2.3-16) легко обращаются в простые формы. Например, если фаза j представляет собой идеальный раствор, парциальные величины массы становятся чисто величинами компонента, только функциями температуры и давления.

Уравнения, представленные в Таблицах 2-2 и 2-3, являются полными, но они могут быть решены только при определении аналогично полного ряда начальных и граничных условий.

2-4 Частные случаи

Теперь мы рассмотрим несколько частных случаев общих уравнений сохранения, приведенных в Таблицах 2-2 и 2-3. Каждый частный случай применяется на практике для описания различных процессов повышения нефтеотдачи, происходящих при течении жидкости в пористой среде. Эти частные случаи могут быть точно аппроксимированы гораздо более простыми формами вышеупомянутых общих уравнений при использовании меньшего количества и более простых сопряженных дополнительных уравнений и граничных условий. Мы ограничимся в своем обсуждении течением, происходящим в условиях локального термодинамического равновесия.

Уравнения изменения доли фазы в многофазном потоке

Рассмотрим одномерный линейный поток при постоянной температуре, свойствах породы и жидкости (T , ϕ , k и ρ_j), при отсутствии сорбции ($W_{is} = 0$), реакции ($R_i = 0$) или массообмена на границе раздела двух фаз. Возьмите среду с постоянным углом падения α . Для этого случая уравнение сохранения энергии является обычным, а уравнение (2.1-9) обращается в:

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \frac{\partial u_j}{\partial x} = 0, \quad j = 1, \dots, N_p \quad (2.4-1)$$

В этом уравнении мы определили псевдокомпоненты, как, например, $\omega_{ij} = 0$ для всех i за исключением одного, для которого — это единица. Использование псевдокомпонентов довольно распространенная практика при описании процессов повышения нефтеотдачи, т.к. это упрощение часто приводит к лучшему пониманию процессов без введения существенной ошибки.

Чтобы исключить необходимость определять давление, уравнение (2.4-1) обычно записывают в виде функции изменения доли фазы в многофазном потоке, которая может быть определена для случая равных фазовых давлений ($P_{cin} = 0$) как:

$$f_j = \frac{u_j}{u} = \frac{\lambda_{rj}}{\sum_{k=1}^{N_p} \lambda_{rk}} \cdot \left[1 - \frac{k \cdot g \cdot \sin \alpha}{u} \cdot \sum_{k=1}^{N_p} \lambda_{rk} \cdot (\rho_j - \rho_k) \right] \quad (2.4-2)$$

где $u = \sum_{j=1}^{N_p} u_j$, а α - угол падения, тангенс $\alpha = dD_z/dx$.

Из уравнения (2.2-21) показано, что в этих условиях f_j является функцией только времени, а f_j – функцией только насыщенности, что позволяет нам записать уравнение (2.4-1) в окончательной гиперболической форме

$$\phi \frac{\partial S_j}{\partial t} + \frac{\partial u_j}{\partial x} = 0, \quad j=1, \dots, N_p \quad (2.4-3)$$

Для того, чтобы решить уравнение (2.4-3) для фазовых насыщенностей $S_j(x, t)$, необходимы общий объемный поток жидкости u , закачанный на границе притока и экспериментально замеренные зависимости изменения доли фазы в многофазном потоке фаз $N_p - 1$ (отметьте, что $\sum_{j=1}^{N_p} f_j = 1$). Баклей и Леверетт (1942) сначала решили это уравнение для двухфазного потока, и конечная оценка нефтеотдачи при заводнении называется теорией Баклея-Леверетта (см. Главу 5). Другие аналогичные случаи, включая трехфазный поток и действия состава, как, например, массообмен между фазами и адсорбция, были решены в аналитическом виде (Поуп, 1980). Мы рассмотрим эти решения подробно в Главах 7-9.

Смешивающийся поток

Вышеописанный случай относится к одновременному течению несмешивающихся жидкостей. Теперь мы рассмотрим изотермический случай течения многих компонентов одновременно в единой фазе. Таким образом, течет только одна фаза, независимо от состава, но необходимо включить как конвекцию, так и дисперсию этих компонентов. Рассматриваемые смешивающиеся процессы включают в себя: (1) истинное смешивающееся вытеснение нефти из пласта растворителем; (2) хроматографические процессы различных видов, как, например, аналитическая хроматография, разделительная хроматография, процессы ионообмена и адсорбция химических веществ по мере того, как они проникают через грунт и другую проницаемую природную среду; (3) процессы выщелачивания, как, например, урановые разработки; и (4) процессы химических реакций многих типов в реакторах с неподвижным слоем.

Уравнение (2.1-9) для однофазного потока представляет собой:

$$\frac{\partial(\phi \cdot \rho \cdot \omega_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi) \cdot \rho_s \cdot \omega_{is}] + \nabla \cdot [\rho \cdot \omega_i \cdot \bar{u} - \phi \cdot \rho \cdot \bar{K}_i \cdot \nabla \cdot \omega_i] = R_i, \quad j=1, \dots, N_p \quad (2.4-4)$$

Второй подстрочный индекс j теперь не нужен, и его опустили. Дополнительные уравнения (2.2-5), (2.2-6), (2.2-8) и (2.2-10) – (2.2-12) все еще нужны, а другие больше не относятся к делу. Основное из этих уравнений, уравнение (2.2-5) или закон Дарси, также имеет более простой вид, а именно:

$$\bar{u} = -\frac{\bar{k}}{\mu} \cdot (\nabla \cdot P + \rho \cdot \bar{g}) \quad (2.4-5)$$

Т.к. относительная проницаемость теперь величина постоянная, она берется в целом с \bar{k} , насыщенностью одной текущей фазы, равной единице.

Для смешивающихся растворителей (см. Главу 7) член сорбции, второй член в уравнении (2.2-4), может быть опущен, и $R_i = 0$, в результате чего получаем:

$$\frac{\partial(\phi \cdot \rho \cdot \omega_i)}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \cdot \omega_i \cdot \bar{u} - \phi \cdot \rho \cdot \bar{K}_i \cdot \nabla \cdot \omega_i] = 0, \quad j = 1, \dots, N_C \quad (2.4-6)$$

Частный одномерный линейный случай уравнение (2.4-6) получают, когда влияние состава и давления на плотность не учитывается, и \bar{K}_i является постоянной величиной. Допустив, что $C_i = \omega_i \cdot \rho$ является концентрацией массы компонента i , получаем, что уравнение:

$$\phi \frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial C_i}{\partial x} = \phi \cdot K_{li} \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} \quad (2.4-7)$$

где K_{li} - коэффициент продольной дисперсии, теперь является скалярным:

$$K_{li} = \frac{D_i}{\tau} + \frac{\alpha_i \cdot |u|}{\phi} \quad (2.4-8)$$

как частный случай более общего определения (уравнение 2.2-14а). Кроме того, K_{li} является по большей части функцией времени, зависящей от установленных граничных условий. D_i обычно берется как постоянная величина, давая линейное уравнение конвекции – диффузии (CD). Для уравнения CD имеется несколько решений в аналитическом виде для простых исходных и граничных условий (см. Главы 5 и 7).

Хроматографическое уравнение

Несколько хроматографических процессов являются частными случаями уравнения (2.4-7). Мы должны восстановить член C_{is} , который описывает накопление компонента i вследствие реакций сорбции, т.к. это суть хроматографического процесса. Эти реакции сорбции могут быть адсорбцией, заменой одного иона на другой в постоянной основе или реакциями осаждения – растворения (см. Главы 8 – 10). Все эти процессы ведут к селективному разделению компонентов по мере их проникания в проницаемую среду. Дисперсия не изменяет разделения, поэтому мы не учитываем член второго порядка, действие, которое дает систему строго сопряженных (через член сорбции) дифференциальных уравнений первого порядка с частными производными:

$$\phi \frac{\partial C_i}{\partial t} + (1 - \phi) \frac{\partial C_{is}}{\partial t} + u \frac{\partial C_i}{\partial x} \quad (2.4-9)$$

При этих конкретных физических проблемах природа члена сорбции обычно такова, что уравнения являются гиперболическими, и методом решения может служить метод характеристик.

Полусмешивающиеся системы

Иногда при применении процесса повышения нефтеотдачи описание потока в проницаемой среде, основанное строго на смешивающемся или несмешивающемся течении является неудовлетворительным. Для таких случаев уравнения в Таблице 2-2 приводят к более простому виду, согласующемуся с известными сложностями режима потока.

В качестве примера этого рассмотрим поток компонентов N_C в течении фаз N_P при отсутствии химической реакции. Такие течения являются характерными для процессов заводнений с использованием растворителей (см. Главу 7) и мицеллярно-полимерных заводнений (см. Главу 9), применяемых в процессах повышения нефтеотдачи. Допуская несжимаемые жидкости, постоянную пористость и идеальное смешивание, уравнение (2.2-20) можно разделить на соответствующую плотность чистого компонента ρ_i^0 , получая:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \cdot \sum_{j=1}^{N_P} C_{ij} \cdot S_j + (1 - \phi) \cdot C_{is} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_P} C_{ij} \cdot \vec{u}_j - \frac{\phi \cdot \rho_j \cdot S_j}{\rho_i^0} \cdot \vec{K}_{ij} \cdot \vec{\nabla} \cdot \omega_{ij} \right) = 0, \quad j=1, \dots, N_C \quad (2.4-10)$$

где $C_{ij} = \rho_j \omega_{ij} / \rho_i^0$ - теперь объемная доля компонента i в фазе j . Чтобы полностью записать уравнение (2.4-10) на основе C_{ij} , сделаем допущение, что $\rho_j \vec{\nabla} \omega_{ij} = \vec{\nabla} (\rho_j \omega_{ij})$. При таком допущении уравнение (2.2-21) дает:

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_P} \rho_j \cdot \vec{u}_j \right) = 0 \quad (2.4-11)$$

где мы использовали постоянство всей (несжимаемой) массы (уравнение 2.2-13а) для исключения производной по времени. Чтобы записать уравнение (2.4-10) в одномерном виде, наряду с определением движения отдельных фаз (уравнение 2.4-2) можно использовать уравнение (2.4-11)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \cdot \sum_{j=1}^{N_P} C_{ij} \cdot S_j + (1 - \phi) \cdot C_{is} \right) + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{j=1}^{N_P} f_j \cdot C_{ij} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{j=1}^{N_P} \phi \cdot S_j \cdot K_{lij} \frac{\partial C_{ij}}{\partial x} \right) = 0, \quad j=1, \dots, N_C \quad (2.4-12)$$

Даже исходя из вышеизложенного, уравнение (2.4-12) является все еще довольно общим и должно решаться одновременно при применении закона Дарси и определений относительной подвижности, капиллярного давления, долей масс, насыщенностей, уравнений состояния и отношений равновесий (уравнения 2.2-5, 2.2-9, 2.2-11 и 2.2-12). Эта форма особенно удобна, потому что многие случаи двойных и тройных фазовых равновесий условно представлены как доли объема, а не массы (см. Главу 4).

Уравнения для процесса заводнения, в котором применяется нагнетание пара

Как частный случай неизотермического потока выведем уравнения “пара”, представленные Стегемейером и др. (1977). Допустим, что по большей мере присутствуют три фазы $N_P=3$: водная фаза $j=1$, углеводородная фаза $j=2$ и газовая фаза $j=3$. Далее, присутствуют по большей мере два химически инертных, не сорбирующих псевдокомпонента – вода и нефть. С этими предположениями уравнения сохранения массы принимают вид, для воды:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \cdot (\rho_1 \cdot S_1 + \rho_3 \cdot S_3)] + \vec{\nabla} \cdot (\rho_1 \cdot \vec{u}_1 + \rho_3 \cdot \vec{u}_3) = 0 \quad (2.4-13a)$$

и для нефти:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \cdot \rho_2 \cdot S_2) + \nabla \cdot (\rho_2 \cdot \bar{u}_2) = 0 \quad (2.4-13b)$$

Члены дисперсии в этих уравнениях отсутствуют, т.к. фазовые составы постоянны. Уравнение сохранения энергии (2.3-14) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi \cdot (\rho_1 \cdot S_1 \cdot U_1 + \rho_2 \cdot S_2 \cdot U_2 + \rho_3 \cdot S_3 \cdot U_3) + (1 - \phi) \cdot \rho_s \cdot U_s] \\ + \nabla \cdot (\rho_1 \cdot H_1 \cdot \bar{u}_1 + \rho_2 \cdot H_2 \cdot \bar{u}_2 + \rho_3 \cdot H_3 \cdot \bar{u}_3) - \nabla \cdot (k_{T_i} \cdot \nabla \cdot T) = 0 \end{aligned} \quad (2.4-14a)$$

где члены кинетической и потенциальной энергии не учитывались. Далее мы отбрасываем действие давления – объема, предположив, что энтальпии равны внутренним энергиям, и пористость является постоянной величиной. Затем можно разложить производные в уравнении (2.4-14a), получив:

$$\begin{aligned} (1 - \phi) \frac{\partial(\rho_s \cdot H_s)}{\partial t} + \phi \cdot \rho_1 \cdot S_1 \frac{\partial H_1}{\partial t} + \phi \cdot \rho_2 \cdot S_2 \frac{\partial H_2}{\partial t} + \phi \cdot \rho_3 \cdot S_3 \frac{\partial H_3}{\partial t} + \phi(H_3 - H_1) \frac{\partial(\rho_3 \cdot S_3)}{\partial t} \\ + \rho_1 \cdot \bar{u}_1 \cdot \nabla \cdot H_1 + \rho_2 \cdot \bar{u}_2 \cdot \nabla \cdot H_2 + (H_3 - H_1) \cdot \nabla \cdot (\rho_3 \cdot \bar{u}_3) + \rho_3 \cdot \bar{u}_3 \cdot \nabla \cdot H_3 - \nabla \cdot (k_{T_i} \cdot \nabla \cdot T) = 0 \end{aligned} \quad (2.4-14b)$$

где использовались уравнения (2.4-13a) и (2.4-13b), чтобы исключить несколько членов. Член $(H_3 - H_1)$ равен L_V , скрытой теплоте испарения воды, и мы предполагаем, что энтальпии не зависят от давления $dH_j = C_{pj}dT$, где C_{pj} – удельная теплота фазы j . Если C_{pj} – величины постоянные, уравнение (2.4-14b) принимает вид:

$$\begin{aligned} M_{T_i} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_1 \cdot C_{p1} \cdot \bar{u}_1 + \rho_2 \cdot C_{p2} \cdot \bar{u}_2) \cdot \nabla \cdot T - \nabla \cdot (k_{T_i} \cdot \nabla \cdot T) \\ = L_V \cdot \left\{ \phi \cdot \frac{\partial(\rho_3 \cdot S_3)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_3 \cdot S_3 \cdot \bar{u}_3) \right\} \end{aligned} \quad (2.4-14c)$$

где M_{T_i} – общая объемная теплоемкость

$$M_{T_i} = \phi \cdot (\rho_1 \cdot C_{p1} \cdot \bar{u}_1 + \rho_2 \cdot C_{p2} \cdot \bar{u}_2) + (1 - \phi) \cdot \rho_s \cdot C_{ps} \quad (2.4-15)$$

В этом определении и в уравнении (2.4-14c) члены, относящиеся к плотности газообразной фазы ρ_3 , не учитывались, т.к. плотности газов обычно гораздо меньше плотностей жидкостей. Член в правой части уравнения (2.4-14c) представляет собой генерирование или разрушение паровой фазы, умноженное на скрытую теплоту, и является исходным членом для уравнения энергии. Если пар исчезает (конденсируется), исходный член положительный, что вызывает повышение температуры. Это приводит к понижению вязкости нефти, что является основным механизмом нефтеотдачи в процессах термического воздействия на пласт (см. Главу 11). Скрытая теплота, фазовые давления и температура связаны кривой давления паров для воды и зависимостями капиллярного давления.

2-5 Общие равновесия

Общепринятым и удобным способом применять уравнения предыдущих разделов является форма макроскопических или общих равновесий (Бёрд и др., 1960). Вместо равновесий, записанных для каждой точки проницаемой среды, общие равновесия представляют собой пространственно интегрированные формы дифференциальных равновесий и, таким образом, относятся ко всему пласту. Т.к. пространственный компонент отсутствует в уравнениях, общие равновесия гораздо проще и легче интегрировать, чем дифференциальные равновесия. Это упрощение достигается за счет потери пространственного элемента переменных концентрации; поэтому, чтобы быть пригодными, общие равновесия должны дополняться самостоятельно выведенными или аналитическими корреляциями.

Чтобы вывести общее равновесие массы для вещества i , начнем с дифференциального равновесия по объему V в виде уравнения (2.1-6). Затем мы отождествляем V с общим насыпным объемом V_b без небольших объемов, связанных с конечным числом вкрапленных источников и стоков. Однако объем V_b все еще односвязный, и теорема Гаусса-Остроградского все еще применима. Границей объема насыпного материала V_b может быть также источник или сток жидкости, как в случае, когда нефтяная часть залежи граничит с водоносным горизонтом или газовой шапкой. Если допустить, что потоки через границы V проходят под прямым углом к площади поперечного сечения, то уравнение (2.1-6) принимает вид:

$$V_b \frac{d\bar{W}_i}{dt} + \dot{N}_{Pi} - \dot{N}_{Ji} = V_b \cdot \bar{R}_i \quad j=1, \dots, N_C \quad (2.5-1)$$

где надстрочная поперечная черта обозначает величины, усредненные по объему. Члены \dot{N}_{Pi} и \dot{N}_{Ji} являются скоростями добычи и закачки массы вещества i для всех источников и стоков в V_b . Это функции времени, т.к. они определяются в постоянных местах на V_b . \bar{R}_i - это член скорости реакции вещества i , усредненный по объему, и, кроме того, функция времени. Уравнение (2.5-1) может быть интегрировано по времени

$$V_b \cdot (\bar{W}_i - W_{i0}) = \dot{N}_{Ji} - \dot{N}_{Pi} + V_b \cdot \int_0^t \bar{R}_i dt, \quad j=1, \dots, N_C \quad (2.5-2)$$

Записывая уравнение (2.5-2), мы сделали предположение, что суммарная закачка и добыча вещества i при $t = 0$ равны нулю. В дальнейшем мы не учитываем член суммарной скорости реакции.

Чаще всего уравнение (2.5-2) употребляется для расчета N_{Pi} при заданных W_i , \bar{W}_{ij} и N_{Ji} . В частности, трудно узнать $\bar{W}_i(t)$, не интегрируя дифференциальные равновесия. Эту трудность можно обойти, определяя E_{Ri} , коэффициент нефтеотдачи вещества i , как

$$E_{Ri} \equiv \frac{N_{Pi} - N_{Ji}}{V_b \cdot \bar{W}_{i0}} \quad (2.5-3)$$

E_{Ri} - это чистое количество добытого вещества i , выраженное в виде доли количества вещества первоначально присутствующего. Для компонента, закачанного в пласт, E_{Ri} - величина отрицательная, но для компонента, который должен быть добыт, нефти ли газа (для которых она почти только и применяется), E_{Ri} - величина положительная и лежит между 0 и 1. Из уравнения (2.5-2) \bar{W}_i равно:

$$W_i = W_{ii} \cdot (1 - E_{Ri}) \quad (2.5-4)$$

Для того, чтобы и уравнение (2.5-3), и уравнение (2.5-4) были пригодны, E_{Ri} должна быть выражена самостоятельно как функция времени. Обычно это делается путем разложения E_{Ri} на коэффициент вытеснения E_{Di} и коэффициент охвата по объему E_{Vi} компонента i :

$$E_{Ri} = E_{Di} \cdot E_{Vi} \quad (2.5-5a)$$

где

$$E_{Di} = \frac{\text{количество вытесненного } i}{\text{количество проконтактировавшего } i} \quad (2.5-5b)$$

$$E_{Vi} = \frac{\text{количество проконтактировавшего } i}{\text{количество } i \text{ в пласте}} \quad (2.5-5c)$$

Эти величины в свою очередь должны быть определены самостоятельно: E_{Di} как функция времени и вязкостей жидкостей, относительных проницаемостей и капиллярных давлений (см. Главу 5), а E_{Vi} – как функция времени, вязкостей, схемы расположения скважин, неоднородности, плотности и капиллярных сил (см. Главу 6).

Аналогичная методика, применяемая к уравнению сохранения энергии (2.3-14) дает:

$$V_b \cdot \frac{d}{dt} (\bar{p}U + \dot{H}_p - \dot{H}_J) = - \int_A \bar{q}_c \cdot \bar{n} dA = -\dot{Q} \quad (2.5-6a)$$

где члены кинетической и потенциальной энергии не учитывались, а \dot{H}_p и \dot{H}_J представляют степень энтальпии при закачке и добычи в и из V . Конечно, это уравнение является разновидностью первого закона термодинамики и пригодится при расчете теплопотерь при прохождении расстояния до ствола скважины (с восстановленным членом потенциальной энергии), а также покрывающих и подстилающих пород пласта (см. Главу 11)?

Время, интегрированное из уравнения (2.5-6a), равно:

$$V_b \cdot ((\bar{p}U) - (\bar{p}U)_I) = \dot{H}_J - \dot{H}_p - \dot{Q} \quad (2.5-6b)$$

из которого мы можем определить тепловой коэффициент полезного действия $\overline{E_{hs}}$ как отношение тепловой энергии, остающейся в объеме V_b к общей закачанной тепловой энергии

$$E_{hs} = \frac{V_b \cdot ((\bar{p}U) - (\bar{p}U)_I)}{\dot{H}_J - \dot{H}_p} \quad (2.5-7)$$

Уравнение (2.5-7) используется для самостоятельного расчета \dot{Q} .

2-6 Резюме

В оставшейся части текста мы будем использовать уравнения, представленные и сформулированные в этой главе. Вводя здесь все уравнения, мы исключаем повторный вывод в последующих главах. Объединение, кроме того, подчеркивает суть данной работы: все процессы повышения нефтеотдачи описываются специализациями одних и тех же основных законов сохранения. Большая из оставшейся части данной работы посвящена решению этих специализаций и выводам в виде физических результатов, сделанным на основании этих решений.

Упражнения

2А. Гидростатика. Покажите, что для статических ($\vec{u}_j = 0$) и изотермических условий уравнение (2.2-5) сокращается до:

$$\frac{dP_c}{dD_z} = (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \quad (2A-1)$$

при двухфазном потоке, где P_c – кривая капиллярного давления на границе раздела нефти и воды.

2В. Однофазный поток. Покажите, что для течения одной фазы ($j=2$) в присутствии несмешивающейся неподвижной фазы ($j=1$) уравнения изотермического баланса массы в одномерных радиальных координатах сокращается до:

$$\frac{\phi \cdot c_i}{\lambda_{r2} \cdot k} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0 \quad (2B-1)$$

где

$$c_i = S_1 \cdot c_1 + S_2 \cdot c_2 + c_f \quad (2B-2)$$

$$c_j = \frac{1}{\rho_j} \left(\frac{\partial \rho_j}{\partial P} \right) \tau \quad (2B-3)$$

$$c_f = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial P} \right) \tau \quad (2B-4)$$

Уравнением (2B-1) (уравнение “диффузивности”) предполагается, что члены вида $c_2 (\partial P / \partial r)^2$ пренебрежимо малы. Уравнение (2B-1) создает и является основой множества способов испытания скважин (Эрлаугер, 1977).

2С. Упрощенная модель горения. Исходя из двухфазного ($j = 2 =$ жидкость, $j = 3 =$ газ), четырехкомпонентного ($i = 1 =$ вода, $i = 2 =$ нефть $[C_n H_{2m}]$, $i = 3 = CO_2$, $i = 4 = O_2$), одномерного потока покажите, что уравнения сохранения энергии, приведенные в Таблице 2-3 сокращаются до

$$M_{T_i} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_2 \cdot C_{p2} \cdot u_2 + \rho_3 \cdot C_{p3} \cdot u_3) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \left(k_{T_i} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \phi \cdot S_3 \cdot \Delta H_{RXN} \quad (2C-1)$$

где ΔH_{RXN} – теплота реакции для газовой фазы



$$\Delta H_{RXN} = - \sum_{i=1}^4 H_{i0} \cdot r_{i3} \quad (2C-3)$$

Дальнейшие предположения для уравнения (2C-1) заключаются в том, что только нефть присутствует в жидкой фазе, сорбция или дисперсия отсутствуют, поведение идеального раствора (удельная теплоемкость газовой фазы представляет собой долю массы – взвешенную сумму удельных теплоемкостей компонентов), нет теплоты парообразования нефти ($H_{22} = H_{23}$), энтальпии и внутренние энергии равны, кинетические и потенциальные энергии незначительны, а плотность твердой фазы и пористость постоянны.

2D. Уравнения для тяжелых нефтяных остатков. Условным представлением (Писман, 1977) потока жидкостей в нефтяных и газовых пластах являются уравнения для “тяжелых

нефтяных остатков”, когда одновременно течет до трех фаз: водная ($j = 1$), олеиновая ($j = 2$) и газообразная ($j = 3$). Водная и газообразная фазы состоят из одного псевдокомпонента, воды ($j = 1$) и газа ($j = 3$), соответственно. Олеиновая фаза состоит из нефти ($j = 2$) с растворенным газовым компонентом. Покажите, что для изотермического потока в отсутствии химических реакций, дисперсии или сорбированных компонентов уравнения баланса масс, представленные в Таблице 2-2, преобразуются для воды и нефти следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi \cdot S_j}{B_j} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\bar{u}_j}{B_j} \right) = 0, \quad j=1,2 \quad (2D-1)$$

и для газа:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \left[\frac{S_3}{B_3} + \frac{S_2 \cdot R_s}{B_2} \right] \right) + \nabla \cdot \left(\frac{R_s}{B_2} \cdot \bar{u}_2 + \frac{\bar{u}_3}{B_3} \right) = 0, \quad (2D-2)$$

B_1 – объемный коэффициент воды в пластовых условиях (объем заданной массы воды при преобладающей температуре и давлении, разделенный на объем той же массы воды при нормальной температуре и давлении).

$$B_1 = \frac{\rho_1^s}{\rho_1} \quad (2D-3)$$

R_s – газовый фактор при растворенном газе (объем растворенного газа, разделенный на объем нефтяной фазы, причем оба объема определяются при нормальных температуре и давлении).

$$R_s = \frac{\omega_{32} \cdot \rho_2^s}{\omega_{22} \cdot \rho_3^s} \quad (2D-4)$$

B_2 - объемный коэффициент нефти в пластовых условиях (объем нефти при преобладающей температуре и давлении, разделенный на объем нефти в нормальных условиях).

$$B_2 = \frac{\rho_2^s}{\omega_{22} \cdot \rho_2^s} \quad (2D-5)$$

B_3 - объемный коэффициент газа в пластовых условиях (объем заданной массы газа при преобладающей температуре и давлении, разделенный на объем той же массы газа при нормальной температуре и давлении).

$$B_3 = \frac{\rho_3^s}{\rho_{13}} \quad (2D-6)$$

Вышеприведенные определения могут быть введены в балансы масс, приведенные в Таблице 2-2, путем деления каждого на их плотности в стандартных условиях ρ_j^s и предположив, что каждое ρ_j^s не зависит от времени.

Уравнения (2D-1) и (2D-2) являются балансами для воды, нефти и газа в стандартных объемах; из-за предположений, заданных при их выводе, нормальный объем является величиной массы с единицами объема.